

Symulator termostatu

Maja Komorowska

Olga Karaś

24 stycznia 2024

1 Opis symulatora

Symulowany termostat wykorzystuje grzałkę, aby ogrzewać wodę do porządanej temperatury, a następnie ją utrzymać. Symulator zakłada, że objętość wody do ogrzania jest stała i wynosi $0,17 [m^3]$. Symulator uwzględnia możliwość dostosowania porządanej końcowej temperatury wody, temperatury otoczenia, która początkowo jest także równoważna temperaturze wody w termostacie oraz jednego z trzech materiałów z jakiego może być zbudowany termostat. Taki symulator ma na celu regulację mocy dostarczanej do termostatu, tak aby woda podgrzewana grzałką osiągała wyznaczoną przez użytkownika symulatora temperaturę.

2 Wzory

Wartością, którą regulujemy podczas symulowania termostatu jest moc potrzebna do wytworzenia energii, ciepła niezbędnego do podgrzania do porządanej temperatury $0,17[m^3]$ wody.

Wykorzystywany wzór na moc:

$$P = UI[W]$$

W powyższym wzorze $U [V]$ to napięcie, $I [A]$ to natężenie dostarczane do grzałki termostatu. Wówczas maksymalna wartość jaką może uzyskać napięcie to $240 [V]$ (minimalna to $0 [V]$). Natężenie prądu może maksymalnie wynosić $13 [A]$ (minimalna wartość to $0 [A]$).

Regulowanie mocy jest niezbędne do uzyskania odpowiedniej wartości ciepła tworzonego przez grzałkę termostatu. Dane ciepło jest niezbędne do ogrzania wody.

$$q(t) = UI t[J]$$

$$q(t) = Pt[J]$$

Użyte we wzorze $t [s]$ to czas, na którego przestrzeni ciepło tworzone w grzałce się zmienia.

Symulator termostatu uwzględnia straty ciepła do środowiska zewnętrznego.

$$q(0) = \frac{(T_w - T_a)}{R_T}[J]$$

W danym wzorze $T_w[K]$ określa obecną temperaturę wody, natomiast $T_a[K]$ oznacza temperaturę środowiska. $R_T[\frac{K}{W}]$ to rezystancja cieplna, która jest zależna od materiału termostatu.

$$R_T = \frac{L}{kA}[\frac{K}{W}]$$

$L [m]$ - grubość ścianki jest dostosowana do tego z jakiego materiału został zbudowany termostat. Tak więc dla stali nierdzewnej grubość ta będzie zazwyczaj równa 0,0008 metra, dla miedzi oraz dla aluminium ta wartość wyniesie prawdopodobnie 0,0015 metra. Wartość $k [\frac{W}{mK}]$ określa przewodność cieplną, która także jest indywidualna dla każdego z użytych materiałów. Dla stali nierdzewnej to 26 $[\frac{W}{mK}]$, dla miedzi - 211 $[\frac{W}{mK}]$ oraz dla Aluminium 247 $[\frac{W}{mK}]$. Wartości te są wartościami przybliżonymi dla skali temperatur, na których w trakcie podgrzewania wody operujemy (przy założeniu, że ścianki przyjmują temperaturę wody). Przewodność cieplna została określona jako stała dla badanego zakresu temperatury (10 do 90 °C), gdyż jej wartości doświadczalne są praktycznie niezmiennie w tym przedziale. $A[m^2]$ oznacza obszar całego zużytego materiału do budowy ścianek termostatu - 0,126 $[m^2]$.

Zatem ilość ciepła potrzebna do podniesienia temperatury o określoną wartość określa się wzorem:

$$C_T \frac{dT_w}{dt} = q(t) - q(0)[J]$$

$C_T[\frac{J}{K}]$ to pojemność cieplna, której wzór przedstawia się w następujący sposób:

$$C_T = mC[\frac{J}{K}]$$

C oznacza izochoryczne ciepło właściwe, które dla wody przyjmuje różne wartości w zależności od jej temperatury. Na tych wartości w przedziale od 10 do 90 [°C] wyznaczono funkcję, która umożliwia wyliczenie przybliżonej wartości ciepła właściwego dla tego przedziału.

$$C = 0,0001T_w^3 - 0,035T_w^2 - 2,4706T_w + 4219,1 \quad [\frac{J}{kgK}]$$

Natomiast masa wody jest kalkulowana na podstawie znajomości przybliżonej wartości gęstości zależnej od jej temperatury oraz objętości. Zakładamy, że objętość jest stała, dlatego też dobrano do obliczeń ciepło właściwe izochoryczne.

$$d = -0,0034T_w^2 - 0,0929T_w + 1001,3[\frac{kg}{m^3}]$$

Funkcja do obliczania gęstości również została utworzona na podstawie przykładowych wartości jakie przyjmuje gęstość dla temperatur wody w przedziale od 10 do 90 [°C].

Ostateczny wzór niezbędny do wyliczenia zmian temperatury w czasie przyjmuje postać następującą:

$$\frac{dT_w}{dt} = \frac{q(t) - q(0)}{C_T}$$

Tak więc kolejne wartości temperatury będą liczone poprzez użycie następującego wzoru:

$$T_w(n) = T_w(n-1) + \frac{q(n) - \frac{T_w(n-1) - T_a}{R_T} T_p}{C_T} [°C]$$

gdzie T_p to okres próbkowania, który jest możliwy do dostosowania w symulatorze.

3 Algorytm sterowania

W projekcie został zastosowany regulator PID, w którym sygnał sterowania to napięcie, czyli U [V]:

$$U_{PID} = k_p[e(n) + \frac{T_p}{T_i} \sum_{k=0}^n e(k) + \frac{T_d}{T_p} \Delta e(n)]$$

gdzie k_p to wzmacnienie regulatora, $T_p[s]$ - okres próbkowania, $T_i[s]$ - czas zdwojenia, $T_d[s]$ - czas wyprzedzania, e to uchyb regulacji.

4 Pominięte zakłócenia oraz błędy

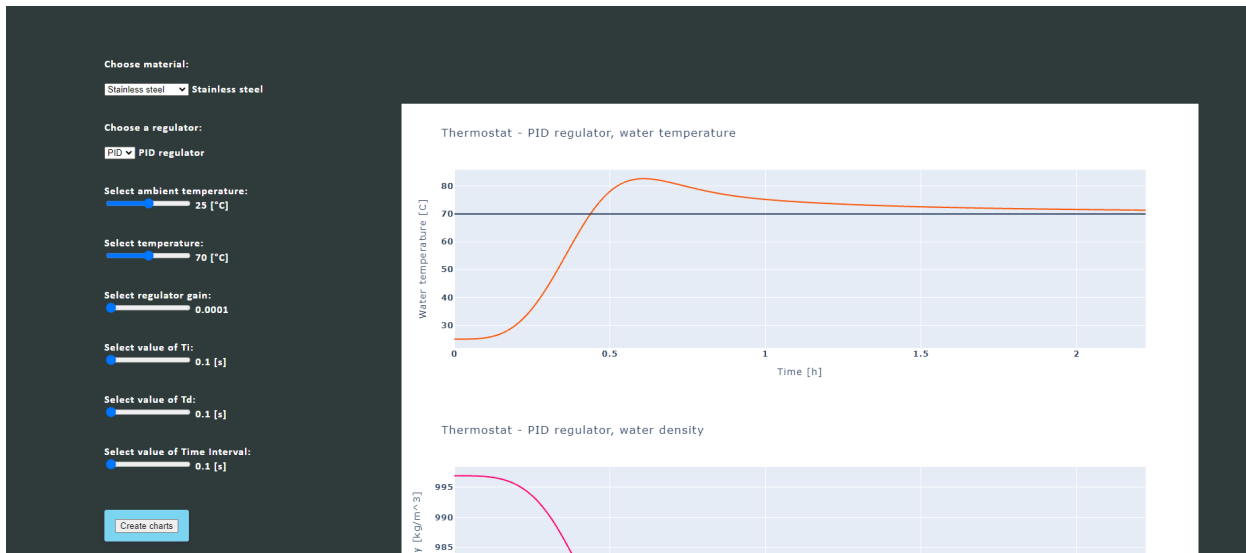
Podczas projektowania symulatora termostatu niektóre aspekty wpływające na jego działanie zostały pominięte. Przyjęte zostały założenia:

- temperatura wody na początku zawsze będzie równa temperaturze otoczenia;
- wyznaczone wzory na gęstość oraz ciepło właściwe dokładnie odzwierciedlają faktyczne wartości tych zmiennych;
- objętość wody pozostaje stała niezależnie od jej temperatury;
- woda w termostacie nie będzie parowała;
- temperatura otoczenia jest całkowicie stała;
- przewodnictwo cieplne dla każdego z materiałów pozostaje stałe w przedziale temperatur od 10 do 90 °C
- materiał ścianek termostatu przyjmuje tą samą temperaturę co woda;
- ciśnienie atmosferyczne oraz ciśnienie wewnątrz termostatu pozostaje niezmiennie oraz równoważne;

5 Wykresy

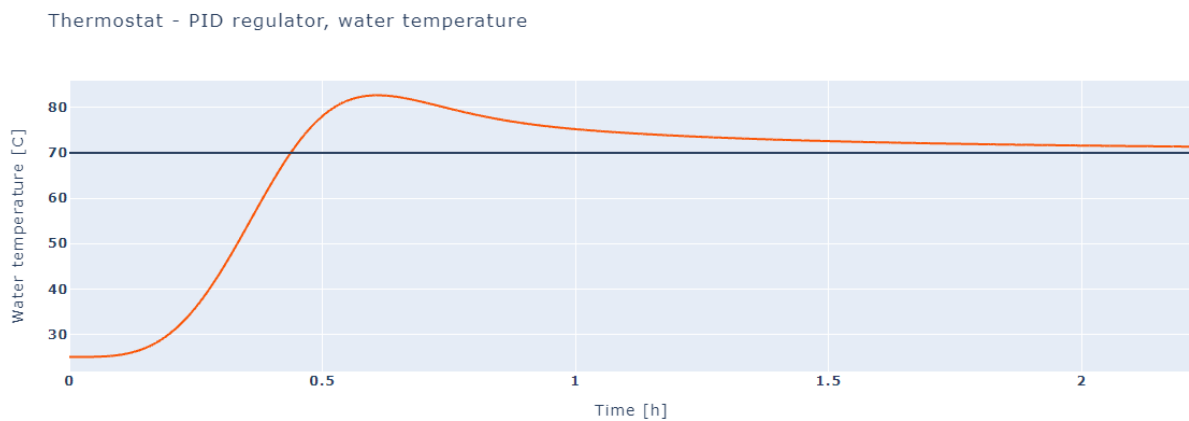
Przedstawiamy wykresy dla trzech różnych sytuacji.

Na stronie widoczne są wartości wykorzystane przy symulacji podgrzewania wody w termostacie do temperatury 70 °C.



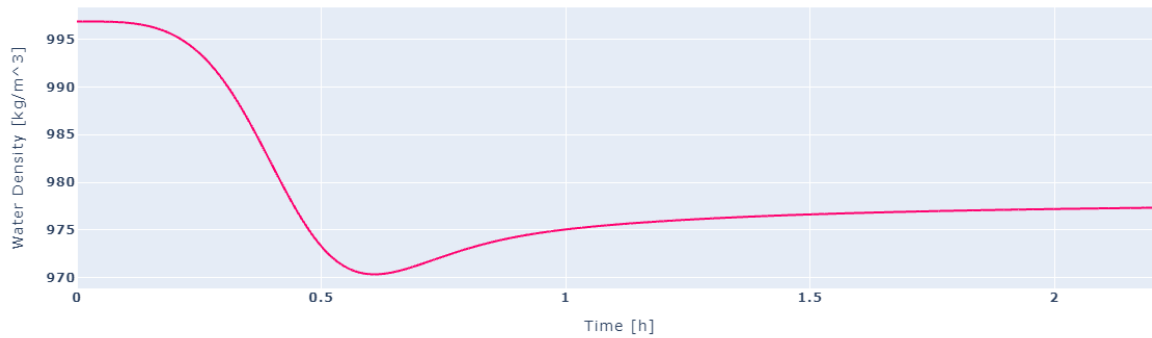
Temperatura otoczenia dla przykładu to 25 °C, materiał wykorzystywany to stal nierdzewna, wzmacnienie regulatora: 0,0001, czas zdwojenia: 0,1 [s], okres próbkowania: 0,1 [s], czas wyprzedzenia: 0,1 [s].

Na poniższym wykresie przedstawiono temperaturę względem czasu. Temperatura typowo dla regulatora PID, na początku wzrasta i uzyskuje wartość wyższą od porządaną, aby następnie się ustabilizować i uzyskać wartość zbliżoną do 70 °C.



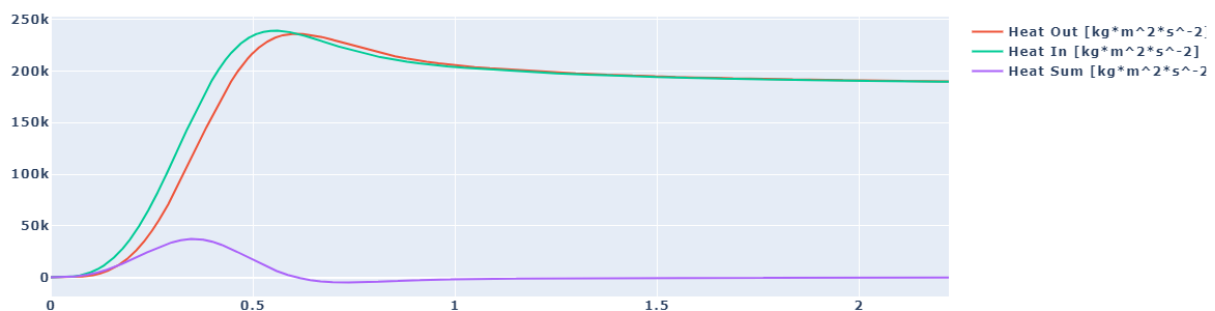
Gęstość wody jest wyznaczana na podstawie jej aktualnej temperatury i jest wyprowadzana z wyznaczonego przez nas wzoru.

Thermostat - PID regulator, water density

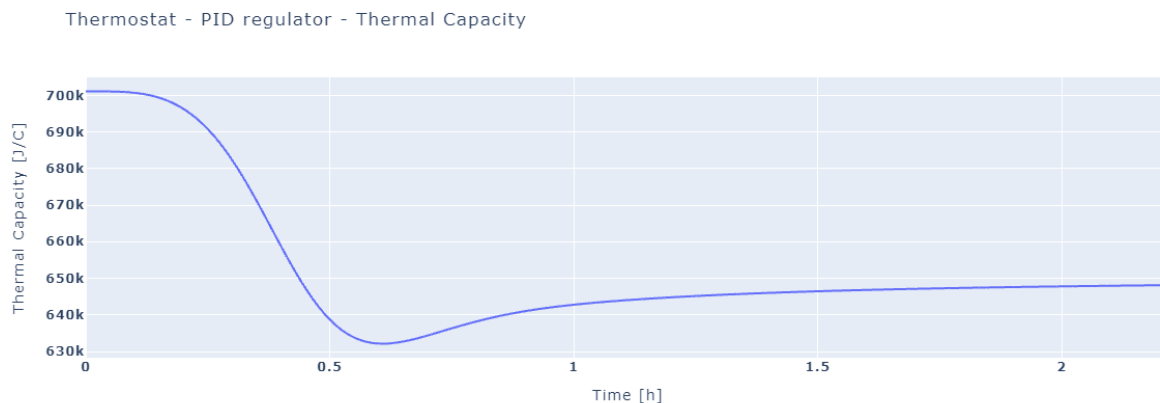


Wartości ciepła dostarczanego przez grzałkę w termostacie prezentują się w następujący sposób względem ciepła traconego do środowiska zewnętrznego. Funkcja Heat Out prezentuje różnicę pomiędzy dostarczonym i traconym ciepłem w termostacie.

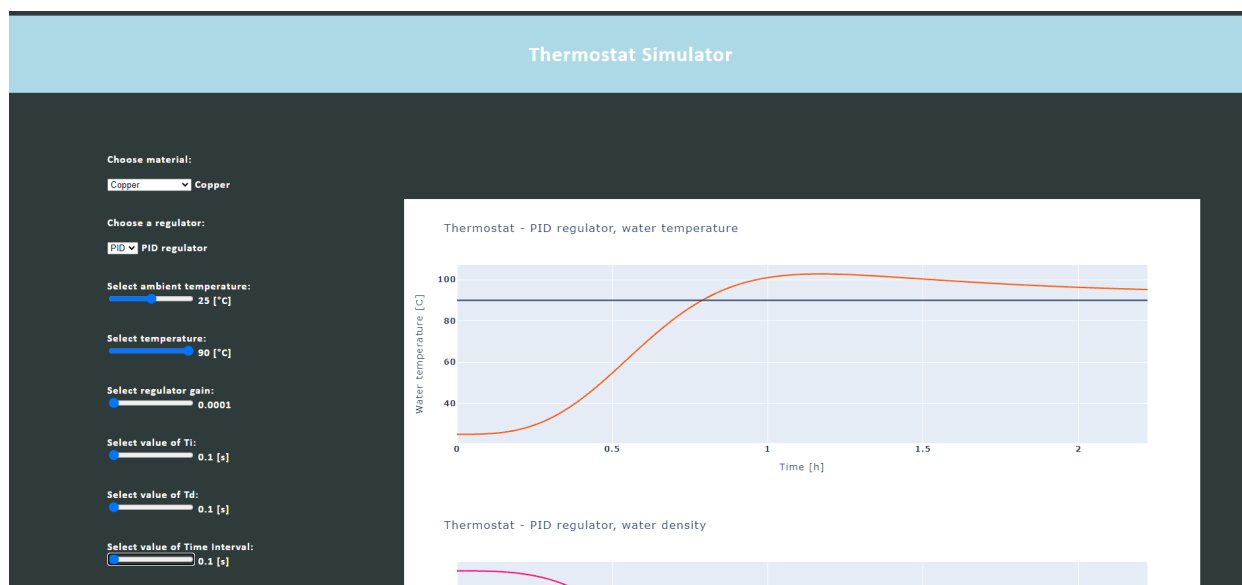
Thermostat - PID regulator, heat



Pojemność cieplna jest iloczynem masy i izochorycznego ciepła właściwego. Izochoryczne ciepło właściwe jest zależne od funkcji stworzonej przez nas, która jako argumenty przyjmuje obecną temperaturę wody.



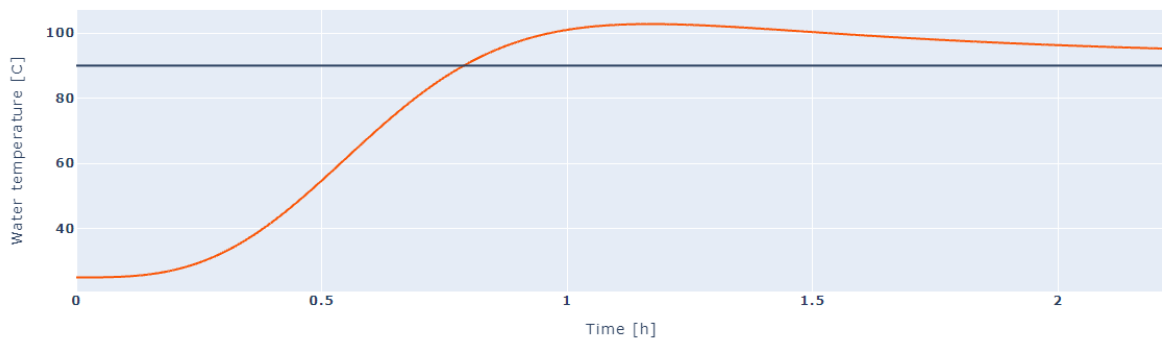
Na stronie widoczne są wartości wykorzystane przy symulacji podgrzewania wody w termostacie do temperatury 90 °C.



Temperatura otoczenia dla przykładu to 25 °C, materiał wykorzystywany to miedź, wzmocnienie regulatora: 0,0001, czas zdwojenia: 0,1 [s], okres próbkowania: 0,1 [s], czas wyprzedzenia: 0,1 [s].

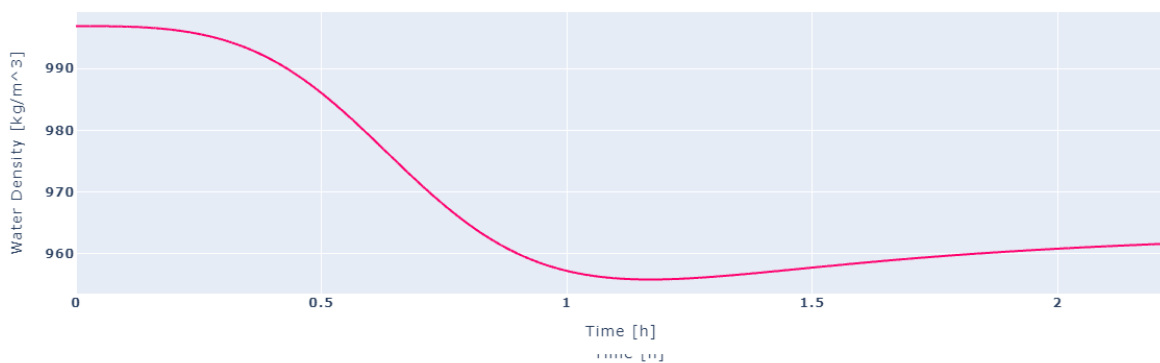
Na poniższym wykresie przedstawiono temperaturę względem czasu. Temperatura znów typowo dla regulatora PID, na początku wzrasta i uzyskuje wartość wyższą od porządanej, aby następnie się ustabilizować i uzyskać wartość zbliżoną do 90 °C. Jednakże tym razem zajmuje to znacznie więcej czasu i proces podgrzewania jest znacznie wydłużony.

Thermostat - PID regulator, water temperature



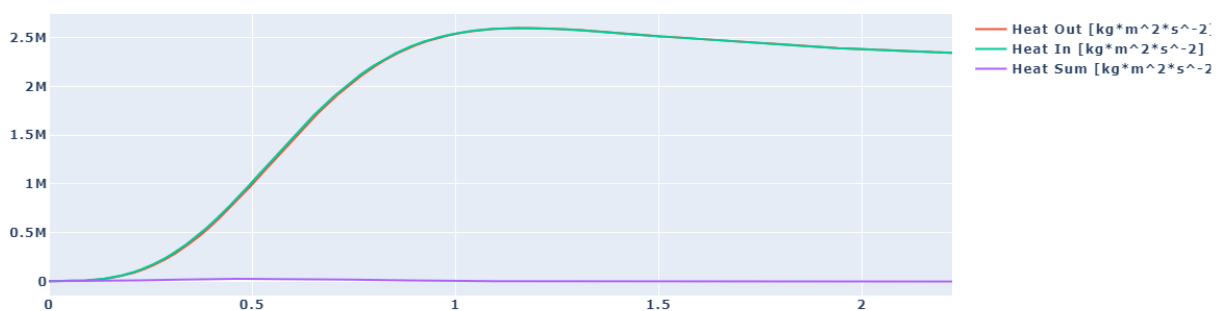
Analogicznie zmienia się gęstość wody oraz prędkość jej zmian:

Thermostat - PID regulator, water density



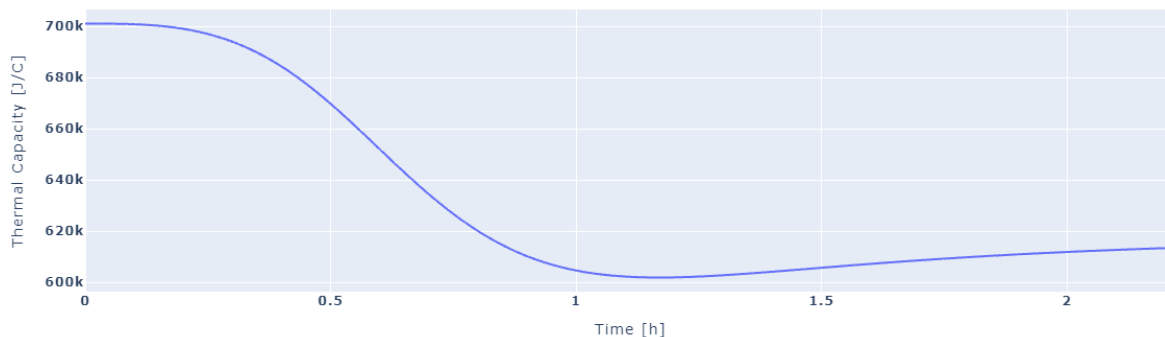
Starty temperatury przy użyciu miedzi okazują się być znikome:

Thermostat - PID regulator, heat

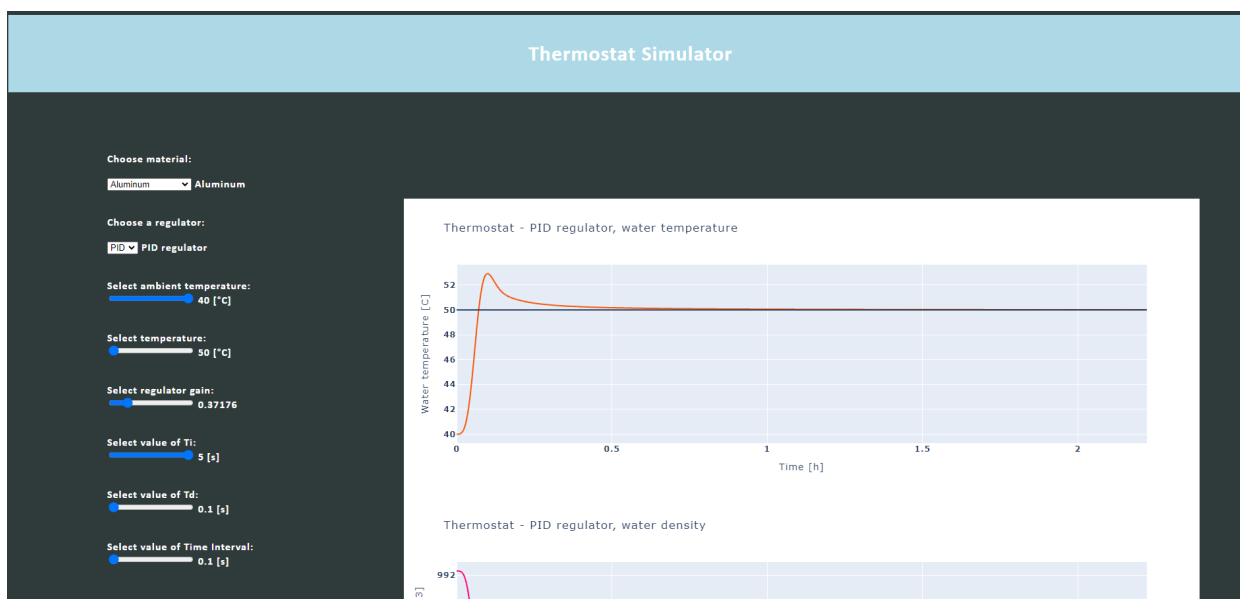


Pojemność cieplna zmienia się znacznie wolniej w porównaniu z przykładem do 70 °C wraz z czasem :

Thermostat - PID regulator - Thermal Capacity



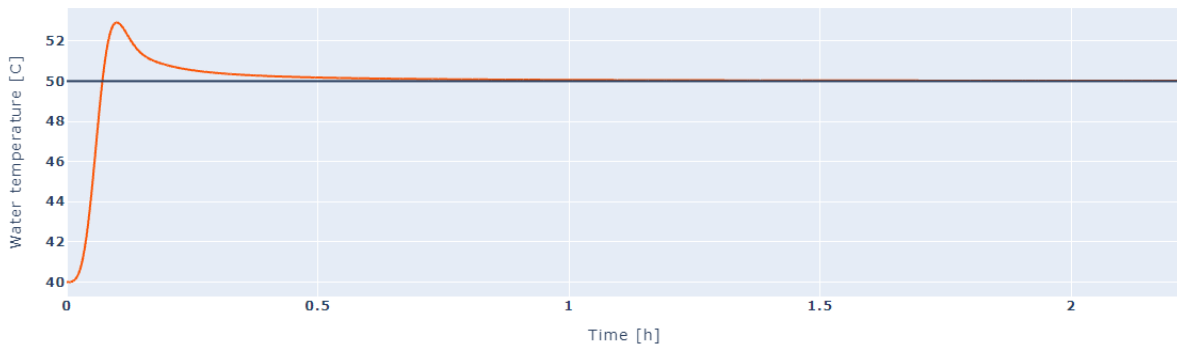
Następny przykład obrazuje wzrost temperatury wody do 50 °C.



Temperatura otoczenia dla przykładu to 40 °C, materiał wykorzystywany to aluminium, wzmacnienie regulatora: 0,37176, czas zdwojenia: 5 [s], okres próbkowania: 0,1 [s], czas wyprzedzenia: 0,1 [s].

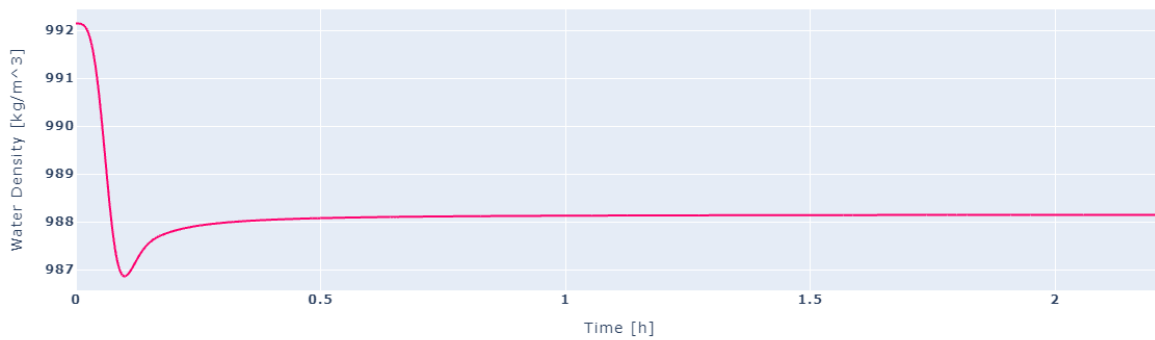
Na wykresie widać, że wzrost temperatury wody jest szybki oraz temperatura niewiele przekracza temperaturę 50 °C, aby następnie szybko się ustabilizować.

Thermostat - PID regulator, water temperature



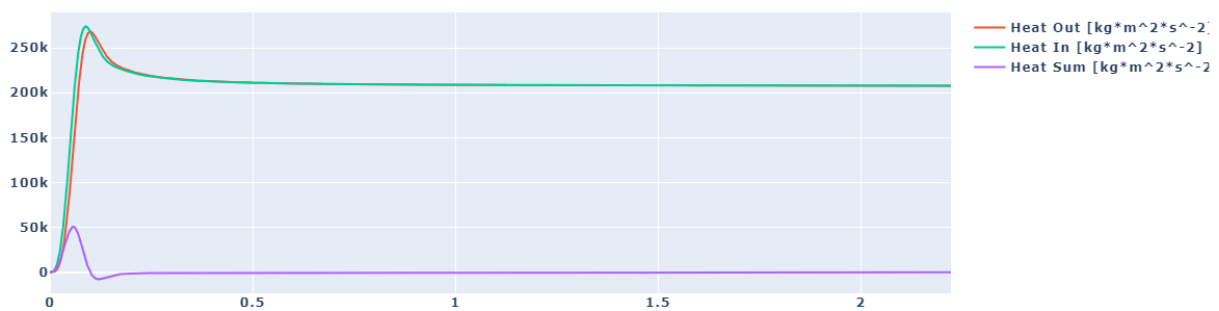
Analogicznie zachowuje się funkcja obrazująca zmiany gęstości wody.

Thermostat - PID regulator, water density



Dla wspomnianych parametrów utraty ciepła do otoczenia okazują się słabo wpływać na ilość ciepła wykorzystywanego do podgrzania wody.

Thermostat - PID regulator, heat



Pojemność cieplna jako, że jest w pełni zależna od temperatury wody będzie zmniejszać się intensywnie na samym początku, a następnie ustabilizuje się.

Thermostat - PID regulator - Thermal Capacity

