V501 und V502

Elektronen im elektr. und im magn. Feld

 ${\bf Robin~Pelkner} \\ {\bf robin.pelkner@tu-dortmund.de} \\$

Joshua Althüser joshua.althueser@tu-dortmund.de

Durchführung: 21.05.2019 Abgabe: 28.05.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Ziels	setzung	3
2	The 2.1 2.2 2.3 2.4 2.5	Erzeugug eines Elektronenstrahls in einer Kathodenstrahlröhre Ablenkung des Elektronenstrahls in einem elektrischen Feld Kathodenstrahl-Oszillograph	3 4 5
3	Dur 6 3.1 3.2	chführung Ablenkung im elektrischen Feld	
4	Aus 4.1 4.2	wertung Ablenkung im E-Feld	
5	Disk 5.1 5.2	Ablenkung im E-Feld	
Lit	teratı	ır	15

1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird die Ablenkung von Elektronen in einem elektrischen, sowie in einem magnetischen Feld untersucht.

2 Theorie

2.1 Erzeugug eines Elektronenstrahls in einer Kathodenstrahlröhre

In diesem Versuch wird eine Kathodenstrahlröhre verwendet wie sie in Abbildung 1 schematisch dargestellt ist. Im Wesentlichen besteht diese Kathodenstrahlröhre aus drei Komponenten: einer sogenannten Elektronenkanone, einem Ablenksystem und einem Nachweissystem. In der Elektronenkanone werden Elektronen mittels Glühemission aus der Kathode, welche aus einem Material mit geringer Austrittsarbeit besteht, gelöst. Die Intensität des Strahls kann dabei über den Wehneltzylinder geregelt werden, welcher die Kathode umgibt. Davor befindet sich eine Elektrode mit im Vergleich zur Kathode hohem Potential, welche die Elektronen beschleunigt. Hinter der Beschleunigungselektrode befinden sich weitere Elektroden, welche den Elektronenstrahl fokussieren. Darauf folgend befindet sich das Ablenksystem, welches aus zwei Plattenpaaren, je ein Paar für je eine abzulenkende Raumrichtung, besteht. Durch Anlegen einer Spannug an die Platten lenkt das enstehende elektrische Feld die Elektronen ab. Dies ist im Nachweissystem sichtbar, welches hier ein Leuchtschirm ist. Wenn die Elektronen auf den Schirm fallen, regen sie sogenannte Aktivatorzentren an, welche im angeregten Zustand Lichtquanten emittieren. Auf diese Weise kann die Ablenkung sichtbar gemacht und ausgemessen werden. Zu Erwähnen sei noch, dass die Kathodenstrahlröhre bis auf einen geringen Restdruck evakuiert ist, um Wechselwirkungen der Elektronen mit den Molekülen der Luft auszuschließen und damit das Ergebnis nicht zu verfälschen.

2.2 Ablenkung des Elektronenstrahls in einem elektrischen Feld

Wenn Elektronen ein elektrisches Feld passieren, wirkt eine Kraft F auf sie, was als Ablenkung von der ursprünglichen Bahn auf dem Detektorschirm zu sehen ist. Zur Veranschaulichung der Zusammenhänge wird sich hier auf Abbildung 2 bezogen. Solange der Abstand d zwischen den Platten wesentlich geringer als deren Länge p ist, kann das elektrische Feld näherungsweise als homogen angenommen werden. Die Kraft die auf ein einzelnes Elektron wirkt ist dann

$$|\vec{F}| = |e_0 \vec{E}| = e_0 \frac{U_{\rm d}}{d},$$
 (1)

wobei e_0 die Elementarladung, \vec{E} das homogene elektrische Feld und $U_{\rm d}$ die angelegte Ablenkspannung ist. Darüberhinaus lässt sich die Verschiebung D des Elektronenstrahls auf dem Leuchtschirm zu

$$D = \frac{p}{2d} L \frac{U_{\rm d}}{U_{\rm B}} \tag{2}$$

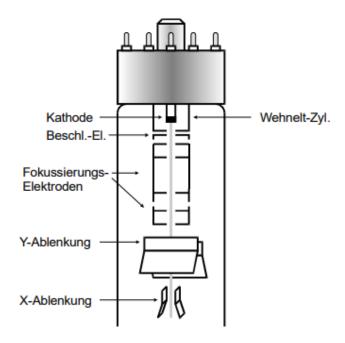


Abbildung 1: Aufbau des Kathodenstrahlrohrs [1].

bestimmen. Hierbei ist L der Abstand zwischen Kathode und Detektorschirm und $U_{\rm B}$ die angelegte Beschleunigungsspannung.

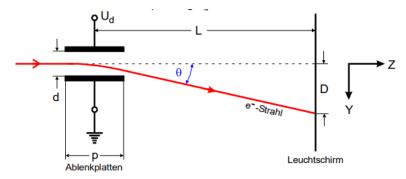


Abbildung 2: Schematische Darstellung der Strahlablenkung im Kathodenstrahlrohr [1].

2.3 Kathodenstrahl-Oszillograph

Das zuvor beschriebene Kathodenstrahlrohr kann so umgebaut werden, dass es zur Darstellung der Zeitabhängigkeit von Wechselspannungen genutzt werden kann. Dazu wird eine Sägezahnspannung an die Platten für die horizontale Ablenkung angeschlossen. An das andere Plattenpaar wird die Spannung angeschlossen, welche es zu untersuchen

gilt. Durch korrekte Einstellung des Frequenzverhältnisses der beiden angelegten Spannungen ist es möglich den zeitlichen Verlauf der angelegten Wechselspannung auf dem Detektorschirm darzustellen. Dazu muss gelten:

$$n\nu_{\rm S} = m\nu_{\rm We}; n, m \in \mathbb{N}.$$
 (3)

Hierbei bezeichnet $\nu_{\rm S}$ die Frequenz der Sägezahnspannung und $\nu_{\rm We}$ die Frequenz der zu untersuchenden Wechselspannung.

2.4 Ablenkung des Elektronenstrahls in einem homogenen Magnetfeld

Ein annähernd homogenes Magnetfeld kann durch ein Helmholtzspulenpaar erzeugt werden. Dieses erechnet sich in der Mitte des Spulenpaares über

$$B = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{NI}{R},\tag{4}$$

wobei N die Windungsanzahl, I die Stromstärke, R der Spulenradius und μ_0 die magnetische Feldkonstante ist. In einem homogenen Magnetfeld wirkt die sogenannte Lorentzkraft

$$\vec{F}_{\rm L} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \tag{5}$$

auf bewegte Ladungen. Dabei ist $q=e_0$ die Ladung eines Elektrons, \vec{v} die Geschwindigkeit des Elektrons und \vec{B} die Stärke des angelegten Magnetfeldes. Da die potentielle Energie der Elektronen konstant ist, gilt nach der Energieerhaltung, dass $|\vec{v}|=v_0$ ebenfalls konstant sein muss. Durch Gleichsetzen der Lorentzkraft mit der Zentrifugalkraft ergibt sich der Krümmungsradius der abgelenkten Bahn zu

$$r = \frac{m_0 v_0}{e_0 B},\tag{6}$$

wobei m_0 die Masse eines Elektrons ist. Bei Anlegung eines konstanten Magnetfeldes ist der gesamte rechte Term der Gleichung konstant. Daraus folgt, dass sich das Elektron auf einer Kreisbahn bewegt.

2.5 Spezifische Elektronenladung

Für den Krümmungsradius r kann mittels geometrischer Überlegungen, dargestellt in Abbildung 3, ein Zusammenhang zur Länge L des Kathodenstrahlrohrs und der Ablenkung D auf dem Detektorschirm hergestellt werden. Dazu wird außerdem der Energiesatz

$$v_0 = \sqrt{2\frac{U_{\rm B}}{e_0}} m_0 \tag{7}$$

verwendet. Es folgt:

$$r = \frac{L^2 + D^2}{2D},\tag{8}$$

womit sich für die spezifische Ladung die Gleichung

$$\frac{e_0}{m_0} = \frac{8U_{\rm B}D^2}{(L^2 + D^2)B^2} \tag{9}$$

ergibt.

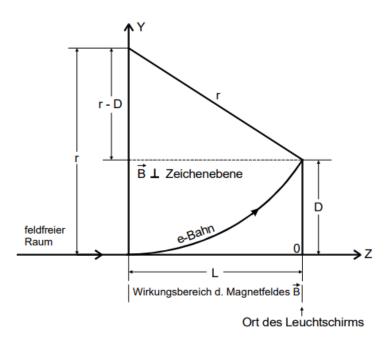


Abbildung 3: Skizze zur Bestimmung der geometrischen Beziehungen zwischen L, D und r [1].

3 Durchführung

3.1 Ablenkung im elektrischen Feld

Im ersten Versuchsteil wird die Ablenkung der Elektronen im elektrischen Feld untersucht. Dazu wird die Schaltung aus Abbildung 4 verwendet. Es werden nun fünf veschiedene Beschleunigungsspannungen im Bereich von 180V bis 500V angelegt. Die Ablenkspannung, welche am Voltmeter abzulesen ist, wird so eingestellt, dass die Elektronen, nacheinander auf die neun äquidistanten Linien des auf dem Detektorschirm angebrachten Koordinatennetzes fallen. Diese Ablenkspannungen werden notiert. Dabei ist darauf zu achten, dass der zusehende Leuchtfleck keine große Ausdehenung hat. Des Weiteren wird der Abstand der neun Linien voneinander gemessen und ebenfalls notiert.

Anschließend wird die Schaltung aus Abbildung 5 verwendet. Hierbei soll der in Unterabschnitt 2.3 aufgestellte Zusammenhang zwischen der Frequenz der Sägezahnspannung und einer angelegten Sinusspannung untersucht werden. Bei konstanter Beschleunigungsspannung von werden vier verschieden Vielfache $(n=\frac{1}{2},1,2,3)$ der Sinusspannung untersucht

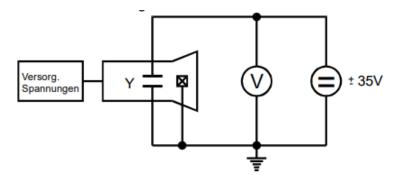


Abbildung 4: Schaltskizze zur Untersuchung des Zusammenhanges zwischen Beschleunigungsspannung und Verschiebung auf dem Detektorschirm [1].

und die zugehörigen Frequenzen der Sägezahnspannung notiert, bei denen ein stehendes Bild einer Sinuswelle zu sehen ist.

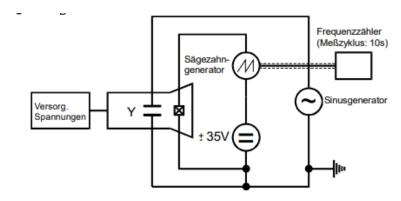


Abbildung 5: Schaltskizze zur Untersuchung des Zusammenhangs von Sägezahn- und angelegter Wechselspannung [1].

3.2 Ablenkung im magnetischen Feld

Im zweiten Versuchsteil wird das Kathodenstrahlrohr in die Mitte eines Helmholtzspulenpaares, welches dort ein weitgehend homogenes Magnetfeld erzeugen kann, gebracht. Die
technischen Daten des Spulenpaares sind zu notieren. Zu beachten ist, dass die Achse der
Kathodenstrahlröhre in Richtung der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes ausgerichtet wird. Zur Bestimmung dieser wird ein Deklinatorium-Inklinatorium verwendet.
Das durch das Helmholtzspulenpaar erzeugte Magnetfeld kann durch eine Stromquelle
eingestellt werden. Es soll nun für die konstanten Beschleunigungsspannungen 250V und
400V, die Auslenkung in Abhängigkeit von der Stromstärke bestimmt werden. Hierzu
werden wie zuvor die neun äquidistanten Linien am Kathodenstrahlrohr verwendet und
die zugehörigen Stromstärken notiert. Dabei muss der Elektronenstrahl aber zunächst
bei einer Stromstärke von 0A auf die erste Linie gebracht werden.

Anschließend wird die Intensität des Erdmagnetfeldes am Ort des Versuchs untersucht. Mittels des Inklinatoriums wird dazu zunächst der Inklinationswinkel bestimmt. Dieser ist der Winkel zwischen der Horizontalebene und der Richtung des Magnetfeldes. Hierzu wird das Inklinatorium in Nord- beziehungsweise Südrichtung ausgerichtet und anschließend um 90° gekippt. Die Nadel zeigt nun in Richtung des Erdmagnetfeldes. Dieser Winkel wird notiert. Des Weiteren wird das Kathodenstrahlrohr bei ausgeschaltetem Magnetfeld so eingestellt, dass der Elektronenstrahl auf einen Punkt trifft, welcher leicht ablesbar ist. Dieser Punkt wird sich gemerkt. Der gesamte Aufbau wird nun um 90°, sodass das Kathodenstrahlrohr in Ost-/Westrichtung zeigt. Der Elektronenstrahl wird nun auf eine andere Postion treffen. Das Magnetfeld wird nun aktiviert und der Strom so geregelt, dass der Elektronenstrahl wieder auf die vorherige Position trifft. Der Wert der Stromstärke wird notiert.

4 Auswertung

4.1 Ablenkung im E-Feld

Zunächst werden die Daten aus Tabelle 1 in Diagrammen aufgetragen. Durch diese wird je eine Ausgleichsgerade der Form

$$D = a_i \cdot U_d + b_i \tag{10}$$

gelegt. Dabei gehören die a_i und b_i zu den Beschleunigungspannungen in aufsteigender Reihenfolge. Die somit entstehenden Graphen sind in Abbildung 6 zu sehen. Mittels Python 3.7.0 werden die Koeffizienten als

$$\begin{aligned} a_1 &= (1,29 \pm 0,01) \, \frac{\text{mm}}{\text{V}} \\ b_1 &= (13,9 \pm 0,2) \, \text{mm} \\ a_2 &= (1,04 \pm 0,01) \, \frac{\text{mm}}{\text{V}} \\ b_2 &= (14,8 \pm 0,2) \, \text{mm} \\ a_3 &= (0,914 \pm 0,007) \, \frac{\text{mm}}{\text{V}} \\ b_3 &= (14,0 \pm 0,1) \, \text{mm} \\ a_4 &= (0,80 \pm 0,01) \, \frac{\text{mm}}{\text{V}} \\ b_4 &= (13,8 \pm 0,2) \, \text{mm} \\ a_5 &= (0,694 \pm 0,004) \, \frac{\text{mm}}{\text{V}} \\ b_5 &= (14,04 \pm 0,07) \, \text{mm} \end{aligned}$$

bestimmt. Dabei entsprechen die a_i der jeweiligen Empfindlichkeit $\epsilon_i := \frac{D}{U_d}$ zu den jeweiligen Beschleunigungspannungen.. Diese wird in einem weiteren Plot gegen das

 ${\bf Tabelle~1:}~{\bf Gemessene~Ablenkungen~bei~verschiedenen~Ablenk-~und~Beschleunigungsspannungen.}$

(a) U_{B}	(a) $U_{\mathrm{B}} = 250 \mathrm{\ V}$		(b) $U_{\mathrm{B}} = 300 \mathrm{\ V}$		(c) $U_{\rm B}=350~{ m V}$	
U_d / V	D / mm		U_d / V	D / mm	U_d / V	D / mm
-11,1	0		-14,4	0	-15,8	0
-6,2	6		-8,7	6	-8,9	6
-1,4	12		-2,7	12	-1,9	12
3,4	18		3,1	18	4,6	18
8,1	24		9,2	24	11,2	24
12,3	30		15,0	30	17,7	30
17,6	36		20,8	36	24,2	36
21,7	42		26,4	42	30,9	42
25,8	48		30,9	48	36,5	48

(d) U _B	= 400 V	(e) $U_{\rm B} = 450 \text{ V}$		
U_d / V	D / mm	U_d / V	D / mm	
-17,8	0	-20,2	0	
-10,1	6	-11,9	6	
-2,2	12	-2,7	12	
5,8	18	5,7	18	
13,2	24	14,7	24	
20,5	30	22,8	30	
28,4	36	31,6	36	
$33,\!8$	42			

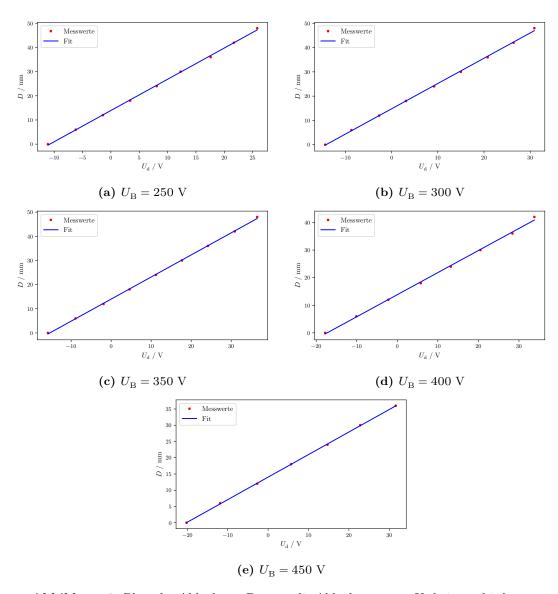


Abbildung 6: Plots der Ablenkung Dgegen die Ablenkspannung $U_{\rm d}$ bei verschiedenen Beschleunigungspannungen $U_{\rm B}.$

Inverse der Beschleunigungspannung $U_{\rm B}$ aufgetragen. Durch diese Werte wird ebenfalls eine Ausgleichsgerade der Form

$$\epsilon_i = \frac{pL}{2d} \cdot \frac{}{U_{\rm B}} + b \tag{11}$$

gelegt. Der entsprechende Graph ist in Abbildung 7 zu sehen.

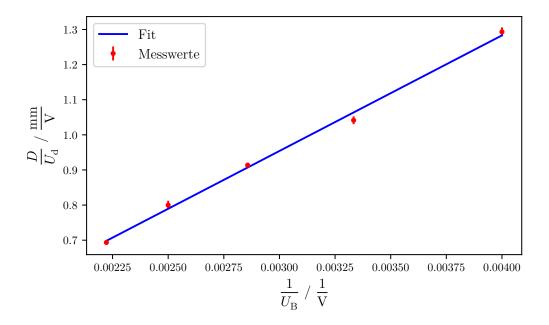


Abbildung 7: Plot der Beschleunigungspannung $U_{\rm B}$ gegen die zuvor berechneten Parameter.

Erneut mittels Python 3.7.0 werden die Koeffizienten als

$$\begin{aligned} \frac{pL}{2d} &= (330 \pm 10) \, \mathrm{mm} \\ b &= (-0, 03 \pm 0, 03) \, \frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{V}} \end{aligned}$$

bestimmt. Zu Vergleichszwecken wird die Größe, welche die Steigung der Geraden bestimmt, mit den Theoriewerten berechnet

$$\frac{pL}{2d} = 357, 5 \,\text{mm}.$$
 (12)

Dabei sind die Geräteabmessungen gegeben durch

$$p = 19 \,\text{mm}$$

 $L = 143 \,\text{mm}$
 $d = 3, 8 \,\text{mm}$.

Weiterhin kann aus den Werten in Tabelle 2 die Frequenz einer Sinusspannung bestimmt werden.

Tabelle 2: Frequenz der Sägezahnspannung und Multiplikator n, um die Frequenz der Sinusspannung zu erhalten.

$\nu_{ m S\ddot{a}gezahn}$ / Hz	n
25,03	0,5
50,03	1
100,03	2
150,03	3

Dazu werden die Frequenzen der Sägezahnspannung $\nu_{\text{Sägezahn}}$ durch n dividiert und gemittelt.

Damit ergibt sich

$$\nu_{\text{Sinus}} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} \frac{\nu_{i,\text{Sägezahn}}}{n_i} = 50,029 \,\text{Hz}$$
(13)

und deren Abweichung zu

$$\Delta\nu_{\rm Sinus} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \cdot \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\nu_{i, \rm S\"{a}gezahn}}{n_i} - \nu_{\rm Sinus}\right)^2} = 0,005 \, \rm Hz. \tag{14}$$

Dabei ist N die Anzahl der Messwerte.

4.2 Ablenkspannung im B-Feld

Es werden zunächst die Daten aus Tabelle 3 in einem Diagramm aufgetragen. Durch diese wird anschließend eine Ausgleichsgerade der Form

$$\frac{D}{D^2 + L^2} = a_i B + b_i \tag{15}$$

gelegt. Dabei wird das Magnetfeld des Helmholtz-Spulenpaares nach Gleichung (4) berechnet. Dabei werden die Abmessungen an der Apperatur abgelesen:

$$R = 0,282 \,\mathrm{m}$$

 $N = 20.$

Tabelle 3: Gemessene Ablenkungen bei verschiedenen Stromstärken und Beschleunigungsspannungen.

(a) $U_{\rm B}=250~{ m V}$		(b) $U_{\rm B} = 400 \ { m V}$	
<i>I</i> / A	D / mm	I / A	D / mm
0,0	0	0,0	0
0,3	6	$0,\!45$	6
$0,\!65$	12	0,9	12
1,0	18	$1,\!35$	18
$1,\!35$	24	1,75	24
$1,\!65$	30	$2,\!15$	30
1,95	36	2,65	36
$2,\!35$	42	3,05	42
$2,\!65$	48		

Zu beachten ist, dass L den Wirkungsbereich des ablenkenden Feldes beschreibt. Daher ist in diesem Versuchsteil $L=175\,\mathrm{mm}$. Der entsprechende Plot ist in Abbildung 8 zu sehen.

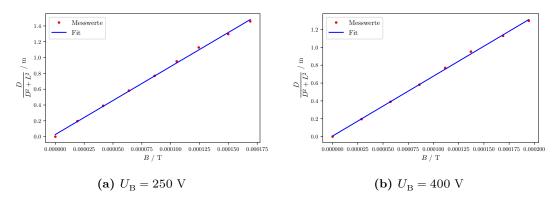


Abbildung 8: Plots der Ablenkung D gegen das ablenkende Magnetfeld B bei verschiedenen Beschleunigungspannungen $U_{\rm B}$.

Mittels Python 3.7.0 werden die Koeffizienten als

$$\begin{split} a_1 &= (8,6\pm 0,1)\cdot 10^3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{T}}\\ b_1 &= (3\pm 1)\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}\\ a_2 &= (7,70\pm 0,08)\cdot 10^3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{T}}\\ b_2 &= (6\pm 9)\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} \end{split}$$

bestimmt. Damit ist nach Gleichung (9) die spezifische Elektronenladung als

$$\left(\frac{e_0}{m_0}\right)_{250\text{V}} = (1, 48 \pm 0, 03) \cdot 10^{11} \, \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$
$$\left(\frac{e_0}{m_0}\right)_{400\text{V}} = (1, 90 \pm 0, 04) \cdot 10^{11} \, \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

gegeben.

Zur Bestimmung des lokalen Erdmagnetfeldes wird das Magnetfeld des Helmholtz-Spulenpaares berechnet, welches nötig ist, um die Auslenkung des Strahles auf den Ursprungspunkt zurückzusetzen. Die gemessene Stromstärke beträgt $I_0=0,04\,\mathrm{A}$, womit sich nach Gleichung (4) das Magnetfeld zu $B_0=2,55\,\mathrm{\mu T}$ berechnet. Dies ist jedoch nur die horizontale Komponente des Magnetfeldes so bestimmt werden kann, wird die vertikale errechnet. Damit ist das Gesamtmagnetfeld gegeben durch

$$B_{\text{Erde}} = \frac{B_0}{\cos(\phi)} = 5,34 \,\mu\text{T},$$

wobei $\phi = 62^{\circ}$ ist.

5 Diskussion

5.1 Ablenkung im E-Feld

Die experimentell bestimmte Größe für das Verhältnis zwischen $\frac{D}{U_d}$ und $\frac{1}{U_{\rm B}}$ ist

$$\frac{pL}{2d} = (330 \pm 10)$$
 mm.

Der Theoriewert beträgt 357,5 mm, was lediglich um 8,3% größer ist als der experimentell bestimmte Wert. Die Ausgleichsgeraden nähern die Messwerte ebenfalls sehr gut an.

Zu bemerken ist, dass der leuchtende Punkt auf dem Schirm nicht sehr scharf ist, was zu Fehlern beim Ablesen führen kann. Des Weiteren ist die Skala ohne Längenangaben vorliegend, sodass die einzelnen Abstände zusätzlich analog gemessen werden müssen. So können die Abweichungen gut erklärt werden.

Der Wert der Frequenz der Sinusspannung beträgt $\nu_{\rm Sinus} = (50,029 \pm 0,005)\,\rm Hz$. Die Messwerte weisen eine gute lineare Abhängigkeit auf, was die geringe Standardabweichung von 0,001% erklärt. Es ist jedoch zu bemerken, dass das Bild auf dem Schirm nie exakt starr einzustellen ist. Wenn eine gewisse Zeit gewartet wurde, so begann das Bild sich erneut zu bewegen.

Des Weiteren sorgen analoge Messgeräte für Ungenauigkeiten beim Ablesen der Messwerte.

5.2 Ablenkung im B-Feld

Die experimentell bestimmen spezifischen Elektronenladungen betragen

$$\left(\frac{e_0}{m_0}\right)_{250\text{V}} = (1, 48 \pm 0, 03) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$
$$\left(\frac{e_0}{m_0}\right)_{400\text{V}} = (1, 90 \pm 0, 04) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

und der Literaturwert

$$\left(\frac{e_0}{m_0}\right)_{\text{Literatur}} \approx 1,758 \cdot 10^{11} \, \frac{\text{C}}{\text{kg}} \, [3].$$

Für eine Beschleunigungsspannung von $U_B=250\,\mathrm{V}$ beträgt die Abweichung 16 %, für 400 V beträgt sie 8 %. Auch diese Ausgleichsgeraden nähern die Messwerte gut an. Dieselben Ungenauigkeiten wie im ersten Versuchsteil treffen auch hier zu, womit die geringen Abweichungen erklärt werden können.

Im letzten Versuchsteil wird das Erdmagnetfeld als $B_{\rm Erde}=5,34\,\mu{\rm T}$ bestimmt. Der Literaturwert beträgt $B_{\rm Erde,\ Lit}=4,910\,\mu{\rm T}$ [2]. Es fällt auf, dass dieser fast 10 mal größer als der experimentell bestimmte Wert ist. Dies kann jedoch dadurch erklärt werden, dass das Deklinatorium-Inklinatorium sehr veraltet ist und sich kaum bis gar nicht ausrichtet, sodass die Richtung des Erdmagnetfeldes nur mit sehr starker Abweichung bestimmt werden kann.

Literatur

- [1] TU Dortmund. V501 und V502 Elektronen im elektr. und im magn. Feld. 2019.
- [2] GFZ German Research Centre For Geosciences. ISDC: IGRF Declination Calculator. Mai 2019. URL: http://isdc.gfz-potsdam.de/igrf-declination-calculator/.
- [3] National Institute of Standards und Technology. CODATA Value: electron charge to mass quotient. Mai 2019. URL: https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?esme.