V401

Michelson-Interferometer

Robin Pelkner
robin.pelkner@tu-dortmund.de

Joshua Althüser
joshua.althueser@tu-dortmund.de

Durchführung: 29.04.2019 Abgabe: 07.05.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll die Wellenlänge eines Lasers und die Brechungsindizes von Luft bei verschiedenen Drücken mit einem Michelson-Interferometer untersucht werden.

2 Theorie

2.1 Interferenzerscheinungen bei Licht

Licht ist eine elektromagnetische Welle, bei der sich die Feldstärke am Ort x und zum Zeitpunkt t mittels der Maxwell-Gleichungen über

$$E(x,t) = E_0 \cos(kx - \omega t - \delta) \tag{1}$$

bestimmen lässt. Dabei ist $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ mit der Wellenlänge λ die Wellenzahl, ω die Kreisfrequenz und δ eine beliebige Phase. Da die Maxwell-Gleichungen lineare partielle Differentialgleichungen sind, gilt für die Lösungen dieser, also in diesem Fall Gleichung (1), das Superpositionsprinzip. In der Praxis wird häufig die Intensität gemessen, da diese sich einfacher beobachten lässt. Diese berechnet sich dabei über

$$I = \text{const} \cdot |E_0|^2. \tag{2}$$

Damit ergibt sich bei der Superposition von zwei Wellen eine Intensität von

$$I_{\text{ges}} = \text{const} \cdot 2|E_0|^2(1 + cos(\delta_2 - \delta_1)). \tag{3}$$

Der letzte Summand bildet den sogenannten Interferenzterm. Dieser ist abhängig von den Phasen der beiden Wellen und sorgt dafür, dass die Gesamtintensität zwischen $+\text{const} \cdot 2|E_0|^2$ und $-\text{const} \cdot 2|E_0|^2$ schwanken kann. Daraus folgt des Weiteren, dass die Intensität verschwindet, wenn $\delta_2 - \delta_1$ ein ungerades Vielfaches von π ist.
Es ist jedoch zu beachten, dass Licht aus verschiedenen Quellen im Allgemeinen nicht interferenzfähig ist. Dies liegt daran, dass das Licht bei der Emittierung in Atom statistisch verteilt ist und der Interferenzterm verschwindet, wenn über einen genügend großen Zeitraum gemittelt wird. Diese Art von Licht wird inkohärent genannt. Im Gegensatz dazu steht das sogenannte kohärente Licht, welches nach Gleichung (1) ein festes k, ω sowie δ besitzt. In der Praxis werden häufig Laser genutzt, um solches Licht zu erzeugen. Dabei ist die sogenannte Kohärenzlänge l_C eben diese, die das Licht in der Zeit zurücklegt, in der von der Quelle noch Licht mit den oben benannten Eigenschaften aussendet. Bei natürlichem Licht liegt dies im Bereich von 10^{-6} m, Laser hingegen erreichen weit höhere Längen.

2.2 Das Michselson-Interferometer

Bei dem Michselson-Interferometer wird ein Lichtstrahl mit einem semipermeablen Material wie in Abbildung 1 geteilt.

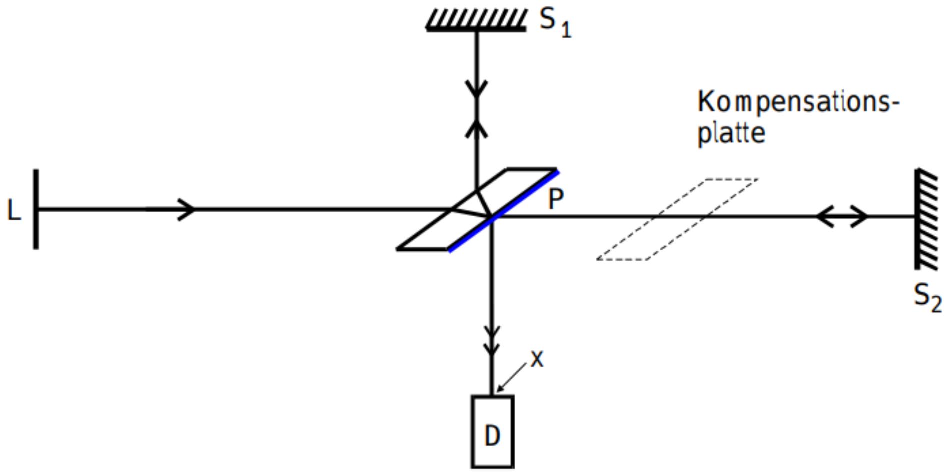

Abbildung 1: Aufbau eines Michelson-Interferometers [1].

Dabei läuft ein Teil des Lichtes durch durch das Material und wird an dem Spiegel S_2 reflektiert, ein anderer Teil wird an dem Material selbst reflektiert und läuft zu Spiegel S_1. Beide Strahlen sollen senkrecht auf die Spiegel auftreffen, sodass sie in umgekehrte Einfallsrichtung reflektiert werden und sich im semipermeablen Material überlagern. Zu bemerken ist, dass an dieser Stelle wieder Strahlteilungen existieren, jedoch wird im Weiteren nur noch der Strahl zum Detektor betrachet. Dieser nimmt Intensitätsminima und -maxima auf und kann so Interferenzerscheinungen messen. Wichtig ist dabei, dass die Strahlen kohärent sein müssen, weshalb die Abstände $\overline{S_1P}$ und $\overline{S_2P}$ nahezu gleich sein müssen. Des Weiteren wird zwischen P und S_2 eine Kompensationsplatte angebracht, da dieser Strahl nicht durch das semipermeable Material laufen und die optische Weglänge ansonsten unterschiedlich wäre.
Verschiebt man den einen der Spiegel um eine Distanz Δd so ergibt sich für die Anzahl der Intensitätsmaxima der Zusammenhang

$$\Delta d = \frac{z\lambda}{2}. \tag{4}$$

Des Weiteren kann ein optischer Wegunterschied erzeugt werden in dem vor einem der Spiegel ein Medium der Breite b und mit dem Brechungsindex $n + \Delta n$ angebracht wird. Dann lässt sich der oben beschriebenen Zusammenhang als

$$b\Delta n = \frac{z\lambda}{2} \tag{5}$$

schreiben. Praktisch lässt sich das Δn durch Druckänderung in einem Gas realisieren. Generell gilt für den Brechungsindex

$$n = \sqrt{1 + f(\lambda)N}, \tag{6}$$

wobei N die Zahl der zu Schwingungen angeregten Dipole pro Volumeneinheit ist. Jedoch ist im Bereich des sichtbaren Lichtes $fN \ll 1$ weshalb die Näherung

$$n = 1 + \frac{fN}{2} \tag{7}$$

genutzt werden kann. Bei Drücken zwischen 0 und 1 bar kann des Weiteren angenommen werden, dass Gase sich wie ideale Gase verhalten. Daraus folgt der Zusammenhang

$$N(p, T) = \frac{pT_0}{Tp_0} N_L, \tag{8}$$

wobei N_L die Loschmidtsche Zahl ist und T_0 sowie p_0 Normalbedingungen beschreiben. Damit lässt sich der Zusammenhang

$$\Delta n(p, p') = \frac{f}{2} N_L \frac{T_0}{p_0} \frac{1}{T} (p - p') \tag{9}$$

finden. Damit lässt sich den Brechungsindex unter Normalbedingungen als

$$n(p_0, T_0) = 1 + \Delta n(p, p') \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'} \tag{10}$$

schreiben.

3 Durchführung

Zunächst wird das Interferometer eingestellt. Dazu wird der Laser eingeschaltet und die Spiegel werden so justiert, dass am Detektor die zwei hellsten Punkte übereinander liegen. Anschließend wird dieser auf die entsprechende Höhe gesetzt und eine Linse zur Vergrößerung des Interferenzmusters angebracht. Ändert sich nun ein Intensitätsminimum zu einem Maximun zählt dies ein angeschlossener Zähler mit.
Mittels einer motorbetriebene Mikrometerschraube kann nun die Distanz zu einem der Spiegel langsam variiert werden. Diese wird so betrieben, dass sie einem Ausschlag zwischen 2 und 8 mm hat. Der Motor wird nun laufen gelassen, bis 3000 Maxima gezählt sind. Die genaue Zahl sowie der genaue Anfangs- und Endwert der Schraube werden notiert. Diese Messung wird 10 mal wiederholt.
Anschließend wird Luft aus einem Behältnis vor dem Spiegel herausgepumpt und vorsichtig wieder herein gelassen. Während des Befüllens wird der Zähler eingeschaltet und die Zahl, die anschließend bei Normaldruck angezeigt wird, wird notiert. Auch diese Messung wird 10 mal wiederholt.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Wellenlänge des Lasers

Zur Bestimmung der Wellenlänge des Lichtes des Lasers, werden aus den gemessenen Daten zu den Verschiebungen des Spiegels Δd und der zugehörigen Anzahl an Interferenzmaxima z mittels Gleichung (4) die jeweiligen Wellenlängen λ bestimmt. Zu beachten ist hierbei allerdings die Übersetzung U am Spiegel, womit alle gemessenen Verschiebungen Δd zunächst mit einem Faktor $\frac{1}{U}$ multipliziert werden müssen. Hier ist die Übersetzung als $U = 5.017$ bekannt. Alle beschriebenen Werte sind in Tabelle 1 zu sehen. Die bestimmten

Tabelle 1: Gemessenene Verschiebungen mit eingerechneter Übersetzung und zugehöriger Anzahl Interferenzmaxima, sowie die jeweilige resultierende Wellenlänge.

Δd / 10^{-3} m	$\frac{\Delta d}{U}$ / 10^{-3} m	z	λ 10^{-9} m
4.73	0.943	3009	626.65
4.80	0.957	3002	637.41
4.75	0.947	3001	630.98
4.87	0.971	3006	645.84
4.71	0.939	3001	625.66
4.79	0.955	3006	635.23
4.77	0.951	3000	633.84
4.75	0.947	3000	631.19
4.75	0.947	3001	630.98
4.80	0.957	3002	637.41

Wellenlängen werden über

$$\overline{\lambda} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} \lambda_i \tag{11}$$

gemittelt, wobei λ_i die einzelnen Wellenlängen sind, welche in Tabelle 1 zu sehen sind. Der Fehler dieses Mittelwertes lässt sich mittels

$$\Delta\overline{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{90}} \sqrt{\sum_{i=1}^{10} (\lambda_i - \overline{\lambda})^2} \tag{12}$$

errechnen, womit sich die gemittelte Wellenlänge dann zu

$$\overline{\lambda} = (633.52 \pm 1.86) \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

ergibt.

4.2 Bestimmung des Brechungsindizes von Luft

Zur Bestimmung des Brechungsindizes von Luft wird bei ansteigenden Druck (von 0.4 bar bis 1 bar), jeweils 10 mal die Anzahl der Interferenzmaxima z aufgenommen. Wie in Tabelle 2 zu sehen ist, ist hier 10 mal der gleiche Messwert aufgenommen worden, weshalb die Betrachtung einer Abweichung hier unsinnig ist und der Wert von $z = 24$ als genau angenommen wird. Über Gleichung (5) kann die Änderung des Brechungsindizes Δn bestimmt werden, wobei $b = 50 \cdot 10^{-3}$ m die Größe der Messzelle und λ die im vorherigen Auswertungsteil bestimmte Wellenlänge ist. Der Wert ergibt sich somit zu

Tabelle 2: Gemessene Anzahl Interferenzmaxima bei konstantem Anfangsdruck $p' = 0.4$ bar.

z
24
24
24
24
24
24
24
24
24
24

$$\Delta n = (0.1520 \pm 0.0004) \cdot 10^{-3},$$

wobei sich der Fehler über

$$\sigma_{\Delta \mathrm{n}} = \frac{z}{2 \cdot b} \Delta\lambda \tag{13}$$

berechnet. Hierbei ist $\Delta\lambda$ der Fehler der Wellenlänge. Der tatsächliche Brechungsindex n lässt sich über Gleichung (10) bestimmen, wobei $T_0 = 273.15$ K die Normaltemperatur, $p_0 = 1.032$ bar der Normaldruck ist. Die Umgebungstemperatur beträgt $T = 293.15$ K. Des Weiteren ist die Messung bei Drücken von $p' = 0.4$ bar bis $p = 1$ bar durchgeführt worden. Damit ist der Brechungsindex

$$n = 1.0002756 \pm 0.0000008,$$

wobei sich der Fehler über

$$\sigma_{\mathrm{n}} = \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'} \cdot \sigma_{\Delta \mathrm{n}} \tag{14}$$

errechnet.

5 Diskussion

Die Wellenlänge des Lasers liegt bei

$$\lambda = (633.52 \pm 1.86) \cdot 10^{-9} \text{ m}.$$

Die Abweichung durch die Mittelung ist mit 0.29% sehr gering, was für eine generell gute Messung spricht, bei der die Messwerte nur geringfügig voneinander abweichen. Dies weist auch auf eine geringe Auswirkung möglicher Fehlerquellen hin, wie die Verfälschung der Messung durch leichte Stöße am Tisch und damit am Versuchsaufbau die nicht immer zu vermeiden sind. Des Weiteren sind Fehler in der Elektronik, wie zum Beispiel der Diode möglich, welche aber als sehr gering einzuschätzen sind. Im zweiten Versuchsteil ergab sich ein Brechungsindex von

$$n = 1.0002756 \pm 0.0000008$$

für die Brechung in Luft. Bei der Messung trat zehnmal der gleiche Messwert auf, was für eine genaue Messung spricht, weshalb bei diesem Wert auch keine Abweichung vorliegt. Der Literaturwert für den Brechungsindex in Luft bei Normaldruck beträgt

$$n_{\text{Lit}} = 1{,}000272 \text{ [2]}$$

und liegt damit 4.5% unterhalb des bestimmten Wertes. Diese Abweichung ist als gut einzuschätzen, da diese Messung von einigen Ungenauigkeiten geprägt ist. Der Fehler der zuvor bestimmten Wellenlänge ist gering und auch in dieser Rechung als gering einzustufen. Die Evakuierung ist durch manuelles Betätigen einer Pumpe vorzunehmen, wobei der Druck von einer analogen Anzeige abzulesen ist und kann daher nur, mit einer für das menschliche Auge ablesbaren Genauigkeit vorgenommen werden. Außerdem ist die Geschwindigkeit der herrausströmenden Luft ebenfalls manuell geregelt und sorgt daher auch für Ungenauigkeiten.

Literatur

[1] TU Dortmund. *V401 - Michelson-Interferometer*. 2019.

[2] Spektrum Akademischer Verlag. *Lexikon der Physik: Brechzahl*. Mai 2019. URL: `https://www.spektrum.de/lexikon/physik/brechzahl/1958`.