

V303 - Lock-In Verstärker

Lock-In Verstärker

Robin Pelkner
robin.pelkner@tu-dortmund.de

Joshua Althüser
joshua.althueser@tu-dortmund.de

Durchführung: 30.11.2018

Abgabe: 06.11.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs	3
2 Theorie	3
3 Aufbau und Durchführung	4
4 Fehlerrechnung	6
5 Auswertung	7
5.1 Messung von verrauschten und unverrauschten Signalen	7
5.2 Messung von Lichtintensität einer LED und einer Photodiode	10
6 Diskussion	12
Literatur	13

1 Ziel des Versuchs

Die Funktionsweise eines Lock-In-Verstärkers soll kennengelernt und überprüft werden.

2 Theorie

Ein Lock-In-Verstärker wird vorallem zur genauen Messung von verrauschten Signalen verwendet. Dazu wird ein Messsignal durch ein Referenzfrequenz ω_0 moduliert, anschließend wird das hierzugehörige Nutzsignal U_{sig} durch einen Bandpassfilter von Rauschanteilen mit höheren und niedrigeren Frequenzen befreit. Danach wird das Signal, wie auch in Abbildung 1 zu sehen, mit einem Referenzsignal U_{ref} , welches dieselbe Frequenz ω_0 wie U_{sig} hat, multipliziert. Die Phase Φ der Referenzspannung im Vergleich zu U_{sig} ist dabei durch einen Phasenschieber veränderlich. Für eine zu messende Sinusspannung, wie im Versuch, gilt also

$$U_{\text{sig}} = U_0 \sin(\omega t) \quad (1)$$

$$U_{\text{ref}} = \frac{4}{\pi} (\sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \dots) \quad (2)$$

wobei U_{ref} durch ein Rechtecksignal moduliert wird. Das gemischte Signal ergibt somit

$$U_{\text{sig}} \times U_{\text{ref}} = \frac{2}{\pi} U_0 (1 - \frac{2}{3} \cos(2\omega t) - \frac{2}{15} \cos(4\omega t) - \dots). \quad (3)$$

Das resultierende Signal $U_{\text{sig}} \times U_{\text{ref}}$ wird anschließend durch einen Tiefpaß über ein Vielfaches der Periodenlänge integriert, was dazu führt, dass die Oberfrequenzen ω des Mischsignals unterdrückt werden. Das Ausgangssignal ist dann

$$U_{\text{out}} = \frac{2}{\pi} U_0 \cos(\Phi). \quad (4)$$

Indem nun $\Delta\Phi = 0$ gewählt wird, werden das Eingangs- und das Referenzsignal synchronisiert, so dass sich Gleichung 4 zu

$$U_{\text{out}} = \frac{2}{\pi} U_0 \quad (5)$$

vereinfacht.

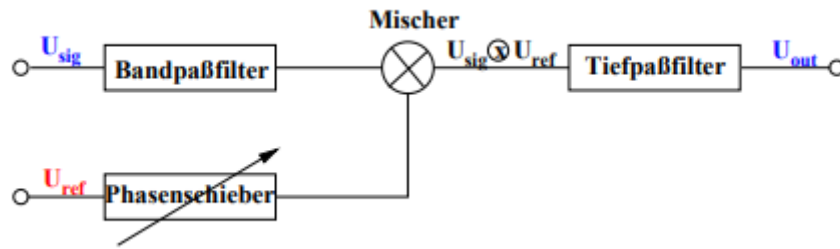


Abbildung 1: Funktionsweise eines Lock-In-Verstärkers [1, S. 1]

3 Aufbau und Durchführung

Zunächst wird die Funktionsweise des Signal Processors bzw. Lock-In Amplifier des Lock-In-Verstärkers betrachtet. Dabei wird die Spannungsamplituden der Ausgänge Reference und Oscillator auf Variation bzw. Konstanz mittels eines angeschlossenen digitalen Oszillators hin überprüft. Der konstante Amplitudenwert wird notiert. Anschließend ist die Schaltung, welche in Abbildung 2 zu sehen ist, schrittweise aufzubauen, wobei der Noise Generator für diesen Teil ersteinmal überbrückt wird. Zuerst wird nur ein sinusförmiges Eingangssignal U_{sig} mit einer Frequenz von 1 kHz und einer Spannung von 10 mV auf den Verstärker gegeben und danach mit einer ebenfalls sinusförmigen Referenzspannung U_{ref} , gleicher Frequenz, gemischt. Das resultierende Signal wird auf dem digitalen Oszilloskop ausgegeben. Für fünf verschiedene Phasen der Referenzspannung, welche am Reference Ausgang einstellbar ist, wird eine Grafik erstellt. Anschließend wird die Schaltung, wie in Abbildung 2, vollständig nachgebaut, wobei der Noise Generator weiterhin überbrückt wird. Nun wird wieder das Ausgangssignal betrachtet, welches nun allerdings integriert wird, das heißt mit Nutzung des angeschlossenen Tiefpasses. In diesem Aufbau werden verschiedene Ausgangsspannungen in Abhängigkeit von der Phasenverschiebung der Referenzspannung aufgenommen, welche wieder am Reference Ausgang verändert wird. In einem nächsten Schritt wird der Noise Generator wie in Abbildung 2 angeschlossen. Zu Beachten ist, dass sich die vom Noise Generator erzeugten Rauschsignale in der selben Größenordnung befinden wie die Signalspannung U_{sig} . Wie schon zuvor wird nun wieder die Ausgangsspannung U_{out} in Abhängigkeit der Phasenverschiebung aufgenommen. In einem letzten Schritt ist der Lock-In-Verstärker auf die Rauschunterdrückung hin zu untersuchen. Hierzu wird, wie in Abbildung 3 dargestellt, die Schaltung modifiziert, so dass nun statt des Noise Generators eine LED und eine Photodiode geschaltet sind, welche einen Abstand r von einander haben. Zu Beachten ist, dass die LED mit einer Rechteckspannung versorgt wird, welche im Frequenzbereich von 50 Hz bis 500 Hz liegt, weshalb hier mit einer 300 Hz Rechteckspannung gearbeitet wird. Es wird die Lichtintensität der LED in Abhängigkeit des veränderlichen Abstandes r gemessen und notiert. Außerdem ist der maximale Abstand r_{max} zu bestimmen, an dem das Licht der LED noch mit der Photodiode nachgewiesen werden kann.

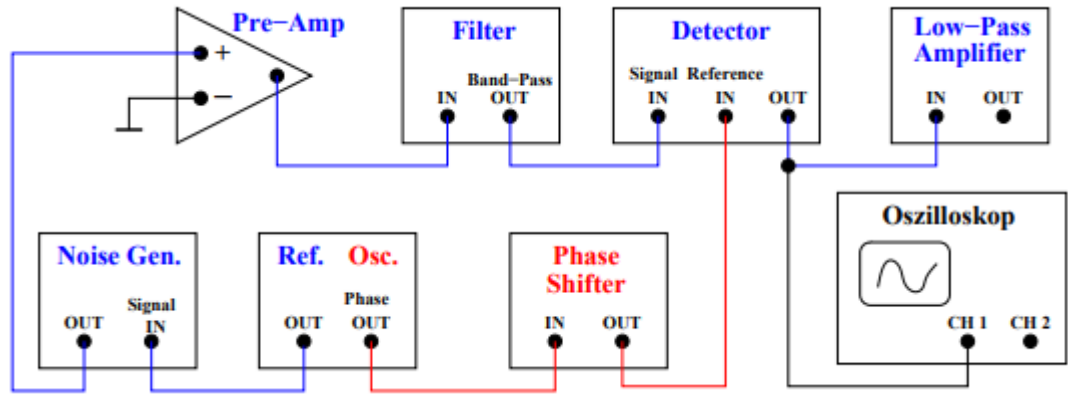


Abbildung 2: Schaltskizze zur Messung der Ausgangsspannung in Abhängigkeit zur Phasenverschiebung [1, S. 4]

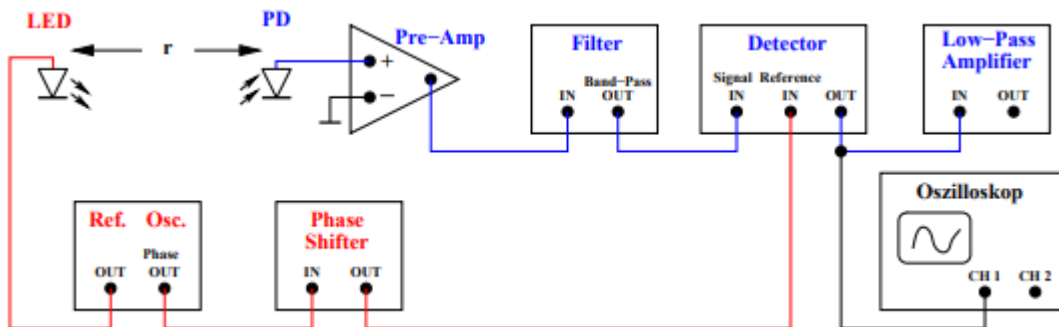


Abbildung 3: Schaltskizze zur Überprüfung der Rauschunterdrückung des Lock-In-Verstärkers mittels einer Photodiode [1, S. 5]

4 Fehlerrechnung

Wenn fehlerhafte Größen in Rechnungen verwendet werden, so muss der neue Fehler mittels der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet werden. Der neue Fehler ist dann

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=0}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2}, \quad (6)$$

wobei f die zu errechnende Größe bezeichnet und die x_i die fehlerbehafteten Größen, von denen f abhängt. Wenn Mittelwerte zu bestimmen sind, errechnen sich diese durch

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i. \quad (7)$$

Der zum Mittelwert gehörige Fehler ist

$$\Delta \bar{x} = \frac{1}{\sqrt{N \cdot (N-1)}} \sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (8)$$

Lineare Ausgleichsgeraden berechnen sich über

$$y = a \cdot x + b. \quad (9)$$

Die dazugehörigen Parameter a und b sind mittels

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (10)$$

und

$$b = \bar{y} - a \cdot \bar{x} \quad (11)$$

zu berechnen.

5 Auswertung

5.1 Messung von verrauschten und unverrauschten Signalen

Zunächst wird die konstante Spannung des Funktionsgenerators gemessen. Diese wird von dem Oscillator-Ausgang bereitgestellt und beträgt $U_{\text{const}} = 3.2\text{V}$. Der Reference-Ausgang liefert eine variable Spannungsamplitude U_{ref} . Die Frequenzen sind jeweils einstellbar.

Die Phasenverschiebung der beiden Signale lässt sich mithilfe von Python 3.7.0 auf circa 45° bestimmen. Mit dieser Information und Gleichung 4 lässt sich nun auch U_{out} berechnen. Diese beiden sind in den folgenden beiden Messwerttabellen gegeneinander aufgeführt.

Tabelle 1: Messdaten der Phasenverschiebung.

$\Delta\phi$	$U_{\text{low}} / \text{V}$	$U_{\text{out}} / \text{V}$	$\Delta\phi$	$U_{\text{low}} / \text{V}$	$U_{\text{out}} / \text{V}$
0°	17,5	1,3	0°	20,0	1,3
15°	20,0	1,7	15°	25,0	1,7
30°	22,5	1,9	30°	27,5	1,9
45°	25,0	2,0	45°	30,0	2,0
60°	22,5	1,9	60°	27,5	1,9
75°	20,0	1,8	75°	25,0	1,8
90°	17,5	1,5	90°	20,0	1,5
105°	15,0	1,0	105°	17,5	1,0
120°	10,0	0,5	120°	10,0	0,5
135°	0,0	0,0	135°	0,0	0,0
150°	-7,5	-0,5	150°	-7,5	-0,5
165°	-15,5	-1,0	165°	-17,5	-1,0
180°	-17,5	-1,5	180°	-20,0	-1,5

(a) Messwerte ohne Rauschen
(b) Messwerte mit Rauschen

$\Delta\phi$ beschreibt hier bei die am Phasenverschieber eingestellte Phasenverschiebung zwischen dem Oscillator- und dem Reference-Signal und U_{low} beschreibt die am Low-Pass-Filter gemessene Spannung.

In Abbildung 4 sind die durch den Tiefpass entstehenden Wellen bei der jeweils angegebenen Phasenverschiebung durch den Phasenverschieber. Diese Graphen entstehen durch das nicht verrauschte Signal. Für das verrauschte Signal haben die Graphen jedoch dieselbe Form, mit der Ausnahme, dass diese an der x -Achse gespiegelt sind.

Die Messdaten aus Tabelle 1 werden zur besseren Einsicht geplottet und es wird ein cosinusförmiger Fit über die Messwerte gelegt.

Die Graphen werden nach der Form $f(x) = a \cdot \cos(x + b)$ geplottet. Mithilfe von Python 3.7.0 lassen sich die unverrauschten Werte als

$$a = (24.6 \pm 0.7)\text{V}$$

$$b = -0.80 \pm 0.03$$

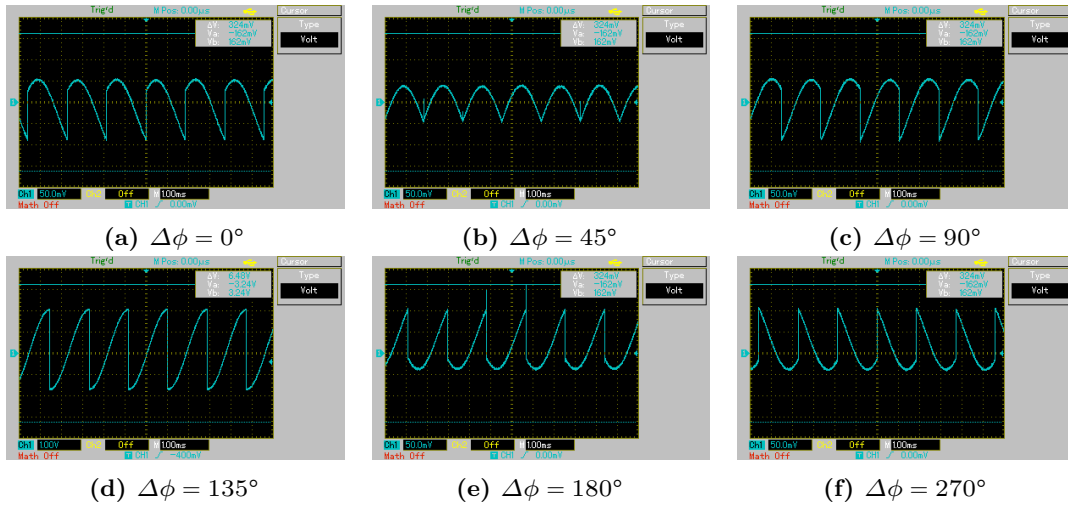


Abbildung 4: Graphen am Oszilloskop

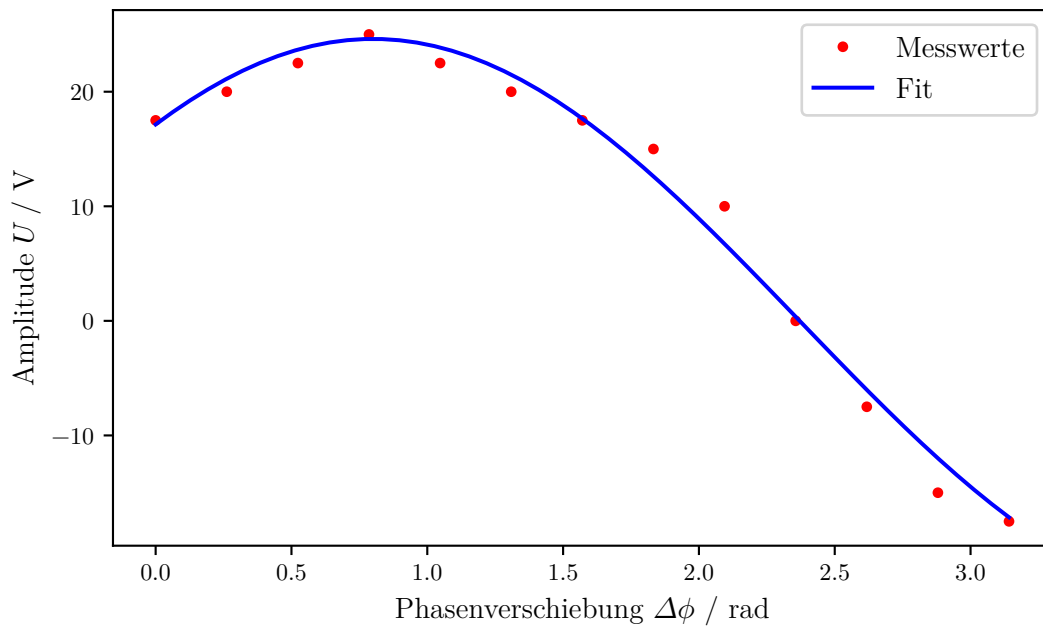


Abbildung 5: Plot und Fit der Daten der Messung ohne Rauschen.

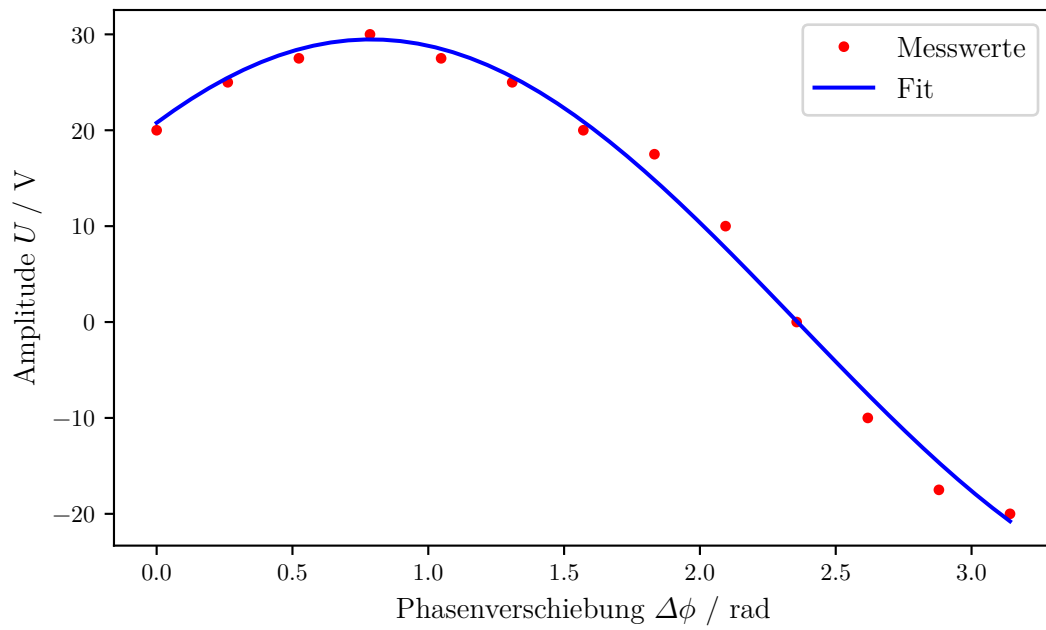


Abbildung 6: Plot und Fit der Daten der Messung mit Rauschen.

bestimmen. Für die verrauschten Werte ergibt sich:

$$a = (29.5 \pm 0.7)\text{V}$$

$$b = -0.79 \pm 0.02$$

Die Werte für b sind dabei in Radiant-Werten angegeben.

5.2 Messung von Lichtintensität einer LED und einer Photodiode

Um diesen Teil korrekt auswerten zu können werden einige Einstellungen am Gerät benötigt:

Frequenz / Hz	Verstärkung (Amplifier)		
	Pre-Amplifier	Lock-In	Tiefpass
300	100	5	2

Im Folgenden ist die Gesamtverstärkung von 1000 bereits herausgerechnet. Es kann keine Distanz r_{\max} bestimmt werden, ab der die Photodiode keine Spannung mehr emittiert. Daher wird die Messung bis zum durch den Messchieber begrenzten Abstand r_{\max} von 1.3m durchgeführt.

Die Abstrahlung von einer Lichtquelle wie einer LED ist kugelförmig; daraus lässt sich die abgestrahlte Leistung als

$$P = I \cdot 4\pi r^2$$

bestimmen. So lässt sich leicht zeigen, dass für die Intensität I

$$I \sim \frac{1}{r^2}$$

gilt. Da die gemessene Spannung linear von der Intensität abhängt, gilt außerdem

$$U \sim \frac{1}{r^2}.$$

Die gemessenen Werte sind in Tabelle 2 zu finden.

Die Spannung U wird in Abbildung 7 in Abhängigkeit vom Abstand r dargestellt. Dabei besitzen die Skalen auf beiden Achsen logarithmische Werte. Mithilfe von Python 3.7.0 wird nun eine lineare Regression durchgeführt, sodass sich eine Funktion der Form $\ln(U) = \ln(ar + b)$ ergibt. Dadruch ergeben sich folgende Werte:

$$a = (-1.89 \pm 0.08) \ln\left(\frac{\text{U}}{\text{m}}\right)$$

$$b = (-2.23 \pm 0.07) \ln(\text{U})$$

Tabelle 2: Messung der Intesität einer LED an einer Photodiode.

r / m	$U_{\text{LED}} / \text{mV}$
0,1	6,560
0,2	2,640
0,3	1,180
0,4	0,700
0,5	0,500
0,6	0,230
0,7	0,192
0,8	0,156
0,9	0,140
1,0	0,130
1,1	0,116
1,2	0,059
1,3	0,052

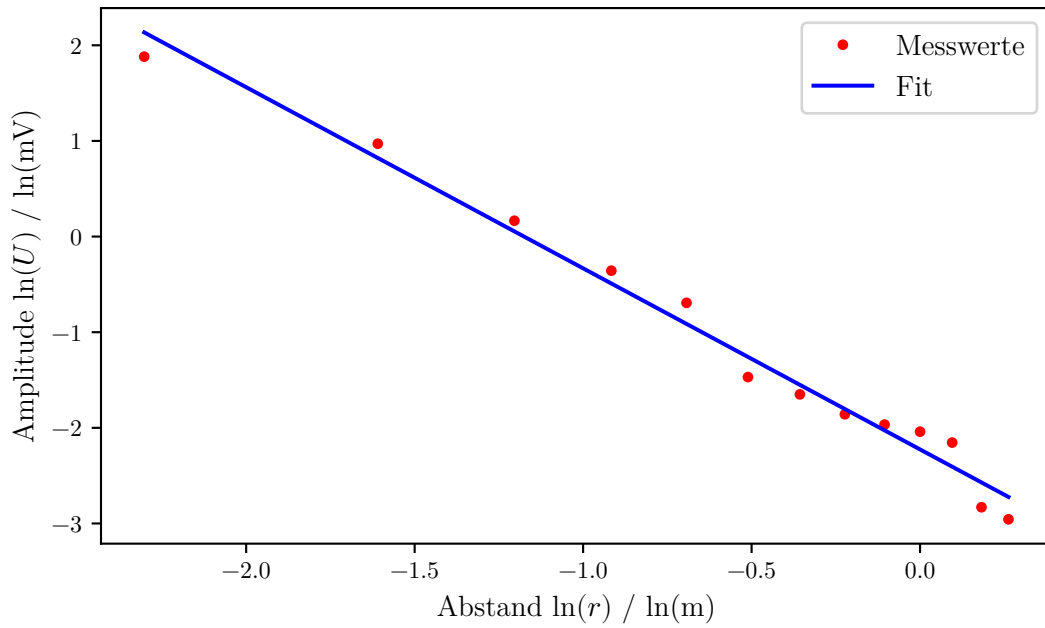


Abbildung 7: Plot und Fit der empfangen Intensität der Leuchtdiode.

6 Diskussion

Im Auswertungsteil wird bereits auf eine Abweichung der Messwerte für U_{low} zu U_{out} hingewiesen. Des Weiteren ist es schwierig den in der Anleitung geforderten Wert von 10mV für U_{ref} einzustellen, daher wird dieser Wert mit einem relativ großen Fehler behaftet sein.

Bedingt durch die Größe des Phasenverschiebers am Gerät, ist eine exakte Einstellung der Winkel nicht möglich, weshalb die Werte für $\Delta\phi$ nicht genau sein können. Das bedeutet des Weiteren, dass die jeweiligen $\Delta\phi$ in der Messung mit verrauschten Signal ein wenig anders sein können, als in der Messung mit unverrauschten Signal. Dennoch sind die Kurven beider Signale sehr ähnlich, weshalb dieser Fehler als eher klein eingeordnet werden kann.

Die Frequenzen sind annähernd gleich, eben so wie die Phasenverschiebung zwischen U_{const} und U_{ref} . Dies ist zu erwarten, da das Rauschen durch den Lock-In-Filter größtenteils herausgefiltert wird.

Eine vermutlich größere Fehlerquelle ist die analoge Skala am Low-Pass-Filter an dem die Werte für U_{low} abgelesen wurden. Die Skala ist einerseits sehr klein, was ein Ablesen mit bloßem Auge deutlich erschwert, andererseits gibt es keine Möglichkeit die Skala einzustellen beziehungsweise zu verändern, sodass für unterschiedliche Größenordnungen dieselbe Skala verwendet werden muss. Besagter Fehler wird in der Rechnung nicht näher betrachtet.

Auffällig ist, dass die errechnete Spannung bei den Messungen bezüglich der Phasenverschiebung, um eine Größenordnung abweicht. Dies geht vermutlich auf ein fehlerhaftes Ablesen der Messskala zurück. Diese Abweichung wird in der Auswertung nicht beachtet, da die Kurvenform lediglich in der Amplitude abweicht und nicht in Frequenz oder Phasenverschiebung.

Es ist zu bemerken, dass die Werte in der Messung ohne Rauschen ein wenig kleiner sind, als jene der Messung mit Rauschen. Dies liegt vermutlich an der hinzugefügten Referenzspannung, die, obwohl sie klein ist, dennoch einen gewissen Beitrag liefert.

Die Messwerte, die mithilfe des Oszilloskop gemessen wurden, sind vergleichsweise als eher genau einzustufen, da sich diese gut einstellen lassen und mit der Cursor-Funktion kann eine Amplitude gut abgelesen werden. Die Abbildungen auf dem Bildschirm des Oszilloskops kommen schnell zum stehen und flackern wenig bis gar nicht.

Im zweiten Versuchsteil fällt wie bereits in der Auswertung erwähnt auf, dass es nicht möglich ist ein r_{max} zu bestimmen, ab dem kein Signal mehr an der Photodiode zu erkennen ist. Jedoch gibt es von 1,1m Abstand auf 1,2m Abstand einen vergleichsweise großen Sprung in der Spannung, der nicht in das restliche Schema passt. Für 1,2m auf 1,3m verhält sich dies allerdings weiterhin erwartungsgemäß. Eine weitere Untersuchung auf eine größere Distanz ist bedingt durch die Länge der Schiebeleiste nicht möglich. Eventuell ist das Licht der LED ab dieser Stelle so schwach, dass es allein nicht ausreicht, damit die Photodiode ein Signal ausstößt, allerdings zusammen mit anderem Licht in dem Raum könnte die Intensität groß genug sein, dass dennoch ein Signal gesendet wird. Ein Überprüfen deses ist nicht möglich, da sich in dem Raum auch andere Menschen

aufgehalten haben, die Licht benötigten. Allerdings wäre dadurch der Werte von c in der Ausgleichsrechnung von dieser Messung erklärt.

Die errechnete Steigung der Ausgleichsgerade für die logarithmierten Werte beträgt nur $a \approx 1.89$. Erwartet wird eine Steigung von $a = 2$, da die Intensität und damit die Spannung mit $\frac{1}{r^2}$ abfallen sollte. Die Abweichung geht vermutlich auf die oben genannten Messungenauigkeiten zurück und ist im Gesamten so gering, dass davon ausgegangen werden kann, dass die korrekte Steigung tatsächlich $a = 2$ beträgt.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung - V303 - Lock-In Verstärker*. 2018.