

V704

Absorption von Beta- und Gamma-Strahlung

Robin Pelkner
robin.pelkner@tu-dortmund.de

Joshua Althüser
joshua.althueser@tu-dortmund.de

Durchführung: 14.05.2019

Abgabe: 21.05.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Gamma-Strahlung	3
2.2	Beta-Strahlung	5
3	Durchführung	7
3.1	Bestimmung der Gamma-Absorptionskurven	8
3.2	Bestimmung der Beta-Absorptionskurven	8
4	Auswertung	9
4.1	Absorption von Gamma-Strahlung	9
4.2	Absorption von Beta-Strahlung	11
5	Diskussion	13
5.1	Absorption von Gamma-Strahlung	13
5.2	Absorption von Beta-Strahlung	14
	Literatur	14

1 Zielsetzung

Ziel dieses Versuches ist es die Absorption von γ - und β -Strahlung zu messen. Dadurch werden die Absorptionskoeffizienten verschiedener Materialien und die Maximalenergie des β -Strahlers bestimmt.

2 Theorie

Zur Beschreibung der Wechselwirkung von Teilchenstrahlen mit Materie wird ein Wirkungsquerschnitt σ definiert. Dieser steht dabei allerdings in keinem Zusammenhang zu einem geometrischen Querschnitt, sondern gibt an, wie Strahlung mit einem Absorbermaterial wechselwirkt. Das heißt, bei größerer Wahrscheinlichkeit der Wechselwirkung ist der Wirkungsquerschnitt ebenfalls größer. Über den Wirkungsquerschnitt lässt sich die Anzahl der Wechselwirkungen (für γ -Strahler) in einem Absorber zu

$$N(D) = N_0 \cdot e^{-n\sigma D} \quad (1)$$

bestimmen, wobei D die Dicke des Absorbers, n die Anzahl der Teilchen pro Volumen und N_0 die Ausgangsteilchenzahl ist. Daraus kann ein Absorptionskoeffizient μ zu

$$\mu = n\sigma \quad (2)$$

Die Anzahl der Teilchen pro Volumen lässt sich zudem zu

$$n = \frac{zN_A}{V_{\text{Mol}}} = \frac{zN_A\rho}{M} \quad (3)$$

bestimmen. Hierbei ist N_A die Avogadrokonstante, z die Ordnungszahl, V_{Mol} das Molvolumen, ρ die Dichte und M das Molekulargewicht. Der Wirkungsquerschnitt σ lässt sich dadurch über

$$\sigma = \frac{\mu}{n} \quad (4)$$

bestimmen. Das hier beschriebene Absorptionsgesetz gilt allerdings nur für die Absorption von γ -Strahlung und nur für kleine Dicken D des Absorbermaterials für β -Strahlung.

2.1 Gamma-Strahlung

Zur Entstehung von γ -Strahlung muss ein angeregter Atomkern auf ein niedrigeres Energieniveau fallen. Die dabei frei werdende Energie wird in Form von Photonen emittiert und hat daher Lichtgeschwindigkeit. Gemäß der Quantentheorie sind die Energieniveaus diskrete Zustände, weshalb auch das Linienspektrum der Strahlung diskret verteilt ist. Des Weiteren weist γ -Strahlung auch einige elektromagnetische Effekte in Wechselwirkung mit Materie auf. Im Wesentlichen treten drei verschiedene Arten von Wechselwirkung auf: Annihilation, inelastische Streuung und elastische Streuung, wobei sich diese drei Vorgänge je nach Wechselwirkungspartner nochmals unterscheiden. Eine Übersicht der

W-W-Prozess \ W-W-Partner	Annihilation	Inelast. Streuung	Elast. Streuung
Elektron	(innerer) Photoeffekt	Compton-Effekt	Thomson-Streuung
Kern	Kernphotoeffekt	Kernresonanz-Streuung	
Elektr. Felder	Paarerzeugung		Delbrück-Streuung

Abbildung 1: Die verschiedenen Wechselwirkungen von γ -Strahlung mit Materie [2, S. 233].

möglichen Wechselwirkungen ist in Abbildung 1 zu sehen. Am wichtigsten der dargestellten Prozesse sind allerdings der Photo-Effekt, der Compton-Effekt, sowie die Paarbildung.

Beim Photoeffekt löst das einfallende γ -Quant ein Elektron aus der Atomhülle. Dabei wird das Quant vernichtet. Das herausgelöste Elektron erhält die Energie des Quants, abzüglich der vorher zu überwindenden Bindungsenergie. Daraus folgt auch, dass das einfallende Quant eine Energie haben muss, welche größer als die Bindungsenergie ist, da der Photoeffekt sonst nicht stattfinden kann. Zu erwähnen sei hierbei noch, dass beim Herauslösen eines Elektrons aus einer Schale, ein Elektron einer höheren Schale, die entstandene Lücke wieder auffüllen kann. Dabei wird ein Röntgenquant emittiert.

Der Comptoneffekt tritt bei der Wechselwirkung mit freien Elektronen auf, wie beispielsweise in einem Metall. Hierbei stößt das Quant das Elektron lediglich an, wird aber nicht vernichtet. Es kommt nur zu einer Abnahme der Intensität des Quants, da hier Energie an das Elektron abgegeben wird. Die Bahnen beider Wechselwirkungspartner werden dabei verändert. Der Wirkungsquerschnitt wird nach Klein und Nishina als

$$\sigma_{\text{com}} = 2\pi r_e^2 \left(\frac{1+\epsilon}{\epsilon^2} \left(\frac{2(1+\epsilon)}{1+2\epsilon} - \frac{1}{\epsilon} \ln(1+2\epsilon) \right) + \frac{1}{2\epsilon} \ln(1+2\epsilon) - \frac{1+3\epsilon}{(1+2\epsilon)^2} \right) \quad (5)$$

angegeben. Hierbei bezeichnet ϵ das Verhältnis von der Quantenenergie E_γ zur Ruheenergie des Elektrons mit

$$\epsilon = \frac{E_\gamma}{m_0 c^2} \quad (6)$$

und r_e den klassischen Elektronenradius mit $r_e = 2,82 \cdot 10^{-15}$ m.

Der letzte der behandelten Fälle ist die Paarbildung, bei der das γ -Quant annihilert wird, wobei ein Positron und ein Elektron entstehen. Dies tritt ein, wenn die Energie des Quantes mindestens doppelt so groß wie die Ruhemasse eines Elektrons ist, wobei zur tatsächlichen Paarbildung auf Grund der Impulserhaltung höhere Energien erforderlich sind. Allgemein lässt sich für den Wirkungsquerschnitt bei diesem Prozess aber sagen, dass der Zusammenhang zwischen Wirkungsquerschnitt und Ordnungszahl z gegeben ist durch $\sigma_p \propto z^2$.

Insgesamt überlagern sich die beschriebenen Effekte beim Durchgang von Materie, wobei die auftretenden Effekte vor allem von der Energie des γ -Quanten abhängen. Für Germanium ist hierzu ein Diagramm in Abbildung 2 dargestellt. Zu sehen ist, dass bei geringen Energien der Photoeffekt überwiegt, worauf bei mittleren Energien der Comptoneffekt folgt und schließlich bei hohen Energien die Paarbildung am meisten stattfindet. Es ist davon auszugehen, dass oberhalb von 100 MeV nur noch Paarbildung stattfindet. Aus den drei einzelnen Kurven kann durch Überlagerung die Totalkurve gebildet werden.

2.2 Beta-Strahlung

Die β -Strahlen sind Elektronen beziehungsweise Positronen, welche bei dem Zerfall eines Protons, beziehungsweise Neutrons entstehen. Dies geschieht unter der Bildung eines Neutrinos, beziehungsweise Antineutrinos:

$$n \rightarrow p + \beta^- + \bar{\nu}_e \quad (7)$$

$$p \rightarrow n + \beta^+ + \nu_e. \quad (8)$$

Bei diesem Prozess verteilt sich die gesamte Energie auf das β -Teilchen und das Neutrino, weshalb das Energiespektrum kontinuierlich ist. Daher entspricht diese Energie auch der Maximalenergie der β -Strahlung. Die β -Strahlung kann an Materie streuen, wobei hier drei dieser Streuprozesse näher beleuchtet werden.

Bei der elastischen Streuung am Atomkern, auch bekannt unter dem Namen Rutherford-Streuung, werden die eintreffenden Elektronen im Coulombfeld des Atomkerns gestreut, was zu starken Richtungsänderungen des Elektrons führen kann. Dies bewirkt einerseits, dass sich das Strahlenbündel auffächert und damit an Intensität verliert und andererseits werden die Bahnlängen der β -Teilchen erheblich größer, als ihre Reichweite R , was die Wahrscheinlichkeit erneuter Wechselwirkung deutlich erhöht. Insgesamt ist aber festzuhalten, dass der Energieverlust bei dieser Streuung als gering einzustufen ist.

Ein weiterer Streueffekt ist die inelastische Streuung an Atomkernen. Hierbei werden die eintreffenden Elektronen im Coulombfeld des Atomkerns beschleunigt, was zur Emission von Strahlung führt. Die entstandene Strahlung führt zur Abbremsung des Elektrons und wird daher als Bremsstrahlung bezeichnet. Der Wirkungsquerschnitt bei diesem Prozess ist gegeben durch

$$\sigma_{\text{Br}} = \alpha r_e^2 z^2, \quad (9)$$

wobei α die Sommerfelsesche Feinstrukturkonstante ist. Auch hier ist allerdings zu bemerken, dass durch die Bremsstrahlung zwar Energie verloren geht, sie aber nicht für den Großteil des Energieverlustes verantwortlich ist.

Der größte Energieverlust tritt nämlich bei der inelastischen Streuung an den Elektronen im Absorbermaterial auf. Hierbei werden die Absorberatome ionisiert beziehungsweise angeregt. An sich verbraucht die Ionisierung nicht viel Energie, daher ist es möglich, dass ein β -Teilchen mehrere Ionisierungen hintereinander durchführt. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine solche Anregung stattfindet, ist dabei proportional zur Ordnungszahl z des Absorbermaterials und der Anzahl der Atome pro Volumen im Material.

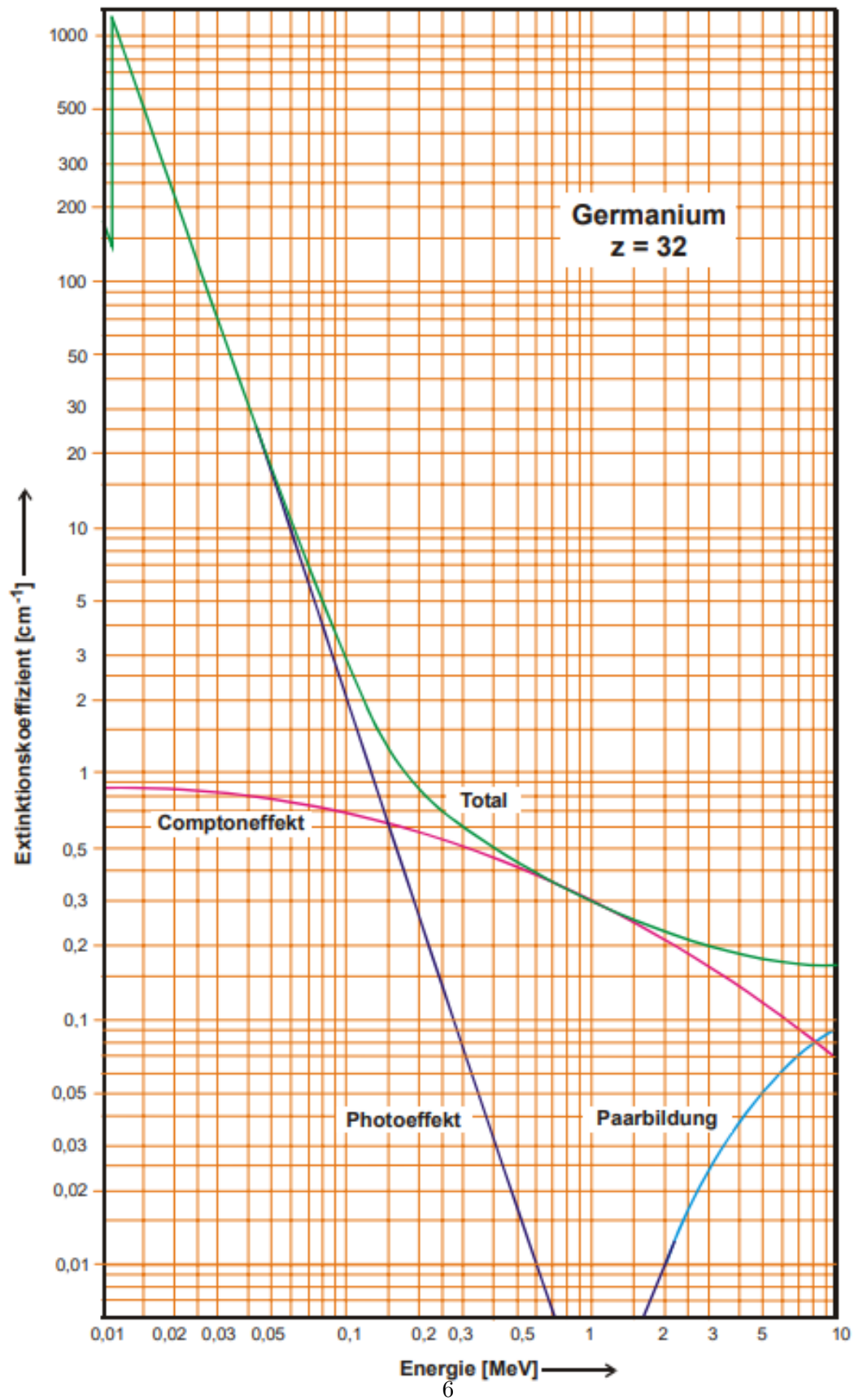


Abbildung 2: Energieabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten μ für Germanium, mit den verschiedenen auftretenden Wechselwirkungen und dem Totaleffekt[2, S. 236].

Wie bereits erwähnt gilt beim β -Strahler das Absorptionsgesetz, wie auch beim γ -Strahler. Dies gilt aber nur solange, wie die Dicken des Absorbermaterials kleiner als die maximale Reichweite der Strahlung R_{\max} ist. Werden größere Dicken verwendet, tritt nur noch Untergrundstrahlung auf, welche aus Bremsstrahlung und Hintergrundstrahlung besteht. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 3 zu sehen, wobei sich die Massenbelegung über

$$R = \rho D \quad (10)$$

errechnet. Da bei der maximalen Reichweite R_{\max} vor allem die maximale Energie E_{\max}

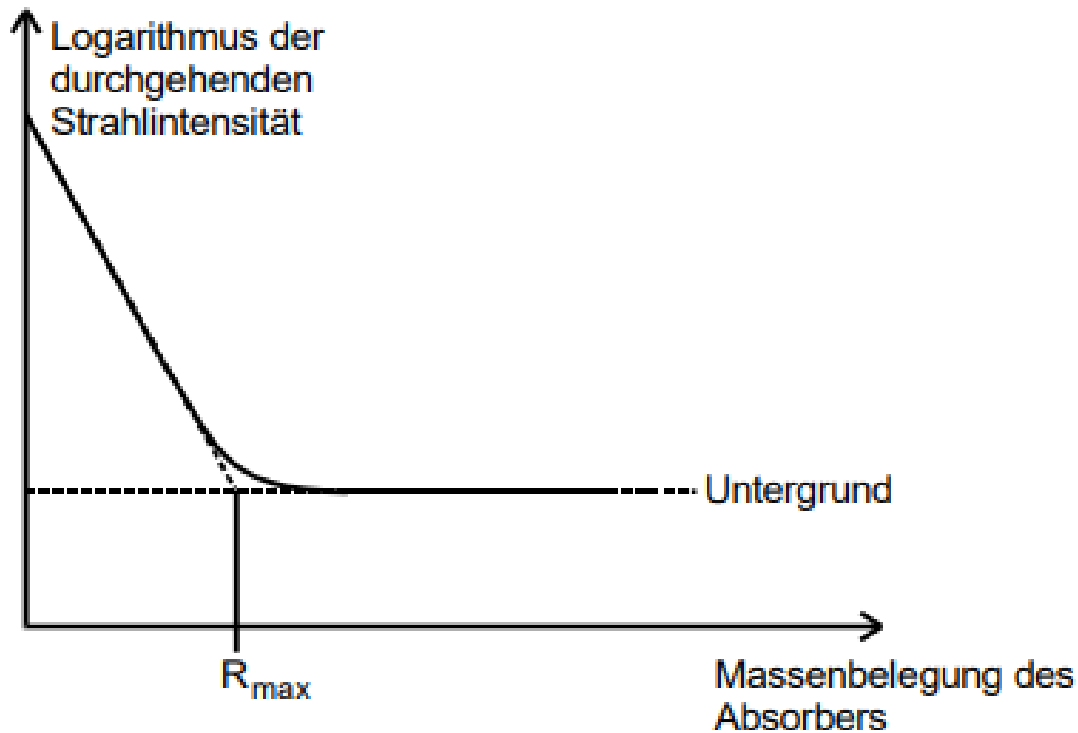


Abbildung 3: Schematische Absorptionskurve eines β -Strahlers[2, S. 241].

auftritt, gilt die empirische Formel:

$$E_{\max} = 1,92 \cdot \sqrt{R_{\max}^2 + 0,22 \cdot R_{\max}}. \quad (11)$$

Hierbei wird E_{\max} allerdings in MeV angegeben.

3 Durchführung

Der Versuch besteht aus zwei Teilen: Zunächst wird die Absorption von γ -Strahlung untersucht, anschließend die eines β -Strahlers. Vor beiden Versuchsteilen wird zunächst mit dem abgeschirmten Geigerzählrohr die Umgebungsstrahlung 900 s lang gemessen, welche bei der Auswertung berücksichtigt werden muss.

3.1 Bestimmung der Gamma-Absorptionskurven

Zur Bestimmung der γ -Absorptionskurven von Blei und Eisen wird ein Versuchsaufbau wie in Abbildung 4 verwendet. Als Quelle wird hier ^{137}Cs verwendet. Vor der Quelle befindet sich ein verschiebbarer Plattenhalter, in welchen die verschiedenen Platten eingesetzt werden. Dahinter befindet sich das Geiger-Müller-Zählrohr, welches an eine elektronische Zählapparatur angeschlossen ist. An der Apparatur ist außerdem ein Rad zur Einstellung des zu messenden Zeitintervalls angebracht, sodass dies nicht manuell erforderlich ist. Der gesamte Aufbau ist durch Bleiplatten abgeschirmt, um äußere Strahlungseinflüsse möglichst gering zu halten. Es werden nun zwei Messreihen durchgeführt: Einmal für Blei und einmal für Eisen. Dabei werden die Dicken der eingesetzten Platten von 0,5 - 5,0 cm in Schritten von jeweils 0,5 cm variiert. Für beide Messreihen werden auf diese Weise zehn Messwerte aufgenommen. Zu Beachten ist, dass bei der dicksten Bleiplatte zunächst eine Messdauer von 600 s angewandt wird, welche sich mit jedem kleineren Abstand um 60 s verringert. Bei der Messung der Eisenplatten werden jeweils nur die Hälfte der Messzeiten von Blei benötigt. Abschließend wird eine 100 s Messung ohne Absorberplatte durchgeführt.

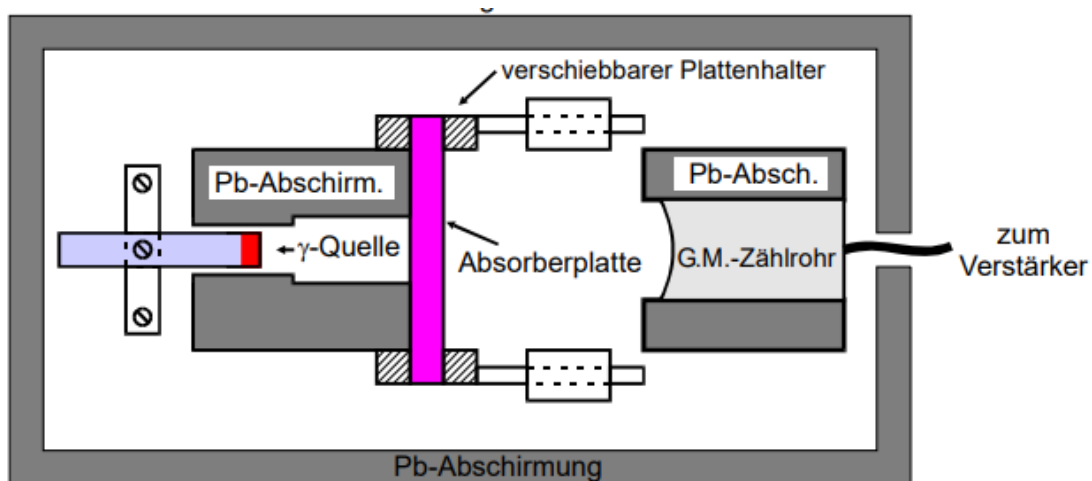


Abbildung 4: Aufbau der Messapparatur für die γ -Absorption[2, S. 243].

3.2 Bestimmung der Beta-Absorptionskurven

Bei der Messung der β -Strahlung wird analog zur γ -Strahlung vorgegangen. Hierbei wird bei einer Absorberdicke von $(482 \pm 1)\mu\text{m}$ und einer Messdauer von 1100 s angefangen und dann zehn Messungen bis zu einer Dicke von $100\mu\text{m}$ durchgeführt. Als β -Quelle dient hierbei ^{99}Tc .

4 Auswertung

4.1 Absorption von Gamma-Strahlung

Aus Gleichung (1) ergibt sich der Zusammenhang

$$f(D) := \ln \left(\frac{N \cdot 1\text{s}}{t} - \Delta N \cdot 1\text{s} \right) = -\mu \cdot D - \ln(N_0 \cdot 1\text{s}), \quad (12)$$

wobei

$$\Delta N = \frac{829}{900\text{s}}$$

die Zählrate pro Sekunde ist, die gemessen wird, wenn weder Absorber noch Quelle in der Messvorrichtung sind.

Zur Bestimmung des Absorptionskoeffizienten von Blei werden nun die Daten aus Tabelle 1 betrachtet.

Tabelle 1: Gesamtzählraten mit Blei als Abschirmmaterial bei verschiedenen Dicken.

D / cm	t / s	Zählrate N
5,0	600	990 ± 30
4,5	540	1500 ± 40
4,0	480	1850 ± 40
3,5	420	2210 ± 50
3,0	360	2760 ± 50
2,5	300	3940 ± 60
2,0	240	4880 ± 70
1,5	180	6700 ± 80
1,0	120	6510 ± 80
0,5	60	5530 ± 70
0,0	100	$15\,700 \pm 100$

Diese werden nach der in Gleichung (12) in einem Plot aufgetragen. Mittels Python 3.7.0 wird eine lineare Ausgleichsrechnung durchgeführt, die der obigen Formel genügt. Die entstehende Gerade wird ebenfalls im Plot eingefügt. Dieser ist in Abbildung 5 zu sehen. Die Koeffizienten ergeben sich zu

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Blei}} &= (1,03 \pm 0,02) \frac{1}{\text{cm}} \\ \ln(N_0 \cdot 1\text{s}) &= (5,05 \pm 0,07). \end{aligned}$$

Damit ist $N_0 = (156 \pm 10) \frac{1}{\text{s}}$. Über Gleichung (2) kann ein Theoriewert für den Absorptionskoeffizienten als

$$\mu_{\text{Blei, Theorie}} = 0,69 \frac{1}{\text{cm}}$$

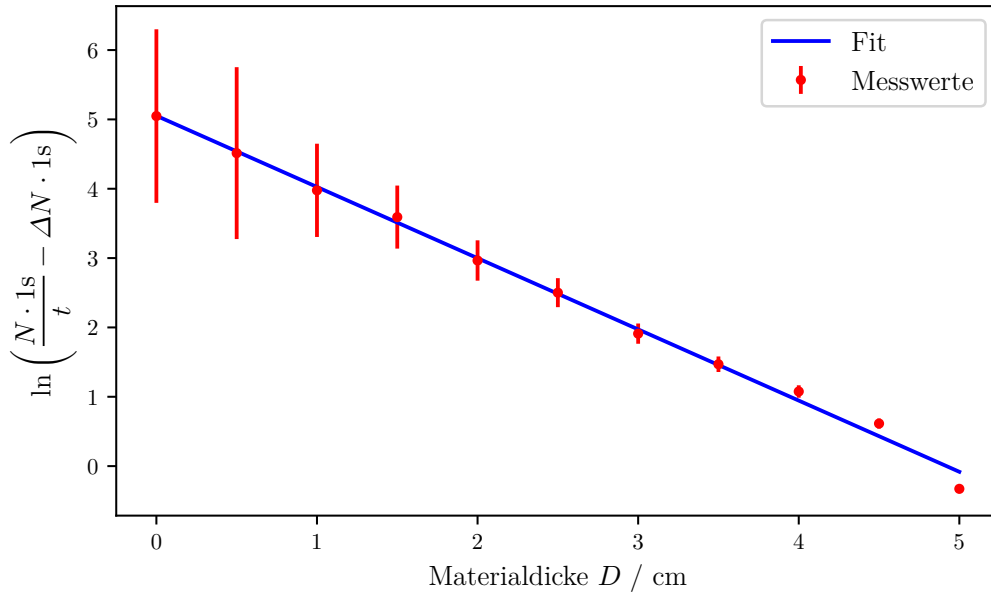


Abbildung 5: Plot und Fit der Messwerte mit Blei als Abschirmmaterial zur Bestimmung des Absorptionskoeffizienten.

bestimmt werden. Dabei ist mittels Gleichung (5)

$$\sigma(\epsilon) = 2,5655 \cdot 10^{-29} \frac{1}{\text{m}^2},$$

wobei $\epsilon = 1,295$ beträgt [2].

Zur Berechnung des Absorptionskoeffizienten von Eisen wird analog vorgegangen.

Tabelle 2: Gesamtzählraten mit Eisen als Abschirmmaterial bei verschiedenen Dicken.

D / cm	t / s	Zählrate N
5,0	300	5700 ± 80
4,5	270	6010 ± 80
4,0	240	6640 ± 80
3,5	210	7430 ± 90
3,0	180	7940 ± 90
2,5	150	7800 ± 90
2,0	120	7700 ± 90
1,5	90	6980 ± 80
1,0	60	5890 ± 80
0,5	50	6300 ± 80
0,0	100	$15\,700 \pm 100$

Die Werte in Tabelle 2 werden in einem Plot gemäß Gleichung (12) aufgetragen und durch diese eine Ausgleichsgerade gelegt. Der entstehende Plot ist in Abbildung 6 zu sehen.

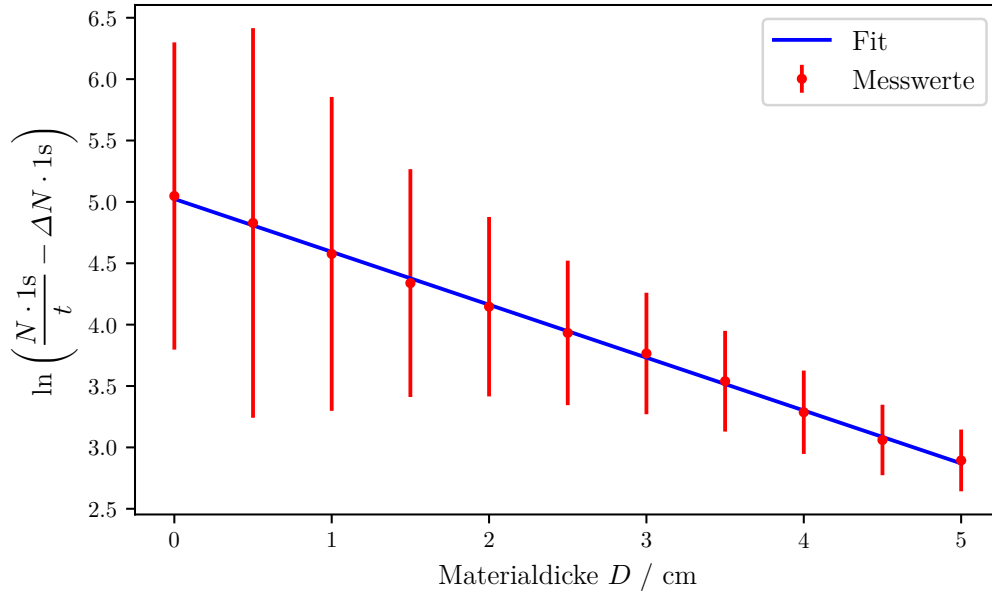


Abbildung 6: Plot und Fit der Messwerte mit Eisen als Abschirmmaterial zur Bestimmung des Absorptionskoeffizienten.

Die Koeffizienten berechnen sich mittels Python 3.7.0 als

$$\mu_{\text{Eisen}} = (0,431 \pm 0,005) \frac{1}{\text{cm}}$$

$$\ln(N_0 \cdot 1s) = (5,02 \pm 0,01).$$

Womit hier $N_0 = (151 \pm 2) \frac{1}{s}$ ist.

Der Theoriewert wird mit demselben σ wie schon bei Blei und ebenfalls mittels Gleichung (2) als

$$\mu_{\text{Eisen, Theorie}} = 0,568 \frac{1}{\text{cm}}$$

bestimmt.

4.2 Absorption von Beta-Strahlung

Zur Bestimmung der Maximalenergie werden zunächst die Werte aus Tabelle 3 in einem Plot dargestellt. Dabei wird $\ln((A - A_0) \cdot 1s)$ gegen die Massenbelegung R aufgetragen, welche sich aus Gleichung (10) berechnet. Dabei beträgt $A_0 = \frac{495}{900s}$. Anschließend wird durch die beiden linearen Teile, also zwischen den R -Werten von $0,270 \frac{g}{\text{cm}^2}$ und $0,683 \frac{g}{\text{cm}^2}$, sowie $0,815 \frac{g}{\text{cm}^2}$ und $1,301 \frac{g}{\text{cm}^2}$ je eine Ausgleichsgerade der Form

$$\ln(A \cdot 1s) = a_i x + b_i \quad (13)$$

gelegt, wobei a_i und b_i die Parameter zu den Geraden 1 und 2 sind.

Tabelle 3: Aufgenommene Zählraten zur Abschirmung von Betastrahlung durch Aluminiumplatten für verschiedene Zeiten.

$d / \mu\text{m}$	$R / \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$	$\Delta t / \text{s}$	N	$A / \frac{1}{\text{s}}$
482 ± 1	$0,1301 \pm 0,0003$	1100	760 ± 30	$0,69 \pm 0,03$
444 ± 2	$0,1200 \pm 0,0005$	1000	660 ± 30	$0,66 \pm 0,03$
400 ± 1	$0,1080 \pm 0,0003$	900	580 ± 20	$0,64 \pm 0,03$
338 ± 5	$0,091 \pm 0,001$	800	530 ± 20	$0,66 \pm 0,03$
302 ± 1	$0,0815 \pm 0,0003$	700	520 ± 20	$0,75 \pm 0,03$
253 ± 1	$0,0683 \pm 0,0003$	600	480 ± 20	$0,78 \pm 0,04$
200 ± 1	$0,0540 \pm 0,0003$	500	880 ± 30	$1,76 \pm 0,06$
160 ± 1	$0,0432 \pm 0,0003$	400	1800 ± 40	$4,5 \pm 0,1$
$153 \pm 0,5$	$0,0413 \pm 0,0001$	300	2080 ± 50	$6,9 \pm 0,2$
$125 \pm 0,0$	$0,0338 \pm 0,0000$	200	1270 ± 40	$6,4 \pm 0,2$
$100 \pm 0,0$	$0,0270 \pm 0,0000$	100	2790 ± 50	$27,9 \pm 0,5$

Mittels Python 3.7.0 lassen sich diese Koeffizienten als

$$a_1 = (-110 \pm 10) \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$$

$$b_1 = 6,0 \pm 0,5$$

und

$$a_2 = (-6 \pm 8) \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$$

$$b_2 = -1,5 \pm 0,9$$

bestimmen. Der entsprechende Plot ist in Abbildung 7 zu sehen.

Die maximale Reichweite R_{max} ist der Schnittpunkt der beiden Gerade, welcher mittels

$$R_{\text{max}} = \frac{b_2 - b_1}{a_1 - a_2} = (0,07 \pm 0,01) \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$$

bestimmt werden kann. Mittels Gleichung (11) kann daraus die Maximalenergie als

$$E_{\text{max}} = (0,28 \pm 0,03) \text{ MeV}$$

errechnet werden.

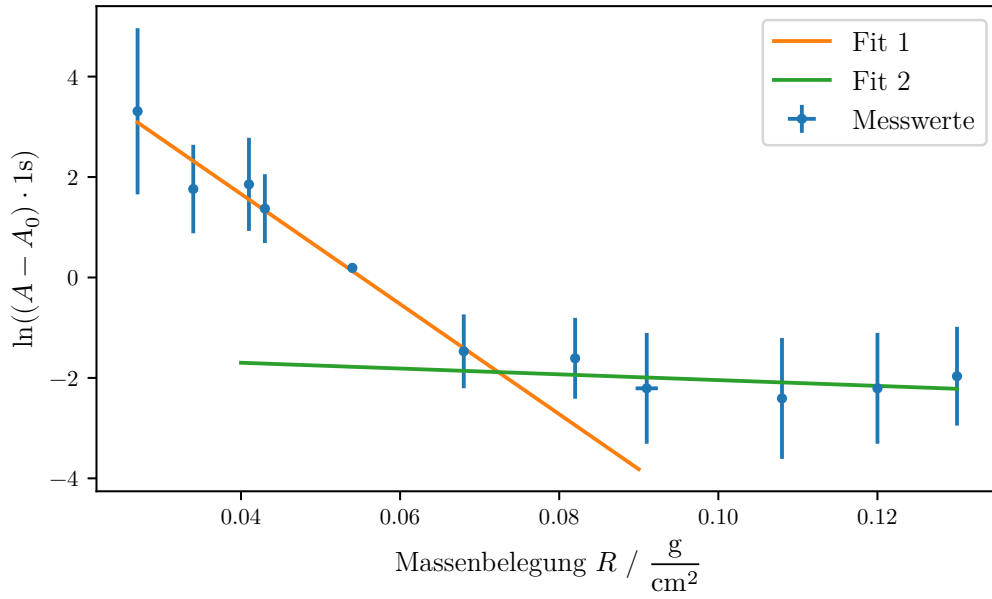


Abbildung 7: Plot und Fit der Aktivität gegen die Massenbelegung bei Beta-Strahlung.

5 Diskussion

5.1 Absorption von Gamma-Strahlung

Die rechnerisch bestimmten Werte für N_0 sind $N_{0,\text{Eisen}} = (151 \pm 2) \frac{1}{\text{s}}$ und $N_{0,\text{Blei}} = (156 \pm 10) \frac{1}{\text{s}}$. Beide liegen sehr nah an dem experimentell bestimmten Wert von $N_{0,\text{Theorie}} (156 \pm 12) \frac{1}{\text{s}}$ und auch innerhalb dessen Standardabweichung. Die Absorptionskoeffizienten von Blei und Eisen sind

$$\mu_{\text{Blei}} = (1,03 \pm 0,02) \frac{1}{\text{cm}}$$

$$\mu_{\text{Eisen}} = (0,431 \pm 0,005) \frac{1}{\text{cm}}.$$

Diese weichen teils stark von den Theoriewerten

$$\mu_{\text{Blei, Theorie}} = 0,69 \frac{1}{\text{cm}}$$

$$\mu_{\text{Eisen, Theorie}} = 0,241 \frac{1}{\text{cm}}$$

ab. Für Blei ist diese $\sim 50\%$ und für Eisen $\sim 24\%$. Die Messwerte liegen jedoch alle sehr gut auf der Ausgleichsgeraden und die hohe Aufnahmedauer lässt statistische Fehler gering werden. Daher werden die Messwerte als gut angenommen.

Jedoch sind die Theoriewerte selbst nur eine Näherung und sie betrachten lediglich die Abschirmung durch den Comptoneffekt. Allerdings wirken auch andere Abschirmungen und die Näherung ist nicht exakt, was die große Abweichung erklärt. Vor allem wirkt sich der Photoeffekt bei Blei sehr stark aus, da dieser eine Abhängigkeit von z^5 besitzt.

5.2 Absorption von Beta-Strahlung

Die hohe Aufnahmedauer vermindert die statistischen Fehler stark. Dennoch sind durch die geringe Anzahl von gemessenen Teilchen pro Zeiteinheit verglichen mit der Gamma-Strahlung hohe prozentuale Abweichungen zu erwarten. Für $R_{\max} = (0,07 \pm 0,01) \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$ beträgt diese $\sim 18\%$ und für $E_{\max} = (0,28 \pm 0,03) \text{ MeV}$ $\sim 10,7\%$.

Die linearen Fits nähern die Werte innerhalb ihrer eigenen Standardabweichung gut an. Es fällt jedoch auf, dass die Gerade bei der Gamma-Strahlung die Messwerte sehr viel besser annähert, was wie oben bereits erwähnt, an der großen Diskrepanz zwischen den gemessenen Teilchen pro Zeiteinheit liegt.

Der Theoriewert für Tc liegt bei

$$E_{\max, \text{Theorie}} = 294 \text{ keV [1]}.$$

Der experimentell bestimmte Wert weicht nur um 5% von diesem ab. Damit kann davon ausgegangen werden, dass die Messwerte akkurat sind.

Literatur

- [1] LUMITOS AG. *Technetium*. Mai 2019. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Technetium.html>.
- [2] TU Dortmund. *V704 - Absorption von Beta- und Gamma-Strahlung*. 2019.