

V354

# **Gedämpfte und erzwungene Schwingungen**

Robin Pelkner

robin.pelkner@tu-dortmund.de

Joshua Althüser

joshua.althueser@tu-dortmund.de

Durchführung: 15.01.2019

Abgabe: 22.01.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

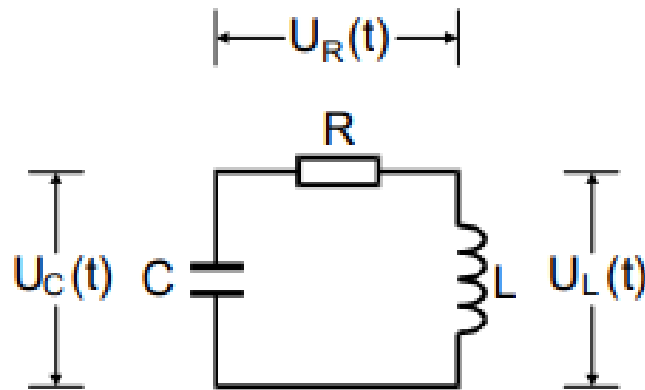
<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Gedämpfte Schwingungen . . . . .	3
2.1.1	Reelle Lösung - Schwingfall . . . . .	4
2.1.2	Imaginäre Lösung - Aperiodische Dämpfung . . . . .	4
2.1.3	Aperiodischer Grenzfall . . . . .	4
2.2	Erzwungene Schwingungen . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>5</b>
3.1	Untersuchung der Zeitabhängigkeit der Schwingungsamplituden . . . . .	5
3.2	Bestimmung des Dämpfungswiderstand beim aperiodischen Grenzfall . . .	6
3.3	Untersuchung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung . . . .	6
3.4	Untersuchung der Frequenzabhängigkeit der Phasendifferenz . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>7</b>
4.1	Gedämpfte harmonische Schwingung . . . . .	7
4.2	Aperiodischer Grenzfall . . . . .	9
4.3	Bestimmung der Güte mittels variabler Frequenz . . . . .	10
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>13</b>
	<b>Literatur</b>	<b>14</b>

## 1 Zielsetzung

Bei diesem Versuch ist der gedämpfte Schwingkreis zu untersuchen. Dabei wird zunächst die Zeitabhängigkeit der Amplitude sowie der Widerstand des aperiodischen Grenzfalles bestimmt. Anschließend wird die Frequenzabhängigkeit der Amplitude der Kondensatorspannung und der Phasenverschiebung zwischen Kondensator - und Erregerspannung bei angeschlossener periodischer Spannung untersucht.

## 2 Theorie

### 2.1 Gedämpfte Schwingungen



**Abbildung 1:** Schematische Darstellung eines gedämpften Schwingkreises[1, S. 284].

Bei einem Schwingkreis, bestehend aus einem Kondensator der Kapazität  $C$ , einer Spule mit der Induktivität  $L$  und einem Dämpfungswiderstand  $R$  (siehe Abbildung 1) kommt es, bei vorhandener Ladung im Schwingkreis, zu gedämpften Schwingungen. Nach dem zweiten Kirchhoff'schen Gesetz folgt für den vorhandenen Aufbau wie in Abbildung 1

$$U_R(t) + U_C(t) + U_L(t) = 0. \quad (1)$$

Hieraus lässt sich mittels der Beziehungen

$$U_R(t) = R \cdot I(t),$$
$$U_C(t) = \frac{Q(t)}{C}, \text{ wobei } I = \frac{dQ}{dt},$$

und

$$U_L(t) = L \cdot \frac{dI}{dt}$$

die Differentialgleichung

$$\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dI}{dt} + \frac{1}{LC} I = 0 \quad (2)$$

herleiten. Beim Lösen müssen zwei Fälle unterschieden werden, eine reelle, sowie eine imaginäre Lösung. Lösen der Differentialgleichung ergibt im Allgemeinen

$$U(t) = e^{-2\pi\mu t}(U_1 e^{i2\pi\nu t} + U_2 e^{-i2\pi\nu t}), \quad (3)$$

wobei  $\mu = \frac{R}{4\pi L}$  und  $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$  substituiert wird.

### 2.1.1 Reelle Lösung - Schwingfall

Für den Fall, dass

$$\frac{1}{LC} > \frac{R^2}{4L^2} \quad (4)$$

ist, ist die Lösung reell und damit ergibt sich eine gedämpfte, oszillatorische Schwingung, die sich als

$$U(t) = U_0 e^{-2\pi\mu t} \cos(2\pi\nu t + \eta) \quad (5)$$

darstellen lässt. Dabei beschreibt die Exponentialfunktion die Einhüllende, während die Kosinusfunktion die Schwingung darstellt. Deweiteren kann die Abklingdauer  $T_{\text{ex}}$  als das Zeitintervall, nachdem die Amplitude der Schwingung auf den  $\frac{1}{e}$ -ten Teil von der Ausgangsamplitude abgesunken ist, zu

$$T_{\text{ex}} = \frac{1}{2\pi\mu} = \frac{2L}{R} \quad (6)$$

definiert werden.

### 2.1.2 Imaginäre Lösung - Aperiodische Dämpfung

Wenn

$$\frac{1}{LC} > \frac{R^2}{4L^2} \quad (7)$$

gilt, ist  $\nu$  imaginär. Diese Lösung weist keine oszillatorischen Anteile mehr auf und somit treten auch keine Schwingungen mehr auf. Die Lösung  $I(t)$  kann zunächst einen Extremwert erreichen oder sofort monoton gegen 0 konvergieren. Nach hinreichend großer Zeit gilt

$$I(t) \propto e^{-\left(\frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}\right)t}, \quad (8)$$

womit nur noch ein einfaches Relaxationsverhalten vorliegt.

### 2.1.3 Aperiodischer Grenzfall

Im aperiodischen Grenzfall gilt

$$\frac{1}{LC} = \frac{R_{\text{ap}}^2}{4L^2}, \quad (9)$$

was dazu führt, dass  $\nu = 0$ . Der aperiodische Grenzfall beschreibt den Fall, bei dem  $I(t)$  ohne Überschwingungen am schnellsten gegen 0 geht.

## 2.2 Erzwungene Schwingungen

Durch anlegen einer äußeren periodischen Spannung  $U_{\text{err}} = U_0 e^{i\omega t}$  ergibt sich die Differentialgleichung (2) zu

$$\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dI}{dt} + \frac{1}{LC} I = U_0 e^{i\omega t}. \quad (10)$$

Lösen dieser Differentialgleichung ergibt für die Amplitude  $A(t)$  der Kondensatorspannung

$$A(t) = \frac{U_0(1 - LC\omega^2 - i\omega RC)}{(1 - LC\omega^2)^2 + \omega^2 R^2 C^2}. \quad (11)$$

Die Phasenverschiebung  $\phi$  zwischen Erregerspannung und Kondensatorspannung ergibt sich zu

$$\phi = \arctan\left(\frac{-\omega RC}{1 - LC\omega^2}\right). \quad (12)$$

Die Kondensatorspannung kann auch in Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  angegeben werden zu

$$U_C(\omega) = \frac{U_0}{(1 - LC\omega^2)^2 + \omega^2 R^2 C^2}. \quad (13)$$

Bei näherer Betrachtung von Gleichung (13) lässt sich feststellen, dass die Kondensatorspannung ein Maximum erreicht, welches größer sein kann als die Erregerspannung. Dies wird Resonanz genannt und tritt bei der Resonanzfrequenz

$$\omega_{\text{res}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} \quad (14)$$

auf. Der Faktor  $q$  um den die Kondensatorspannung erhöht nennt sich Resonanzüberhöhung oder Güte. Sie ist gegeben durch

$$q = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (15)$$

wobei  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ . Außerdem sind die Frequenzen  $\omega_{1/2}$ , bei denen der Winkel  $\phi$  gerade  $\frac{\pi}{4}$  beziehungsweise  $\frac{3\pi}{4}$  ist, gegeben durch

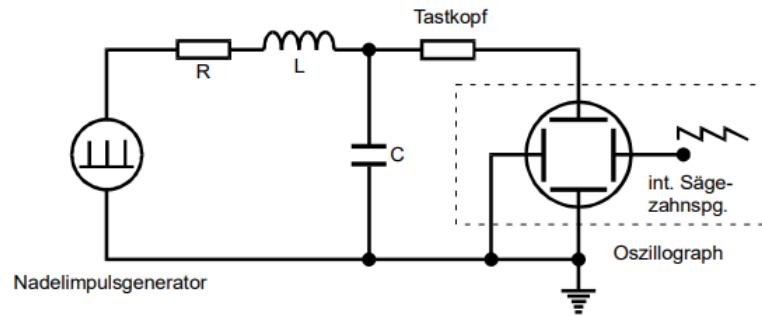
$$\omega_{1/2} = \pm \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}}. \quad (16)$$

## 3 Durchführung

### 3.1 Untersuchung der Zeitabhängigkeit der Schwingungsamplituden

Mithilfe der Schaltung welche in Abbildung 2 zusehen ist wird die Zeitabhängigkeit der Schwingungsamplituden des LRC-Kreises gemessen. Ein Funktionsgenerator gibt Nadelimpulse auf den Schwingkreis und erregt diesen so zu gedämpften Schwingungen.

Mittels eines Tastkopfes, welcher die Schwingung zwischen Spule und Kondensator abnimmt, wird diese auf einen digitalen Oszillographen ausgegeben. Durch Verwendung des hochohmigen Tastkopfes ist der Eingangswiderstand der Oszillographen vernachlässigbar klein. Zu Beachten ist weiterhin den kleineren der beiden Festwiderstände zu verwenden. Mit der Cursor-Funktion des Oszillographen werden die Zusammenhänge von Zeitpunkt und Schwingungsamplituden gemessen und aufgenommen.



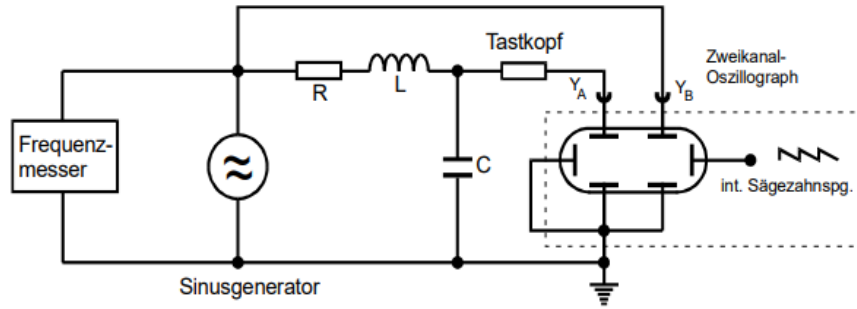
**Abbildung 2:** Schaltung zur Bestimmung der Zeitabhängigkeit der Amplitude einer gedämpften Schwingung [1, S. 294].

### 3.2 Bestimmung des Dämpfungswiderstand beim aperiodischen Grenzfall

Bei diesem Versuchsteil wird wieder die Schaltung aus Abbildung 2 verwendet, mit dem Unterschied, dass statt dem Festwiderstand ein regelbarer Widerstand verwendet wird. Zunächst wird der Widerstand auf seinen Maximalwert gestellt, sodass ein reines Relaxationsverhalten auf dem Oszillographen zu sehen ist. Anschließend wird der Widerstand so lange heruntorgeregt, bis ein Überspringen in der Kurve festzustellen ist. Der Widerstand ist dann so einzustellen, dass dieses Überspringen gerade wieder verschwindet. Der eingestellte Widerstand wird aufgenommen.

### 3.3 Untersuchung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung

Für diesen Versuchsteil wird die Schaltung wie in Abbildung 3 zu sehen aufgebaut, jedoch ohne die Nutzung des Zweitkanals des Oszillographen. Der Sinuswellengenerator gibt sinusförmige Wellen verschiedener Frequenzen auf den LRC-Kreis. Wie zuvor gibt ein Tastkopf die Spannung  $U_C$  wieder auf dem Oszillographen aus. Zuvor wird mithilfe des Tastkopfes die reine Erregerspannung gemessen und aufgenommen. Zu Beachten ist weiterhin, dass in diesem Aufbau der größere der beiden Festwiderstände zu Benutzen ist. In Abhängigkeit der eingestellten Frequenzen werden die auf dem Oszillographen ausgegebenen Amplituden mittels der Cursor-Funktion ausgemessen und in Abhängigkeit der eingestellten Frequenz aufgenommen. Die einzustellenden Frequenzen sind im Bereich von 12 kHz bis 30 kHz und 44 kHz bis 62 kHz in 2 kHz Schritten zu wählen; im Bereich von 32 kHz bis 42 kHz sind 1 kHz Schritte zu wählen.



**Abbildung 3:** Schaltung zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Amplitude der Kondensatorspannung, sowie der Phase zwischen Erreger - und Kondensatorspannung [1, S. 296].

### 3.4 Untersuchung der Frequenzabhängigkeit der Phasendifferenz

Es wird wieder die Schaltung Abbildung 3 verwendet, diesmal jedoch unter Nutzung beider Oszillographeneingänge. Der Oszillograph zeigt nun zwei Kurven an. Der Abstand der Nullstellen der beiden Kurven ist mittels des Oszillographen auszumessen und in Abhängigkeit von der Frequenz zu notieren. Die einzustellenden Frequenzen sind die Selben, wie im Versuchsteil zuvor.

## 4 Auswertung

### 4.1 Gedämpfte harmonische Schwingung

Zunächst werden die Daten aus Tabelle 1 geplottet, wobei die Amplitude logarithmisiert werden. Über diese wird ein Fit der Form

$$\ln \left( \frac{U_C}{1V} \right) = ax + b \quad (17)$$

gelegt. Der entstehende Graph ist in Abbildung 4 zu sehen.

Die entsprechenden Parameter werden mittels Python 3.7.0 als

$$a = (1,131 \pm 0,008) \cdot 10^4 \frac{1}{s}$$

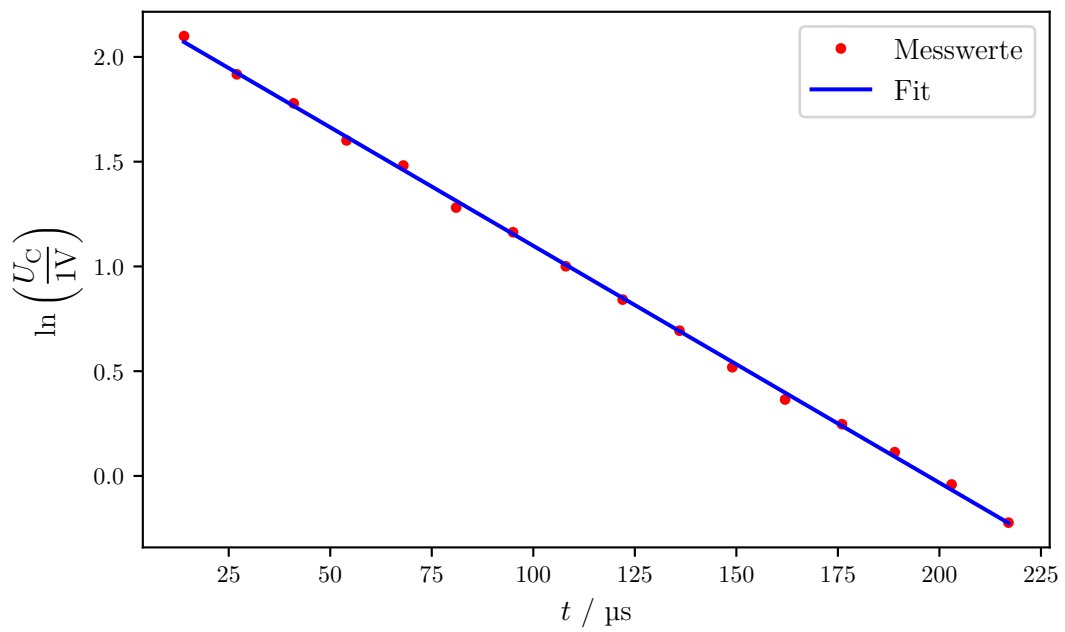
$$b = 2,23 \pm 0,01$$

bestimmt. Der Kosinus in (5) liefert immer 1 beziehungsweise  $-1$ , da immer nur die Maxima beziehungsweise Minima gemessen werden. Somit gilt die Relation

$$R = a \cdot 2L = (79,8 \pm 0,9) \cdot 1V \Omega.$$

Der zugehörige Fehler nach Gauß berechnet sich dabei nach

$$\Delta R = 2 \cdot 1V \cdot \sqrt{\left( L \cdot \Delta a \right)^2 + \left( a \cdot \Delta L \right)^2}. \quad (18)$$



**Abbildung 4:** Plot und Fit der logarithmisierten Spannungsamplitude einer gedämpften harmonischen Schwingung in Abhängigkeit der Zeit zur Bestimmung des Dämpfungswiderstandes.



**Tabelle 1:** Die Amplituden einer gedämpften harmonischen Schwingung zu den jeweiligen Zeitpunkten zur Bestimmung des Dämpfungswiderstandes.

$t / \mu\text{s}$	$U_C / \text{V}$	$\ln \left( \frac{U_C}{1\text{V}} \right)$
14	8,16	2,10
27	6,80	1,92
41	5,92	1,78
54	4,96	1,60
68	4,40	1,48
81	3,60	1,28
95	3,20	1,16
108	2,72	1,00
122	2,32	0,84
136	2,00	0,69
149	1,68	0,52
162	1,44	0,36
176	1,28	0,25
189	1,12	0,11
203	0,96	−0,04
217	0,80	−0,22

Der Wert für die Induktivität der Spule  $L$  wurde angegeben und ist mit weiteren angegebenen Gerätedaten in Tabelle 2 zu finden.

**Tabelle 2:** Die angegebenen Gerätedaten.

$L / \text{mH}$	$C / \text{nF}$	$R_1 / \Omega$	$R_2 / \Omega$
$3,53 \pm 0,03$	$5,015 \pm 0,015$	$30,3 \pm 0,1$	$271,6 \pm 0,3$

## 4.2 Aperiodischer Grenzfall

Nach (9) ergibt sich der errechnete Wert für den Widerstand, mit dem der aperiodische Grenzfall erreicht wird, als

$$R_{\text{Theorie}} = (1678 \pm 8) \Omega,$$

wobei sich der Fehler nach Gauß aus

$$\Delta R_{\text{ap}} = \sqrt{\frac{C}{L} \cdot \left( \frac{L}{C^2} \cdot \Delta C \right)^2 + \frac{C}{L} \cdot \left( \frac{1}{C} \cdot \Delta L \right)^2} \quad (19)$$

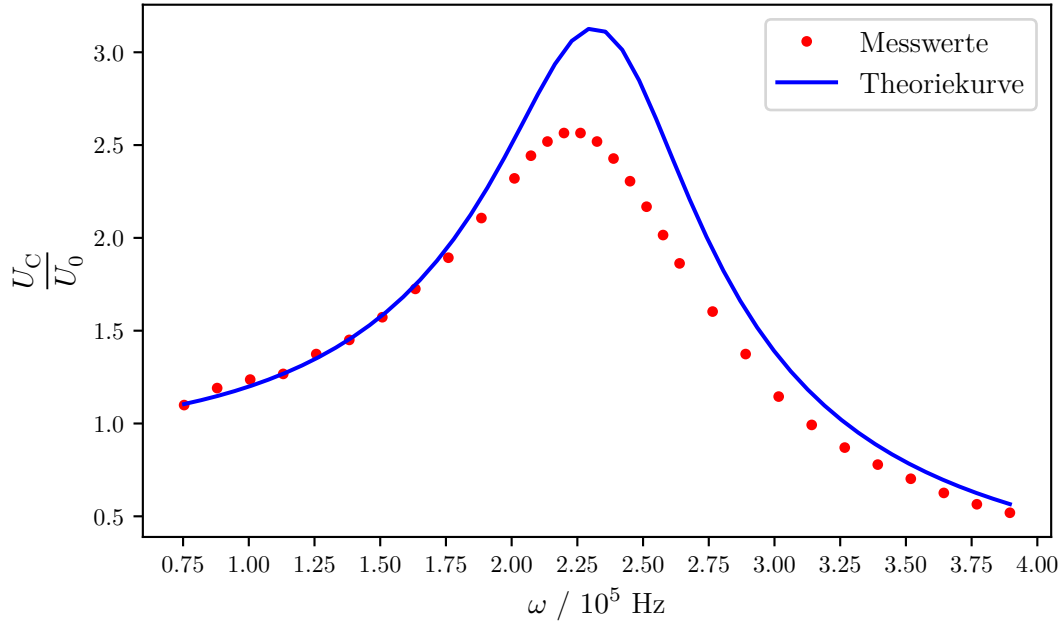
berechnet.

Der Wert, der durch Variation des Widerstandes experimentell bestimmt wird, beträgt

$$R_{\text{ap}} = (1355 \pm 5) \, \Omega.$$

### 4.3 Bestimmung der Güte mittels variabler Frequenz

Die gemessenen Werte der Spannung und Frequenz sind in Tabelle 3 zu finden. Diese werden zur Veranschaulichung in einem Plot aufgetragen, dabei werden die Frequenzen  $f$  nach  $\omega = 2\pi f$  in Kreisfrequenzen umgerechnet. Die Theoriekurve, die sich nach (13) berechnet, wird in diesem Plot ebenfalls aufgetragen.



**Abbildung 5:** Plot und Theoriekurve des Amplitudenverhältnis gegen die Frequenz aufgetragen.

Aus den Daten in Tabelle 3 lässt sich die Güte  $q_{\text{exp}}$  durch Ablesen des höchsten Amplitudenverhältnisses als

$$q_{\text{exp}} = 2,56$$

bestimmen. Der zugehörige Theoriewert berechnet sich nach (15) als

$$q_{\text{theo}} = 3,09 \pm 0,01.$$

Der Fehler nach Gauß berechnet sich dabei nach

$$\Delta q_{\text{theo}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{R^2} \cdot \Delta R\right)^2 + \left(\frac{1}{2RC} \cdot \Delta L\right)^2 + \left(\frac{L}{2RC^2} \cdot \Delta C\right)^2}. \quad (20)$$

Die Resonanzfrequenz wird nach (15) als

**Tabelle 3:** Die Amplituden und Phasenverschiebung in Frequenzabhängigkeit mit zuvor gemessenem  $U_0 = 6,55$  V.

$f$ / kHz	$U_C$ / V	$\frac{U_C}{U_0}$	$\Delta t$ / $\mu$ s
12	7,2	1,10	1,2
14	7,8	1,19	1,5
16	8,1	1,24	1,5
18	8,3	1,27	1,6
20	9,0	1,37	1,7
22	9,5	1,45	1,8
24	10,3	1,57	2,2
26	11,3	1,73	2,5
28	12,4	1,89	2,9
30	13,8	2,11	3,4
32	15,2	2,32	4,2
33	16,0	2,44	4,6
34	16,5	2,52	5,1
35	16,8	2,56	5,6
36	16,8	2,56	6,3
37	16,5	2,52	6,8
38	15,9	2,43	7,3
39	15,1	2,31	7,7
40	14,2	2,17	8,0
41	13,2	2,02	8,2
42	12,2	1,86	8,3
44	10,5	1,60	8,5
46	9,0	1,37	8,5
48	7,5	1,15	8,4
50	6,5	0,99	8,28
52	5,7	0,87	8,08
54	5,1	0,78	7,84
56	4,6	0,70	7,72
58	4,1	0,63	7,48
60	3,7	0,56	7,28
62	3,4	0,52	7,08

$$\omega_{\text{res}} = (2,314 \pm 0,001) \cdot 10^5 \frac{1}{s}$$

bestimmt, wobei sich der zugehörige Fehler nach Gauß nach

$$\Delta\omega_{\text{res}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}} \cdot \sqrt{\left(\frac{R}{2L^2} \cdot \Delta R\right)^2 + \left(\frac{L - CR^2}{2CL^3} \cdot \Delta L\right)^2 + \left(\frac{1}{2LC^2} \cdot \Delta C\right)^2} \quad (21)$$

berechnet. Zur experimentellen Bestimmung der Resonanzfrequenz wird die Frequenz an der Stelle der maximalen Amplitude abgelesen. Da allerdings es zwei Wertepaare gibt, bei denen  $U_C$  maximal ist, wird der Mittelwert von diesen genommen. Diese beträgt

$$\omega_{\text{res}} = (2,23 \pm 0.01) \cdot 10^5 \text{ Hz.}$$

Die Frequenzen  $\omega_1$  und  $\omega_2$  bei denen die Phasenverschiebung  $\frac{\pi}{4}$  beziehungsweise  $\frac{3\pi}{4}$  beträgt, berechnen sich nach (16) als

$$\begin{aligned} \omega_1 &= (2,79 \pm 0,01) \cdot 10^5 \text{ Hz} \\ \omega_2 &= (2,022 \pm 0,008) \cdot 10^5 \text{ Hz.} \end{aligned}$$

Der Fehler nach Gauß errechnet sich dabei nach

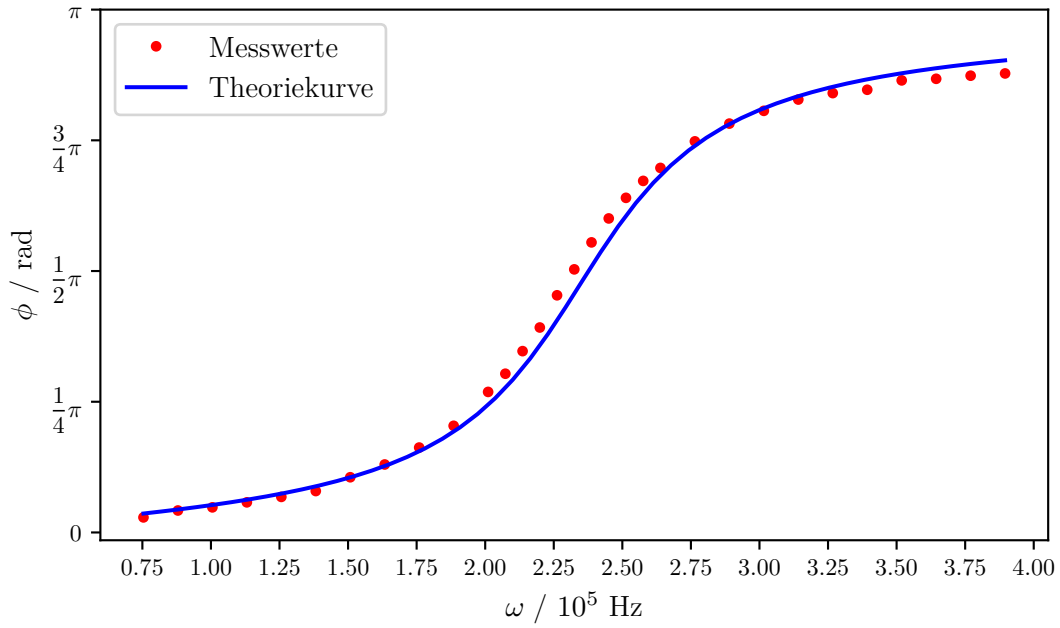
$$\Delta\omega_{1,2} = \sqrt{\left(\frac{\partial\omega_{1,2}}{\partial C} \cdot \Delta C\right)^2 + \left(\frac{\partial\omega_{1,2}}{\partial L} \cdot \Delta L\right)^2 + \left(\frac{\partial\omega_{1,2}}{\partial R} \cdot \Delta R\right)^2}, \quad (22)$$

wobei die einzelnen partiellen Ableitungen im Folgenden aufgeführt sind:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial\omega_{1,2}}{\partial C}\right)^2 &= \left(\frac{1}{2L\sqrt{\frac{1}{LC} + \frac{R^2}{4L^2}}}\right)^2 \\ \left(\frac{\partial\omega_{1,2}}{\partial R}\right)^2 &= \left(\frac{R}{4L^2\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{CL}}} \pm \frac{1}{2L}\right)^2 \\ \left(\frac{\partial\omega_{1,2}}{\partial L}\right)^2 &= \left(\mp \frac{R}{2L^2} + \frac{-\frac{1}{CL^2} - \frac{R^2}{2L^3}}{2\sqrt{\frac{1}{CL} + \frac{R^2}{4L^2}}}\right)^2. \end{aligned}$$

Um die experimentellen Werte zu bestimmen, werden die Werte in Tabelle 3 in einem Plot aufgetragen. Des Weiteren wird in diesem die Theoriekurve, die sich nach (12) berechnet, aufgetragen. Der entsprechende Plot ist in Abbildung 6 zu sehen. Daraus werden die Werte für die Frequenzen abgelesen, bei denen die Phasenverschiebung  $\frac{\pi}{4}$  beziehungsweise  $\frac{3\pi}{4}$  beträgt. Diese lauten

$$\begin{aligned} \omega_{1,\text{exp}} &= (2,0 \pm 0,25) \cdot 10^5 \text{ Hz} \\ \omega_{2,\text{exp}} &= (2,8 \pm 0,25) \cdot 10^5 \text{ Hz.} \end{aligned}$$



**Abbildung 6:** Plot und Theoriekurve des Phasenunterschiedes gegen die Frequenz aufgetragen.

Damit ergibt sich die experimentelle Breite der Resonanzkurve zu

$$\omega_{2,\text{exp}} - \omega_{1,\text{exp}} = (0,8 \pm 0,35) \cdot 10^5 \text{ Hz}$$

und die theoretische Breite zu

$$\omega_2 - \omega_1 = (0,77 \pm 0,01) \cdot 10^5 \text{ Hz}.$$

Dabei berechnet sich der zugehörige Fehler nach

$$\Delta\omega_{2-1} = \sqrt{(1 \cdot \Delta\omega_2)^2 + (1 \cdot \Delta\omega_1)^2}. \quad (23)$$

## 5 Diskussion

Der bestimmte Wert für  $R = (79,8 \pm 0,9) \Omega$  in der ersten Messung beträgt 266% des Gerätewertes von  $R_{\text{Gerät}} = 30,3 \Omega$ . Diese systematische Abweichung lässt sich durch Kabelwiderstände sowie Innenwiderstände der Geräte erklären, die sich schnell auf circa  $50\Omega$  aufsummieren.

Der experimentell bestimmte Wert für den Widerstand, bei dem der aperiodische Grenzfall einsetzt, beträgt  $R_{\text{ap}} = (1355 \pm 5) \Omega$ . Dies ist lediglich 80% des Theoriewertes von  $R_{\text{theo}} = 1678 \Omega$ . Diese Abweichung lässt sich ebenfalls durch weitere Innenwiderstände

erklären. Des Weiteren kann nicht ausgeschlossen werden, dass der zur Messung verwendete Tastkopf nicht einen frequenzabhängigen Widerstand hat. Die Theoriekurve in Abbildung 5 bestätigt dies, da die Messwerte bei auf Höhe der Resonanzfrequenz stark von dieser Abweichen, während die Werte bei geringer und hoher Frequenz jeweils gut durch die Theoriekurve genähert werden.

Die experimentell bestimmte Güte des Systems  $q = 2,56$  beträgt lediglich 83% des Theoriewertes von  $q_{\text{theo}} = 3,09$ . Da die Güte sich aus der Spannungsamplitude bestimmt, welche mit steigendem Widerstand sinkt, kann diese Verringerung ebenfalls durch nicht beachtete Widerstände erklären.

Die Werte für  $\omega_1 = 2,1 \cdot 10^5$  Hz und  $\omega_2 = 2,8 \cdot 10^5$  Hz weichen beide jeweils nur sehr gering von den Theoriewerten ab. Dies ist ebenfalls gut an dem Plot in Abbildung 6 zu sehen. Die Messwerte werden hier gut von der Theoriekurve genähert. Jedoch werden die Abweichungen um  $\omega_{\text{res}} = 2,2 \cdot 10^5$  Hz und bei hohen Frequenzen größer. Dies lässt sich durch frequenzabhängige Induktivitäten, Kapazitäten sowie Widerstände erklärt werden. Diese Abhängigkeit scheint sich größtenteils gegen sich selbst zu kürzen. Darüber lässt sich die Abweichung der Resonanzfrequenz von dem Theoriewerte ebenfalls erklären.

Generell kommen durch Ungenauigkeiten beim Ablesen des Oszilloskopes weitere Abweichungen zu Stande. Diese werden in der Auswertung jedoch nicht näher betrachtet.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *V354 - Gedämpfte und erzwungene Schwingungen*. Jan. 2019. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V354.pdf>.