

V406

Beugung am Spalt

Robin Pelkner
robin.pelkner@tu-dortmund.de

Joshua Althüser
joshua.althueser@tu-dortmund.de

Durchführung: 07.05.2019

Abgabe: 14.05.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	5
4 Auswertung	6
4.1 Bestimmung der Breite des ersten Einzelspaltes	6
4.2 Bestimmung der Breite des zweiten Einzelspaltes	8
4.3 Bestimmung der Breite und des Spaltabstandes beim Doppelspalt	10
5 Diskussion	13
Literatur	14

1 Zielsetzung

In diesem Versuch sollen Beugungsbilder von zwei Einzelspalten untersucht werden, um auf die Größe dieser rückschließen zu können. Analog soll die Breite und der Abstand eines Doppelspaltes bestimmt werden.

2 Theorie

Wenn die Abmessungen einer Blende in der Größenordnung der Wellenlänge λ des Lichtes sind, so können Beugungsbilder beobachtet werden. Es wird dabei zwischen der Fresnel'schen Beugung und der Fraunhofer Näherung unterschieden. Bei ersterer werden Lichtstrahlen betrachtet, die nah an der Blende aufeinander treffen, also unter verschiedenem Winkel ϕ abgelenkt werden. In diesem Versuch wird jedoch die Fraunhofer Näherung betrachtet, bei welcher die Distanz zwischen Blende und Schirm beziehungsweise Detektor sehr groß gegen die Blendengröße gewählt wird, sodass die interferierenden Strahlen als parallel angenommen werden können. Dieses Schema ist in Abbildung 1 zu finden.

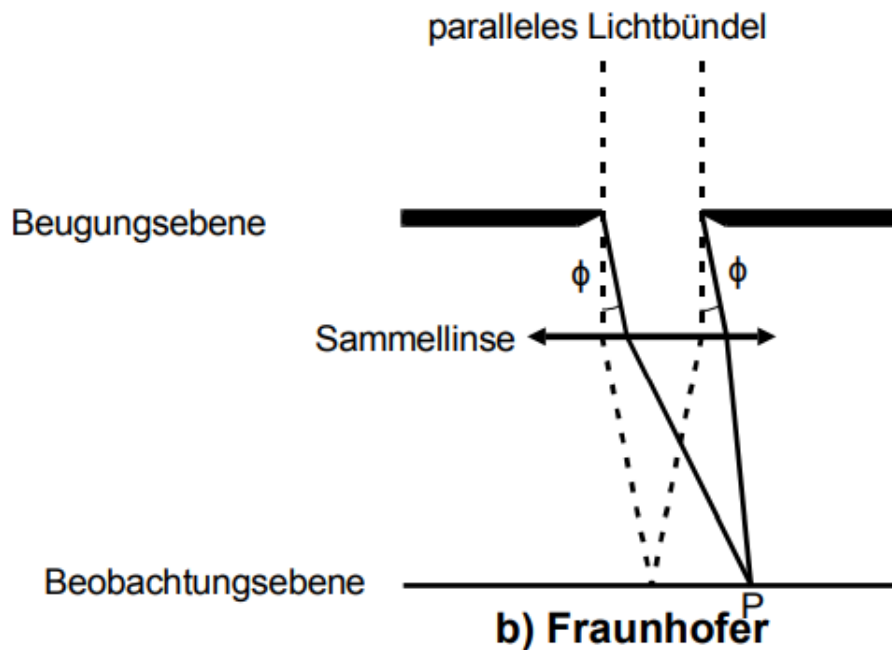


Abbildung 1: Veranschaulichung der Fraunhofer Beugung am Einzelspalt [1].

Die Beugung selbst kann mit dem Huygen'schem Prinzip erklärt werden. Bei diesem wird angenommen, dass sich an jedem Punkt einer Welle eine neue kugelförmige Elementarwelle ausbreitet. Diese interferieren miteinander und bilden so neue Wellenfronten. Diese breiten sich nicht nur in die eigentliche Laufrichtung aus, sondern auch seitlich, was explizit nach dem Spalt aufgrund seitlich "fehlender" Elementarwellen zu einer Ausbreitung in diese

Richtung führt. Insgesamt muss über jedes einzelne Strahlenbündel summiert werden, um die Amplitude unter einem Winkel Φ zu bestimmen. Aufgrund der geringen Größe jener, geht die Summation in eine Integration der gesamten Spaltbreite b über. Im Allgemeinen werden Wellen durch die Gleichung

$$A(z, t) = A_0 \exp\left(i\left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda}\right)\right) \quad (1)$$

beschrieben. Dabei ist ω die Kreisfrequenz und A_0 die Amplitude. Werden zwei Strahlen, wie in Abbildung 2 zu sehen, an zwei verschiedenen Orten mit Abstand x unter gleichem Winkel Φ ausgesendet, so kann ein Phasenunterschied an einem bestimmten Ort

$$\delta = \frac{2\pi \sin(\Phi)}{\lambda} \quad (2)$$

festgestellt werden. Dieser führt schlussendlich zur Interferenz. Wenn die Phasen genau entgegengesetzt sind, so wird sich zum Beispiel destruktive Interferenz einstellen.

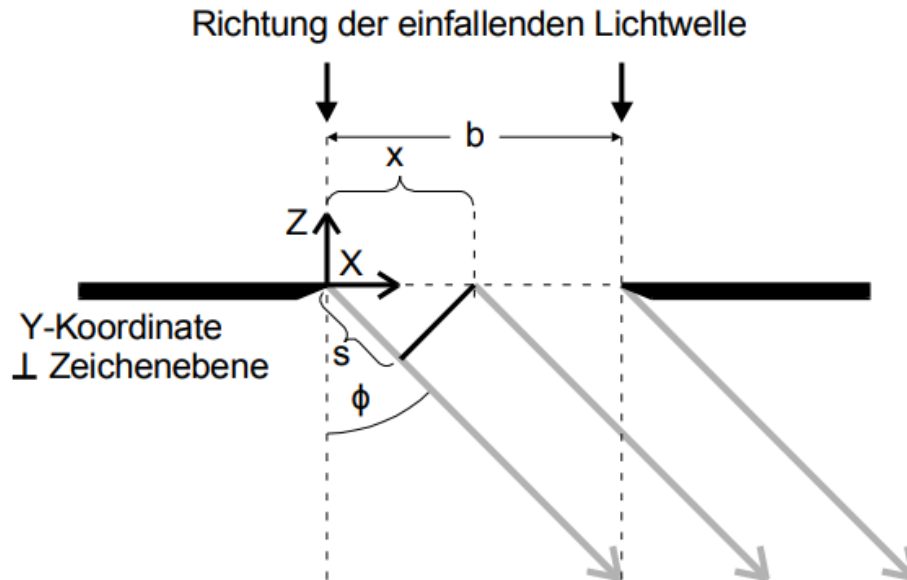


Abbildung 2: Schematische Skizze zum Gangunterschied zweier Lichtstrahlen [1].

Nach der Integration und Umformungen ergibt sich für die Amplitude für einen Winkel Φ folgende Beziehung:

$$B(z, t, \Phi) = A_0 \exp\left(i\left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda}\right)\right) \cdot \exp\left(\frac{i\pi b \sin(\Phi)}{\lambda}\right) \cdot \frac{\lambda}{\pi \sin(\Phi)} \sin\left(\frac{\pi b \sin(\Phi)}{\lambda}\right). \quad (3)$$

Die beiden exponentiellen Terme beschreiben dabei eine Phase. Für die experimentelle Untersuchung sind die letzten beiden Terme relevant.

Aufgrund der hohen Frequenz von Licht ist es schwierig die Amplitude zu messen, weshalb hier die zeitlich gemittelte Intensität I betrachtet wird. Dabei gilt die Relation

$$I(\Phi) \propto B^2(\Phi) = A_0^2 b^2 \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin(\Phi)} \right)^2 \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin(\Phi)}{\lambda} \right)^2. \quad (4)$$

Analog kann der Doppelspalt als Überlagerung von zwei Einzelspalten betrachtet werden. Dabei ergibt sich für die Intensitätsverteilung

$$I(\Phi) \propto B^2(\Phi) = 4 \cos^2 \left(\frac{\pi s \sin(\Phi)}{\lambda} \right) \cdot \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin(\Phi)} \right)^2 \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin(\Phi)}{\lambda} \right), \quad (5)$$

wobei b die Breite der Einzelspalte und s deren Abstand ist.

Generell lässt sich ebenfalls eine Apperaturfunktion bilden, welche das vorliegende System beschreibt. Die fouriertransformierte Funktion dieser beschreibt dann das Beugungsbild.

3 Durchführung

Zunächst wird der Spalt so verschoben, dass an dem Photoelement das Interferenzmuster gut zu sehen ist. Dabei sollte das Hauptmaximum möglichst mittig liegen. Anschließend wird die Distanz L zwischen Spalt und Photoelement bestimmt, wie in Abbildung 3 zu sehen ist.

Da der Detektor auch ohne einfallendes Laserlicht einen sogenannten Offsetstrom I_{Dunkel} emittiert, muss dieser vor jeder Messung bestimmt werden und später von den einzelnen Messwerten subtrahiert werden. Dazu wird die angezeigte Stromstärke ohne Laserlicht gemessen und notiert.

Zu Beginn der Messung wird das Photoelement mittig ausgerichtet, sodass es an dem Hauptmaximum steht. Nun wird es in kleinen Schritten verschoben. Die Größe dieser wird so gewählt, dass zwischen den einzelnen Maxima mehrere Messungen liegen, um so die spätere Ausgleichsrechnung besser durchführen zu können. Sind mehrere Maxima in eine Verschiebungsrichtung gemessen, so wird der gleiche Prozess in die andere Richtung wiederholt.

Analog dazu wird ein zweiter Spalt und ein Doppelspalt ausgemessen.

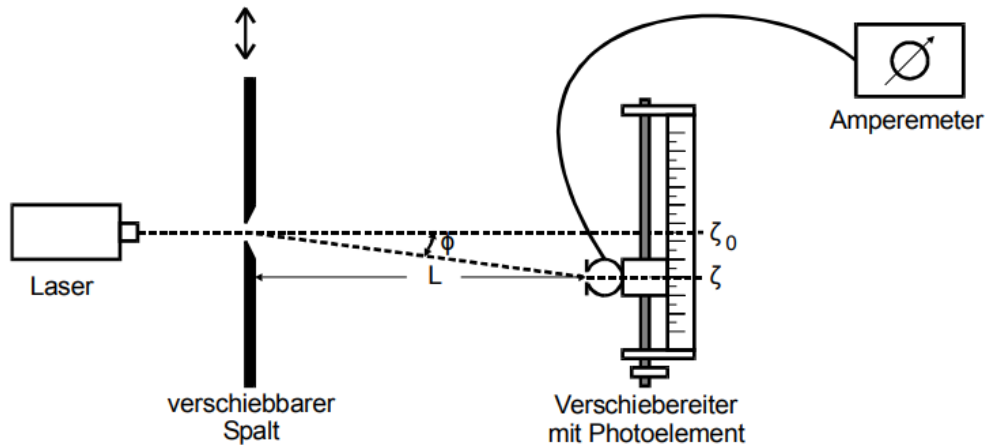


Abbildung 3: Aufbau der Messapparatur zur Vermessung des Spaltes [1].

4 Auswertung

Zur Auswertung der Messungen an den verschiedenen Spalten ist zunächst bei nicht aktiviertem Laser ein Offstrom von $I_{\text{Off}} = 0,175 \text{ nA}$ an der Diode gemessen worden. Des Weiteren beträgt der Abstand zwischen Diode und Spalt $L = 1,08 \text{ m}$. Der verwendete Laser hat eine Wellenlänge von $\lambda = 633 \text{ nm}$. Im Folgenden werden die Breiten der jeweiligen gemessenen Spalte mittels eines Fits bestimmt, wobei die gesamte Rechnung mittels der Fraunhofernäherung durchgeführt wird. Beim Doppelspalt wird zusätzlich der Abstand der Spalte voneinander berechnet.

4.1 Bestimmung der Breite des ersten Einzelspaltes

Die Verschiebungen x vom Nullpunkt sowie die zugehörigen Intensitäten I , welche die Messung am ersten Spalt ergaben sind in Tabelle 1 zu sehen. Der benötigte Verschiebungswinkel ergibt sich näherungsweise durch $\Phi \approx \frac{x-x_0}{L}$. Die Verschiebung x_0 gibt dabei die Position des Hauptmaximums an, welches sich in der Messung von 0 unterscheiden kann. Beim ersten Spalt liegt das Hauptmaximum bei $x_0 = -0,75 \text{ mm}$. Zur Bestimmung der Breite des Spaltes wird eine Ausgleichskurve aus den Verschiebungswinkeln und den vom Offsetstrom bereinigten Intensitäten der Form von Gleichung (4) gebildet. Diese ist in Abbildung 4 dargestellt. Mittels des Python 3.7.0 Paketes Curve Fit werden die Amplitude A_0 und die gesuchte Spaltbreite b zu

$$A_0 = (1,17 \pm 0,01) \text{ A},$$

$$b = (1,17 \pm 0,01) \cdot 10^{-4} \text{ m},$$

bestimmt. Zu Beachten ist hierbei jedoch, dass in der Ausgleichsrechnung der Wert des Hauptmaximums (I_{max}) nicht beachtet wird, da sonst, wie in Gleichung (4) zu

Tabelle 1: Verschiebung vom Nullpunkt und zugehörige Intensitäten.

Position / mm	Ausschlag / nA	Position / mm	Ausschlag / nA
-25,00	0,32	1,25	12,00
-24,00	0,34	1,50	10,50
-23,00	0,34	1,75	9,50
-22,00	0,32	2,00	8,00
-21,00	0,36	2,25	7,00
-20,00	0,44	2,50	6,00
-19,00	0,48	2,75	5,00
-18,00	0,50	3,00	4,00
-17,00	0,48	3,25	3,50
-16,00	0,54	3,50	2,50
-15,00	0,60	3,75	2,00
-14,00	0,62	4,00	1,50
-13,00	0,50	4,50	1,00
-12,00	0,40	5,00	0,84
-11,00	0,54	5,50	0,72
-10,50	0,74	6,00	0,68
-10,00	0,90	6,50	0,70
-9,50	1,15	7,00	0,70
-9,00	1,30	7,50	0,66
-8,50	1,40	8,00	0,60
-8,00	1,35	8,50	0,54
-7,00	1,00	9,00	0,48
-6,00	1,30	10,00	0,38
-5,00	3,40	11,00	0,40
-4,00	7,40	12,00	0,41
-3,00	12,50	13,00	0,40
-2,00	17,50	13,50	0,38
-1,75	18,50	14,00	0,36
-1,50	19,00	15,00	0,34
-1,25	19,00	16,00	0,35
-1,00	19,50	17,00	0,36
-0,75	19,50	18,00	0,36
-0,50	19,50	19,00	0,34
-0,25	19,00	20,00	0,32
0,00	17,50	21,00	0,30
0,25	16,50	22,00	0,30
0,50	15,50	23,00	0,30
0,75	14,50	24,00	0,29
1,00	13,00	25,00	0,28

erkennen, durch $\sin(\Phi) = 0$ geteilt werden würde. Dieser Wert ist in der Darstellung der Ausgleichskurve markiert.

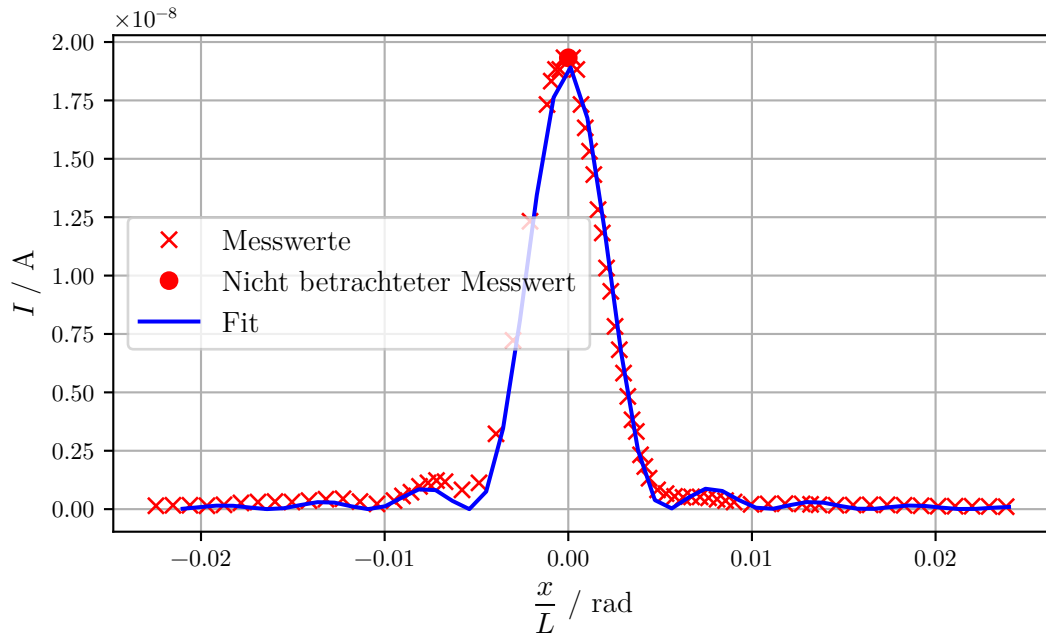


Abbildung 4: Auftragung der Winkel gegen die Intensitäten beim ersten Einzelspalt mit Ausgleichskurve.

4.2 Bestimmung der Breite des zweiten Einzelspaltes

Die Bestimmung der Breite des zweiten Spaltes erfolgt analog zu der des ersten Spaltes. Zu Erwähnen sei hierbei, dass der zweite Spalt kleiner als der erste ist. Die Verschiebung des Hauptmaximums liegt diesmal bei $x_0 = 0$, wobei dieses ebenfalls nicht in der Ausgleichsrechnung beachtet wird. Die gemessenen Werte für die Verschiebung vom Nullpunkt und zugehörige Intensitäten sind in Tabelle 2 zu sehen. Die Verschiebungswinkel bestimmen sich wie bereits zuvor. Es wird darüber mittels des Python 3.7.0 Paketes Curve Fit eine Ausgleichskurve der Form von Gleichung (4) bestimmt, welche in Abbildung 5 zu sehen ist. Die Amplitude und die Spaltbreite sind

$$A_0 = (1,98 \pm 0,04) \text{ A},$$

$$b = (4,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-5} \text{ m}.$$

Tabelle 2: Verschiebung vom Nullpunkt und zugehörige Intensitäten vom zweiten Spalt.

Position / mm	Ausschlag / nA	Position / mm	Ausschlag / nA
-25	0,36	0	9,40
-24	0,38	0,5	9,00
-23	0,42	1	8,80
-22	0,46	2	8,00
-21	0,52	3	7,20
-20	0,58	4	6,00
-19	0,60	5	5,00
-18	0,62	6	3,80
-17	0,62	7	3,00
-16	0,60	8	2,10
-15	0,62	9	1,60
-14	0,65	10	1,20
-13	0,75	11	1,00
-12	1,05	12	0,90
-11	1,45	13	0,94
-10	2,05	14	0,96
-9	2,80	15	0,86
-8	3,80	16	0,82
-7	4,80	17	0,78
-6	5,60	18	0,72
-5	6,60	19	0,64
-4	7,40	21	0,56
-3	7,80	22	0,50
-2	8,20	23	0,44
-1	8,40	24	0,38
-0,5	8,80	25	0,34

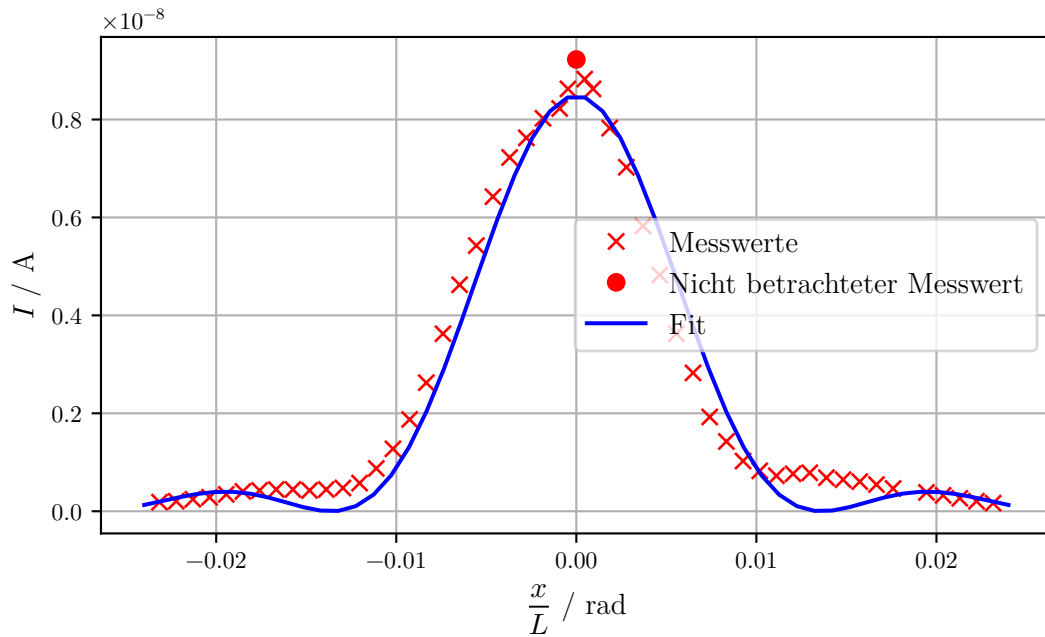


Abbildung 5: Auftragung der Winkel gegen die Intensitäten beim zweiten Einzelspalt mit Ausgleichskurve.

4.3 Bestimmung der Breite und des Spaltabstandes beim Doppelspalt

Zur Bestimmung der Eigenschaften des Doppelspaltes werden die Werte aus Tabelle 3 verwendet. Das Hauptmaximum liegt bei $x_0 = -1,0$ mm. Die Bestimmung erfolgt analog zum Einzelspalt, hierbei wird allerdings eine Ausgleichskurve der Form von Gleichung (5) bestimmt. Zu Beachten ist dabei, die Amplitude korrekt einzustellen; hier wird der Wert des Hauptmaximums als Vorfaktor verwendet. Mittels Python 3.7.0 werden die Spaltbreite b und der Spaltabstand s zu

$$s = (4,19 \pm 0,02) \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

$$b = (2,62 \pm 0,02) \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

bestimmt. Die zugehörige Ausgleichskurve ist in Abbildung 6 dargestellt. Zusätzlich ist eine Theoriekurve, abgebildet. Diese stellt die Funktion (5) mit den an der Blende gegebenen Theoriewerten

$$s = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

$$b = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

dar.

Des Weiteren ist in Abbildung 7 die bereits in Abbildung 6 dargestellte Ausgleichskurve und eine nach Gleichung (4) bestimmte Kurve zu sehen, welche die theoretische Verteilung eines Einzelspaltes zeigt, welcher die selbe Breite b wie der Doppelspalt aufweist.

Tabelle 3: Verschiebung vom Nullpunkt und zugehörige Intensitäten vom Doppelspalt.

Position / mm	Ausschlag / μ A	Position / mm	Ausschlag / μ A
-11,00	0,0070	0,50	0,4000
-10,50	0,0120	1,00	0,1450
-10,00	0,0190	1,50	0,0480
-9,50	0,0250	2,00	0,1050
-9,00	0,0150	2,50	0,1300
-8,50	0,0100	3,00	0,0820
-8,25	0,0095	3,50	0,0340
-8,00	0,0100	4,00	0,0145
-7,50	0,0120	5,00	0,0180
-7,00	0,0160	5,50	0,0240
-6,75	0,0175	6,00	0,0225
-6,50	0,0140	6,50	0,0150
-6,00	0,0215	7,00	0,0135
-5,50	0,0260	7,50	0,1650
-5,00	0,0225	8,00	0,0170
-4,50	0,0170	8,50	0,0130
-4,00	0,0165	9,00	0,0086
-3,50	0,4600	9,50	0,0056
-3,00	0,1400	10,00	0,0072
-2,50	0,2250	10,50	0,0110
-2,00	0,1900	11,00	0,0115
-1,50	0,7500	11,50	0,0075
-1,00	1,4000	12,00	0,0042
-0,50	0,4200	12,50	0,0050
0,00	0,5600		

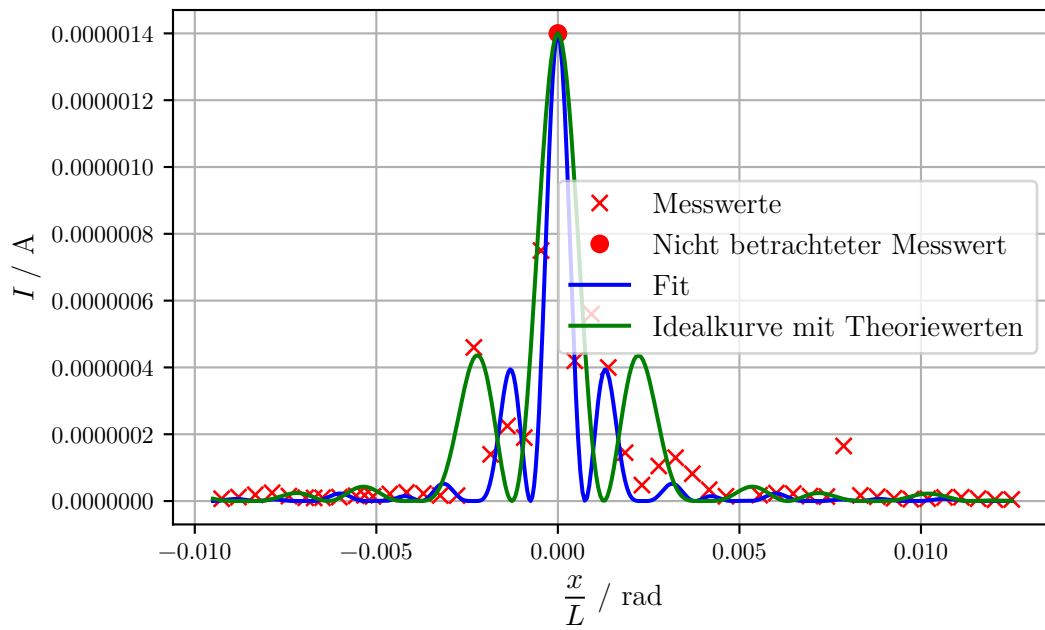


Abbildung 6: Auftragung der Intensitäten gegen die Winkel beim Doppelspalt mit Ausgleichs- und Theoriekurve.

Anzumerken ist auch hier, dass die Amplitude der Amplitude des Doppelspaltes angepasst ist. Es ist zu sehen, dass die Kurve des Einzelspaltes nach Gleichung (4) ungefähr der Einhüllenden des Doppelspaltes entspricht.

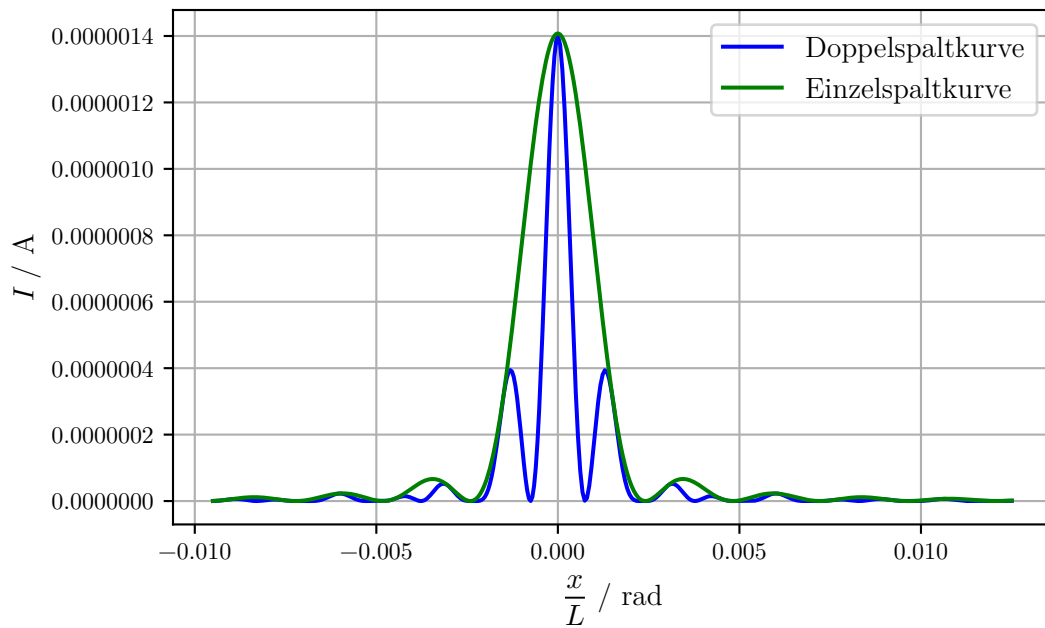


Abbildung 7: Vergleich der Ausgleichskurve des Doppelspaltes mit der Theoriekurve eines Einzelspaltes gleicher Breite.

5 Diskussion

Bei diesem Versuch existieren Fehlerquellen verschiedenster Art. Der Einfluss anderer Lichtquellen, wie der Lampe die benötigt wird um die Messwerte vom Amperemeter abzulesen, ist durch die Beachtung des Offsetstroms als gering einzustufen, wobei Schwankungen auftreten können. Diese treten zum Beispiel durch Anstoßen am Tisch oder eigene Bewegungen beim Messen auf. Durch Anstoßen des Tisches kann sich auch die Blende vor der Lichtquelle ein wenig in der Halterung verschieben, was die Messung verfälschen kann. Ein weiterer Faktor ist die begrenzte Genauigkeit des Amperemeters; Notwendiges Ändern der Messskala führt dazu, dass einige Werte genauer gemessen werden können als andere. Hier ist auch die begrenzte Genauigkeit erwähnt, mit der das menschliche Auge von der analogen Skala ablesen kann.

Die Messung der Einzelspalte ist im Allgemeinen als gut zu bezeichnen, wenngleich die Messung des zweiten Spaltes keine Nebenmaxima aufzeigte. Das ist auch am, im Vergleich zum ersten Spalt, größeren Fehler zu erkennen. Die Ergebnisse

$$b_1 = (1,17 \pm 0,01) \cdot 10^{-4} \text{ m},$$

$$b_2 = (4,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-5} \text{ m},$$

weisen aber beide einen Wert in der richtigen Größenordnung auf. Verglichen mit den Angaben an den Blenden ergibt sich eine Abweichung von 22% für den ersten Spalt und

38,67% für den zweiten Spalt von den Theoriewerten

$$b_1 = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ m},$$
$$b_2 = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ m},$$

was noch einmal verdeutlicht, dass die Messung des ersten Spaltes besser verlief, als die des zweiten. Die Abweichungen der Breiten sind aber angesichts der Fehlerquellen gering und die Messung der Einzelspalte daher allgemein als gut einzuschätzen.

Die Auswertung des Doppelspaltes ergab eine Spaltbreite b_D beziehungsweise Spaltenabstand s_D von:

$$s_D = (4,19 \pm 0,02) \cdot 10^{-3} \text{ m},$$
$$b_D = (2,62 \pm 0,02) \cdot 10^{-3} \text{ m}.$$

An der Apparatur sind Angaben zu den Ausmaßen des Doppelspaltes abzulesen von

$$s_{\text{Theorie}} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m},$$
$$b_{\text{Theorie}} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

womit sich eine relative Abweichung des gemessenen Abstandes von 67,76% und der gemessenen Breite von 75,47% vom jeweiligen Theoriewert ergibt. Diese Abweichungen sind in Abbildung 6 gut veranschaulicht. Sie sind aber im Rahmen der Messgenauigkeit bei diesem Versuch vertretbar. Die Theoriekurve scheint dort wesentlich breitere Amplituden als die Kurve aus den Messwerten aufzuweisen, was letztendlich zu einer kompletten Verschiebung dieser zwischen beiden Kurven führt. Angesichts der großen Fehlerquellen ist dies aber zu erwarten gewesen. In Abbildung 7 ist der Zusammenhang zwischen Einzel- und Doppelspalt gut zu erkennen. Die Kurve des Einzelspaltes entspricht, wie in der Abbildung zu sehen, der Einhüllenden der Kurve des Doppelspaltes gleicher Breite, womit der Zusammenhang bestätigt ist.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *V406 - Beugung am Spalt*. 2019.