## V206 - Die Wärmepumpe

# Versuch zur Wärmepumpe

Robin Pelkner robin.pelkner@tu-dortmund.de

Joshua Althüser joshua.althueser@tu-dortmund.de

Durchführung: 06.11.2018 Abgabe: 13.11.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

## Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	setzung	3
2	The		3
	2.1	Güteziffer	
	2.2	Massendurchsatz	5
	2.3	Mechanische Kompressorleistung	5
3	Dur	chführung	5
4	Aus	wertung	6
	4.1	Zeit-Temperatur-Diagramme	6
	4.2	Bestimmung des Differentialquotienten	8
	4.3	Bestimmung der Güteziffern des Systems	
	4.4	Bestimmung des Massendurchsatzes	9
	4.5	Bestimmung der mechanische Kompressorleistung	12
5	Disk	kussion	15
Lit	teratı	ur	15

## 1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist es, die Funktionsweise und das Prinzip der Wärmepumpe durch eine beispielhafte Messung zu zeigen.

## 2 Theorie

Bei der Wärmepumpe handelt es sich um eine Vorrichtung, welche es erlaubt die durch den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik gegebene Flussrichtung(vom wärmeren zum kälteren Körper) durch mechanische Arbeit umzukehren. Die Wärmepumpe ist dabei wie in Abbildung 1 dargestellt aufgebaut. Der Körper welcher in der Abbildung als

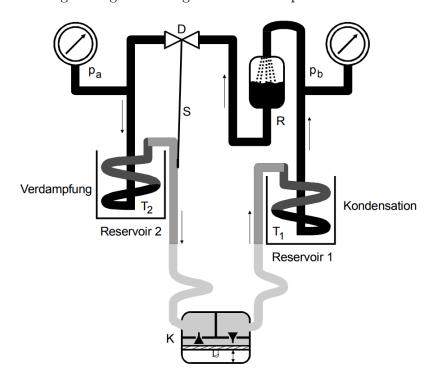


Abbildung 1: Schematischer Aufbau der Wärmepumpe [3, S. 193]

Reservoir 1 bezeichnet wird, ist das Objekt, welches beheizt werden soll; das Reservoir 2 liefert die hierzu notwendige Energie. Wichtig ist, dass es sich bei den Reservoiren um abgeschlossene Systeme handelt, das heißt, dass sie möglichst thermisch isoliert sein müssen. Durch die beiden Reservoire wird ein reales Gas geleitet, in diesem Fall Dichlordifluormethan, welches die Eigenschaft besitzt den Agregatzustand durch sich verändernden Druck gut wechseln zu können. Bezogen auf Abbildung 1 heißt das, dass das Gas in Reservoir 2 einen Druck  $p_2$  und eine Temperatur  $T_2$  hat und gasförmig wird, wobei es dem Reservoir 2 die Verdampfungsenergie L entzieht. Der Kompressor sorgt dabei für einen Gaskreislauf zwischen den Reservoiren und eine adiabatische Kompression, zwischen den Reservoiren, was heißt, dass dabei keine zusätzliche Wärme an die Umgebung

abgegeben wird. Wenn das gasförmige Gas nun in Reservoir 1 strömt, wird es aufgrund des höheren Druckes  $p_1 > p_2$ , welcher durch die Kompression vorliegt, wieder flüssig und gibt dabei Wärmeenergie an das Reservoir mit Temperatur  $T_1$  ab. Das nun flüssige Gas strömt dann durch ein Drosselventil zurück zu Reservoir 2 und der Kreislauf führt sich fort. Nach und nach erwärmt sich das Reservoir 1 also, während sich Reservoir 2 nach und nach weiter abkühlt. In der Praxis können Objekte so durch Reservoire geheizt werden, welche eine nahezu unendliche Menge konstanter Wärmeenergie aufweisen, wie die Umgebungsluft oder das Grundwasser. Weitere Bauteile neben dem Drosselventil, welches die Menge an einströmden flüssigen Gas reguliert, ein Steuergerät, welches die Regulierung des Drosselventils steuert und ein Reiniger welcher das flüssige Gas von gasförmigen Resten befreit, um den Kompressor zu entlasten.

#### 2.1 Güteziffer

Die Güteziffer stellt die Effektivität der Wärmepumpe dar, das heißt das Verhältnis zwischen aufgebrachter mechanischer Arbeit A (für den Kompressor) und der transportierten Wärmemenge

Im folgenden bezeichnen A die mechanische Arbeit,  $Q_1$  die abgebene Wärmemenge und  $Q_2$  die aufgenomme Wärmemenge. Nach dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik muss die Energie im System erhalten bleiben, das heißt, dass sich die aufgenomme Wärme aus geleisteter Arbeit und abgegebener Wärme zusammensetzen muss, also

$$Q_1 = Q_2 + A. (1)$$

Bezogen auf die Temperatur, lässt sich mit Hilfe des zweiten Hauptsatz der Thermodynamik, welcher die Flussrichtung der Wärmeenergie durch den Fluss vom wärmeren zum kälteren Objekt bestimmt (Entropie), unter realistischen Annahmen, dass der Prozess irreversibel ist, da eine gewisse Verlustwärme bzw. Verlustenergie vorliegt, muss folgende Relation gelten:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0. (2)$$

Aus den Gleichungen (1) und (2) lässt sich die Güte einer idealisierten Wärmepumpe als

$$\nu_{\rm ideal} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \tag{3}$$

darstellen. Soll diese Güteziffer nun anhand einer Messreihe zu einer Wärmepumoe bestimmt werden, so muss zunächst, da hier mit einer Ausgleichsrechnung gearbeitet wird, der Differentialquotienten  $\frac{\Delta T_1}{\Delta t}$  erechnet werden und daraus ergibt sich dann für die abgebene Wärmemenge pro Zeiteinheit die Beziehung

$$\frac{\Delta Q_1}{\Delta t} = (m_1 c_w + m_k c_k) \frac{\Delta T_1}{\Delta t},\tag{4}$$

wobei  $m_1c_w$  die Wärmekapizität des Wassers im Reservoir und  $m_kc_k$  die Wärmekapizität der Rohre und der Reservoire sind. Die Güteziffer erechnet sich dann mit der über die Zeit  $\Delta t$  gemittelte Leistung P zu

$$\nu = \frac{\Delta Q_1}{\Delta t P}.\tag{5}$$

### 2.2 Massendurchsatz

Der Massendurchsatz bezeichnet die Masse an Gas, welche durch die Rohre strömt. Hierzu muss wie zuvor ein Differentialquotient gebildet werden. Für  $\frac{\Delta T_2}{\Delta t}$  ergibt sich für die abgebene Wärmemenge pro Zeiteinheit  $\Delta t$ 

$$\frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = (m_2 c_w + m_k c_k) \frac{\Delta T_2}{\Delta t}.$$
 (6)

Für die abgegebene Wärmemenge pro Zeiteinheit gilt außerdem, da die Abnahme der Wärme proportional zur bekannten Verdampfungswärme L geschieht,

$$\frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = L \frac{\Delta m}{\Delta t}.\tag{7}$$

Werden (6) und (7) zusammmengesetzt, so gilt für den Massendurchsatz:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{(m_2 c_w + m_k c_k)}{L} \frac{\Delta T_2}{\Delta t}.$$
 (8)

## 2.3 Mechanische Kompressorleistung

Als mechanische Kompressorleistung P, wird die Leistung bezeichnet die benötigt wird um ein Gas mit dem Volumen  $V_a$  auf ein Volumen  $V_b$  zu verringern. Der Zusammenhang zur Arbeit  $A_m$  besteht durch

$$P = \frac{\Delta A_m}{\Delta t},\tag{9}$$

für welche gilt:

$$A_m = -\int_{V_a}^{V_b} p \, \mathrm{d}V. \tag{10}$$

Unter der Annahme, dass der Kompressor adiabatisch arbeitet, gilt die Poissongleichung für Druck  $p_{\rm a/b}$  und Volumen  $V_{\rm a/b}$ :

$$p_a V_a^{\kappa} = p_b V_b^{\kappa} = p V^{\kappa}. \tag{11}$$

Mittels der Gleichungen (10) und (11) lässt sich die mechanische Leistung schließlich als

$$P = \frac{\Delta A_m}{\Delta t} = \frac{1}{\kappa - 1} \left( p_b \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) \frac{1}{\rho} \frac{\Delta m}{\Delta t} \tag{12}$$

darstellen, wobei  $\rho$  die Dichte des Gases ist und  $\frac{1}{\rho} \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$ 

## 3 Durchführung

Die Wärmepumpe wird wie in Abbildung 2 zu sehen aufgebaut. Zuerst werden die beiden Reservoire mit jeweils circa 3 Liter Wasser befüllt. Daraufhin werden die Rührmotoren eingeschaltet, welche dafür sorgen, dass die Temperatur in beiden Reservoiren möglichst

homogen über das gesamte Volumen im jeweiligen Reservoir verteilt ist. Nach der Aktivierung des Kompressors gilt es im 1-Minutentakt die aufgenomme Leistung vom Kompressor P, abzulesen am Wattmeter, sowie den Druck  $p_{1,2}$  und die Temperatur  $T_{1,2}$  des zugehörigen Reservoirs (vgl. Abbildung 2) vom Mano- bzw. Thermometer abzulesen und zu notieren. Die Messreihe wurde beendet nachdem die Temperatur des zu heizenden Reservoirs 50°C übersteigt.

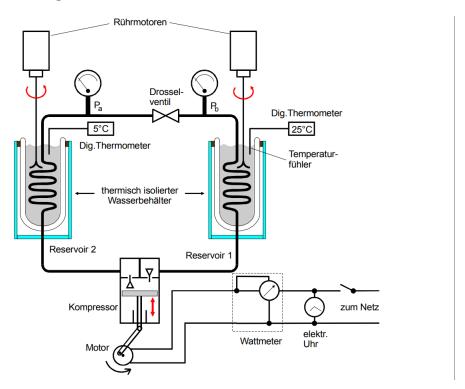


Abbildung 2: Aufbau der Messaparatur [3, S. 197]

## 4 Auswertung

### 4.1 Zeit-Temperatur-Diagramme

Die Messwerte in Tabelle 1 werden in einem Diagramm dargestellt und mithilfe von Python 3.7.0 durch einen Fit der Form  $T(t)=at^3+bt^2+ct+d$  angenähert. Dieses ist in Abbildung 3 zu sehen. Die Werte für  $T_1$  werden durch

$$\begin{split} a_1 &= (-1.1 \pm 0.3) \cdot 10^{-8} \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}^3} \\ b_1 &= (1.7 \pm 0.4) \cdot 10^{-5} \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}^2} \\ c_1 &= (1.9 \pm 0.2) \cdot 10^{-2} \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}} \\ d_1 &= (2.960 \pm 0.003) \cdot 10^2 \mathrm{K} \end{split}$$

Tabelle 1: Die gemessenen Temperaturen zu den jeweiligen Zeitpunkten.

	$T_1$ / K	$T_2$ / K
	11 / 11	12 / 11
$60 \pm 5$	$297{,}7\pm0{,}1$	$295{,}5\pm0{,}1$
$120 \pm 5$	$298,4 \pm 0,1$	$295,0 \pm 0,1$
$180 \pm 5$	$299,6 \pm 0,1$	$294,0 \pm 0,1$
$240 \pm 5$	$301,3 \pm 0,1$	$292,3 \pm 0,1$
$300 \pm 5$	$303,0 \pm 0,1$	$290,5 \pm 0,1$
$360 \pm 5$	$305,0 \pm 0,1$	$288,8 \pm 0,1$
$420 \pm 5$	$306,7\pm0,1$	$287,2\pm0,1$
$480 \pm 5$	$308,5 \pm 0,1$	$285{,}5\pm0{,}1$
$540 \pm 5$	$310,3 \pm 0,1$	$283{,}7\pm0{,}1$
$600 \pm 5$	$311,9 \pm 0,1$	$282,3\pm0,1$
$660 \pm 5$	$313,4 \pm 0,1$	$280,8 \pm 0,1$
$720 \pm 5$	$315,0 \pm 0,1$	$279,3 \pm 0,1$
$780 \pm 5$	$316,5\pm0,1$	$277.9 \pm 0.1$
$840 \pm 5$	$318,1 \pm 0,1$	$276,4 \pm 0,1$
$900 \pm 5$	$319,6 \pm 0,1$	$275,3 \pm 0,1$
$960 \pm 5$	$321,0 \pm 0,1$	$274,6 \pm 0,1$
$1020 \pm 5$	$322,3 \pm 0,1$	$274,0 \pm 0,1$
$1080 \pm 5$	$323,\!6\pm0,\!1$	$273{,}5\pm0{,}1$

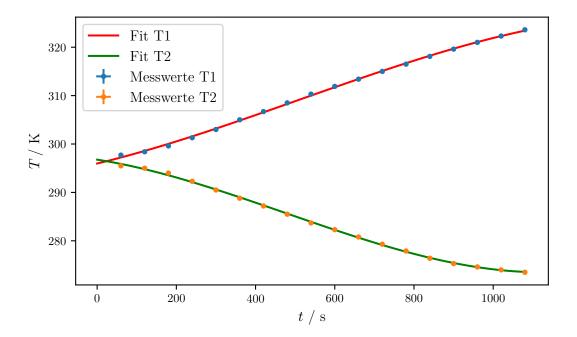


Abbildung 3: Plot und Fit der Temperaturen in Zeitabhöngigkeit.

beschrieben. Die Werte für  $T_2$  sind

$$\begin{split} a_2 &= (2.2 \pm 0.2) \cdot 10^{-8} \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}^3} \\ b_2 &= (-3.2 \pm 0.4) \cdot 10^{-5} \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}^2} \\ c_2 &= (-1.2 \pm 0.2) \cdot 10^{-2} \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}} \\ d_2 &= (2.968 \pm 0.003) \cdot 10^2 \mathrm{K} \end{split}$$

## 4.2 Bestimmung des Differentialquotienten

Der Differentialquotient  $\frac{\mathrm{d}T_1}{\mathrm{d}t}$ beziehungsweise  $\frac{\mathrm{d}T_2}{\mathrm{d}t}$  lässt sich als

$$T_i' = 3a_i t^2 + 2b_i t + c_i \text{ mit i} = 1, 2$$

bestimmen. Der Fehler dieser Größen lässt sich mithilfe der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung

$$\sigma_{\mathbf{u}}^2 = \sum \left(\frac{\partial u}{\partial x_i}\right)^2 \sigma_i^2 \tag{13}$$

berechnen. In diese werden die Werte eingesetzt, um so $\sigma_{T_1'}$  und  $\sigma_{T_2'}$  zu berechnen:

$$\begin{split} &\sigma_{T_1'} = \sqrt{(3t^2 \cdot \sigma_{a_1})^2 + (2t \cdot \sigma_{b_1})^2 + (1 \cdot \sigma_{c_1})^2 + ((6a_1t + 2b_1) \cdot \sigma_t)^2} \\ &\sigma_{T_2'} = \sqrt{(3t^2 \cdot \sigma_{a_2})^2 + (2t \cdot \sigma_{b_2})^2 + (1 \cdot \sigma_{c_2})^2 + ((6a_2t + 2b_2) \cdot \sigma_t)^2} \end{split}$$

Somit finden sich die Werte, die in Tabelle 2 zu sehen sind.

Tabelle 2: Die errechnten Änderungen der Temperaturen.

	t / s	$T_1$ / K	$T_2$ / K	$T_1' / \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}}$	$T_2'$ / $\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}}$
	$180 \pm 5$	$301,3 \pm 0,1$	$292,3 \pm 0,1$	$0,024 \pm 0,002$	$-0,\!021 \pm 0,\!002$
	$540 \pm 5$	$310{,}3\pm0{,}1$	$283{,}7\pm0{,}1$	$0,\!027 \pm 0,\!005$	$-0,\!027 \pm 0,\!005$
	$720 \pm 5$	$315{,}0\pm0{,}1$	$279{,}3\pm0{,}1$	$0,\!026 \pm 0,\!007$	$-0,\!024 \pm 0,\!007$
1	$020 \pm 5$	$322{,}3\pm0{,}1$	$274,0\pm0,1$	$0.02 \pm 0.01$	$-0.01 \pm 0.01$

### 4.3 Bestimmung der Güteziffern des Systems

Des weiteren lässt sich die Wärmekapazität des Wassers  ${\cal C}_w$ mit

$$C_w = m_w c_w = \rho_w V_w c_w$$

berechnen. Dabei ist  $c_w=4.182 \frac{\rm kJ}{{\rm kg\cdot K}}$  in der Literatur zu finden. [2] Der Fehler wird

mithilfe von (13):

$$\begin{split} \sigma_{C_w} &= \rho_w c_w \sigma_V \\ C_w &= (12.5 \pm 0.5) \cdot 10^3 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} \end{split}$$

Die Wärmekapazität der Kupferschlange und des Behälters  $C_k$  wird an der Apparatur abgelesen und beträgt

$$C_k = m_k c_k = 750 \frac{J}{K}.$$

Die Gleichungen (4) und (5) lassen sich zusammenfügen und der Differenzenquotient lässt sich durch einen Differentialquotienten ersetzen.

$$\nu_{\text{real}} = \frac{C_w + C_k}{P} \frac{dT_1}{dt} \tag{14}$$

Dort werden die oben genannten Werte eingesetzt, um so die Güteziffern  $\nu_{\rm real}$  zu errechnen. Dieser Fehler  $\sigma_{\nu}$  dieses lässt sich ebenfalls mithilfe von Gleichung (13) berechnen.

$$\sigma_{\nu_{\mathrm{real}}}^2 = \left(\frac{C_w + C_k}{P^2} \frac{\mathrm{d} T_1}{\mathrm{d} t} \cdot \sigma_P\right)^2 + \left(\frac{1}{P} \frac{\mathrm{d} T_1}{\mathrm{d} t} \cdot \sigma_{C_w}\right)^2 + \left(\frac{C_w + C_k}{P} \sigma_{T_1'}\right)^2$$

Diese sind in Tabelle 3 zu finden. Dort sind ebenfalls die mithilfe von (3) berechneten Idealwerte zu sehen. Die Fehler der idealen Güteziffern werden ebenfalls mittels (13) berechnet:

$$\sigma_{\nu_{\mathrm{ideal}}} = \sqrt{\left(\frac{T_2}{(T_1 - T_2)^2} \cdot \sigma_{T_1}\right)^2 + \left(\frac{T_1}{(T_1 - T_2)^2} \cdot \sigma_{T_2}\right)^2}$$

Tabelle 3: Die Güteziffern bei unterschiedlichen Temperaturen.

t / s	$T_1$ / K	$ u_{\mathrm{real}}$	$ u_{\mathrm{ideal}}$	Abweich	ung / %
$180 \pm 5$	$301,3 \pm 0,1$	$1{,}7\pm0{,}4$	$41,3 \pm 0,8$	$0,041 \pm$	0,010
$540 \pm 5$	$310,3\pm0,1$	$1{,}7\pm0{,}6$	$11{,}7\pm0{,}06$	$0,\!15\ \pm$	0,05
$720 \pm 5$	$315{,}0\pm0{,}1$	$1{,}6\pm0{,}7$	$8,8\pm0,03$	$0,\!18\ \pm$	0,08
$1020 \pm 5$	$322,3 \pm 0,1$	$1{,}2\pm0{,}8$	$6{,}7\pm0{,}02$	$0.18 \pm$	0,12

## 4.4 Bestimmung des Massendurchsatzes

Zur Bestimmung des Massendurchsatzes muss zuvor die Verdampfungswärme L des Gases bestimmt werden. Dies geschieht, in dem zuvor vom Manometer aufgenommene Druck-Temperetur Wertepaare gegeneinander aufgetragen werden und hierüber eine lineare Ausgleichsrechnung erfolgt. Die Wertepaare hierzu finden sich in Tabelle 4. Die

Verdampfungswärme L lässt sich dann durch die Steigung a der linearen Ausgleichsgeraden und der Gaskonstanten R durch  $L = m \cdot R$ , wobei die Ausgleichsgerade durch

$$y = a \cdot x + b,\tag{15}$$

wobei y hier der Druck und x die Temperatur, womit a die Zunahme des Druckes bei steigender Temperatur und b den Druck bei T=0. Die Parameter ergeben sich durch

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x}) \cdot (y_i - \overline{y})}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}$$
(16)

und

$$a = \overline{y} - b \cdot \overline{x},\tag{17}$$

wobei  $x_i$  die Temperaturwerte und  $y_i$  die Druckwerte (beides zu sehen in Tabelle 4) sind. Die dazugehörigen Mittelwerte  $\overline{x}$  und  $\overline{y}$ , zu n Werten (hier: n = 10), berechnen sich über

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i. \tag{18}$$

Somit ergeben sich nach Gleichungen (16), (17) und (18)

$$b = 17570,99 \tag{19}$$

und

$$|a| = 4552563, 3. (20)$$

Die sich dadurch nach Gleichung (15) ergebene Gerade ist in Abbildung 4 zu sehen. Zur Bestimmung von L ist neben der Steigung der Verdampfungkurve, die Gaskonstante  $R=8,314\frac{\rm J}{\rm molK}$  nötig. Mit der Relation

$$L = |a|R \tag{21}$$

lässt sich die Verdampfungswärme als

$$L = 37850011, 28 \frac{J}{\text{mol K}}$$
 (22)

berechnen. Zur weiteren Berechnung muss die Verdampfungswärme durch die molare Masse geteilt werden, um L in einer zur weiteren Berechnung sinnvollen Einheit zu erhalten, wobei die molare Masse von Dichlordiflourmethan  $M=120,91\frac{\rm g}{\rm mol}$  [1] beträgt, womit

$$L = 313042, 85 \frac{J}{gK}$$
 (23)

beträgt.

Nach (8) berechnen sich dann die Massendurchsätze, wie in Tabelle 5 zu sehen. Der Fehler des Massendurchsatzes lässt sich nach Gleichung (13) durch

$$\sigma_{\frac{dm}{dt}} = \sqrt{\left(\frac{C_w + C_k}{L}\right)^2 \sigma_{\frac{dT_2}{dt}}^2 + \left(-\frac{1}{L}\frac{dT_2}{dt}\right)^2 \sigma_{C_w}^2} \tag{24}$$

berechnen, wobei  $\sigma_{\frac{dT_2}{dt}}$  der Fehler der Differentiale  $\frac{dT_2}{dt}$  und  $\sigma_{C_w}$  der Fehler der Wärmekapazität des Wassers  $C_w$  ist.

Tabelle 4: Die Temperatur - Druck Wertepaare.

p / Pa	T / K
300000	273.15
380000	279.15
400000	281.15
480000	287.15
550000	293.15
600000	295.15
700000	301.15
740000	303.15
950000	313.15
1200000	323.15

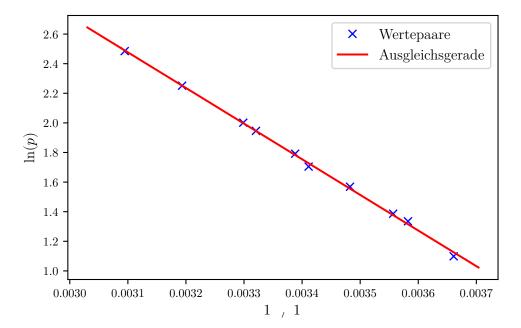


Abbildung 4: Verdampfungkurve von Dichlordiflourmethan.

Tabelle 5: Die Massendurchsätze zu den Temperaturen.

	$T_2/dt$ / K	dm/dt / g/s
<u>_</u> (	$0.021 \pm 0.002$	$-0.89 \pm 0.09$
-(	$0.027 \pm 0.005$	$-1,14 \pm 0,22$
-(	$0.024 \pm 0.007$	$-1,02 \pm 0,30$
-0	$0.010 \pm 0.010$	$-0,40 \pm 0,40$

## 4.5 Bestimmung der mechanische Kompressorleistung

Die nötigen Werte für die Dichte des Gases  $\text{Cl}_2\text{F}_2\text{C}$   $\rho_0$  bei 0°C ( $T_0 = 273.15 \text{ K}$ ) und 1 Bar ( $p_0 = 10^5 \text{ pa}$ ) Druck sowie  $\kappa$  lassen sich in der Literatur finden [3]:

$$\rho_0 = 5.51 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$
 $\kappa = 1.14.$ 

Mithilfe der idealen Gasgleichung

$$nR = \frac{pV}{T} \tag{25}$$

und der Information, dass nR = const gilt, folgt direkt:

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_2 V_2}{T_2}. (26)$$

Es gilt  $V = \frac{m}{\rho}$ . Dies wird in oben genannte Gleichung eingesetzt und auf beiden Seiten wird durch m geteilt. Somit folgt:

$$\frac{p_0}{\rho_0 T_0} = \frac{p_2}{\rho_2 T_2} \tag{27}$$

Mit  $\rho_2 = \rho$  und  $p_2 = p_a$  folgt:

$$\rho = \frac{\rho_0 T_0 p_a}{T_2 p_0} \tag{28}$$

Somit ergeben sich die Werte in Tabelle 8 und (12) kann zu

$$P_{\text{mech}} = \frac{1}{\kappa - 1} \left( p_b \cdot \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) \cdot \frac{T_2 p_0}{\rho_0 T_0 p_a} \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$$
 (29)

umgeformt werden.

Mit Werten in Tabelle 7 und Tabelle 6 sowie (29) ergeben sich die Daten für die mechanische Kompressorleistung in Tabelle 9. Der Fehler ergibt sich erneut nach (13) und ist

$$\sigma_{P_{\text{mech}}}^2 = \left(\frac{\partial P_{\text{mech}}}{\partial p_b}\right)^2 \sigma_{p_b}^2 + \left(\frac{\partial P_{\text{mech}}}{\partial p_a}\right)^2 \sigma_{p_a}^2 + \left(\frac{\partial P_{\text{mech}}}{\partial \left(\frac{dm}{dt}\right)}\right)^2 \sigma_{\frac{dm}{dt}}^2 \tag{30}$$

dabei sind

$$\frac{\partial P_{\text{mech}}}{\partial p_b} = \frac{T_2 p_0}{\rho_0 T_0 \kappa} \frac{1}{p_a} \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} \tag{31}$$

$$\frac{\partial P_{\text{mech}}}{\partial p_a} = -\frac{T_2 p_0}{\rho_0 T_0 \kappa} \frac{p_b}{p_a^2} \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}}$$
(32)

$$\frac{\partial P_{\text{mech}}}{\partial \left(\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\right)} = \frac{T_2 p_0}{\rho_0 T_0(\kappa - 1)} \frac{1}{p_a} \left( p_b \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) \tag{33}$$

Tabelle 6: Die vom Kompressor genutzte elektrische Leistung.

t / s	P / W
$60 \pm 5$	$175 \pm 5$
$120 \pm 5$	$180 \pm 5$
$180 \pm 5$	$190 \pm 5$
$240 \pm 5$	$195 \pm 5$
$300 \pm 5$	$200 \pm 5$
$360 \pm 5$	$200 \pm 5$
$420 \pm 5$	$205 \pm 5$
$480 \pm 5$	$205 \pm 5$
$540 \pm 5$	$205 \pm 5$
$600 \pm 5$	$205 \pm 5$
$660 \pm 5$	$205 \pm 5$
$720 \pm 5$	$210\pm5$
$780 \pm 5$	$210 \pm 5$
$840 \pm 5$	$215 \pm 5$
$900 \pm 5$	$215 \pm 5$
$960 \pm 5$	$215 \pm 5$
$1020 \pm 5$	$215 \pm 5$
$1080 \pm 5$	$215 \pm 5$

Tabelle 7: Temperatur und Druck im Verhältnis.

$T_1 / K$	$p_b / 10^5 \text{pa}$		$T_2$ / K	$p_a / 10^5 \text{pa}$
	<u> </u>			
$297.7 \pm 0.1$			$295,5 \pm 0,1$	$2.8 \pm 0.2$
$298,4 \pm 0,1$	$7.8 \pm 0.5$		$295,0 \pm 0,1$	$2,9 \pm 0,2$
$299,6 \pm 0,1$	$8,0 \pm 0,5$		$294,0 \pm 0,1$	$3,0 \pm 0,2$
$301,3 \pm 0,1$	$8,5 \pm 0,5$		$292,3 \pm 0,1$	$3,2 \pm 0,2$
$303,0 \pm 0,1$	$8,8 \pm 0,5$		$290,5 \pm 0,1$	$3,2 \pm 0,2$
$305,0 \pm 0,1$	$9,2 \pm 0,5$		$288,8 \pm 0,1$	$3,2 \pm 0,2$
$306,7 \pm 0,1$	$9.5 \pm 0.5$		$287,2 \pm 0,1$	$3,2 \pm 0,2$
$308,5 \pm 0,1$	$10.0 \pm 0.5$		$285,5 \pm 0,1$	$3,2 \pm 0,2$
$310,3 \pm 0,1$	$10.1 \pm 0.5$		$283{,}7\pm0{,}1$	$3,2 \pm 0,2$
$311,9 \pm 0,1$	$10,5 \pm 0,5$		$282,3\pm0,1$	$3,2 \pm 0,2$
$313,4 \pm 0,1$	$10.9 \pm 0.5$		$280,8 \pm 0,1$	$3,2 \pm 0,2$
$315,0 \pm 0,1$	$11,2 \pm 0,5$		$279,3 \pm 0,1$	$3,2 \pm 0,2$
$316,5 \pm 0,1$	$11,5 \pm 0,5$		$277.9 \pm 0.1$	$3,2 \pm 0,2$
$318,1 \pm 0,1$	$12,0 \pm 0,5$		$276,4 \pm 0,1$	$3,2 \pm 0,2$
$319,6 \pm 0,1$	$12,5 \pm 0,5$		$275{,}3\pm0{,}1$	$3,3 \pm 0,2$
$321,0 \pm 0,1$	$12,8 \pm 0,5$		$274,6\pm0,1$	$3,3 \pm 0,2$
$322,3 \pm 0,1$	$13,1 \pm 0,5$		$274,0\pm0,1$	$3,3 \pm 0,2$
$323,6 \pm 0,1$	$13,5 \pm 0,5$		$273{,}5\pm0{,}1$	$3,3\pm 0,2$
	(a) Reservoir 1	·	(b) Res	ervoir 2

Tabelle 8: Die Dichten zu den entsprechenden Zeitpunkten.

t / s	$\rho / \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$
$180 \pm 5$	$15{,}358 \pm 0{,}005$
$540 \pm 5$	$16,976 \pm 0,006$
$720 \pm 5$	$17,244 \pm 0,006$
$1020 \pm 5$	$18{,}127 \pm 0{,}007$

Tabelle 9: Mechanische Kompressorleistung.

$T_1$ / K	$P_{ m mech}$ / W	$P_{\mathrm{el}}$ / W	Abweichung / $\%$
$301,3 \pm 0,1$	$16,943 \pm 0,012$	190 $\pm 5$	$0,089 \pm 0,002$
$310{,}3\pm0{,}1$	$23,269 \pm 0,010$	$205 \pm 5$	$0,114 \pm 0,003$
$315{,}0\pm0{,}1$	$22,\!486 \pm 0,\!009$	$210 \pm 5$	$0,107 \pm 0,003$
$322,3 \pm 0,1$	$9,\!596 \pm 0,\!007$	$215   \pm 5$	$0,044 \pm 0,001$

## 5 Diskussion

Die Ergebnisse weichen teilweise stark von ihrem Idealwert ab. Während der Massendurchsatz von der Größeordnung her passt, beträgt die reale Güteziffer ungefähr nur 0.1% von dem dem Idealwert. Auch die bestimmte Kompressorleistung ist wesentlich geringer, als die tatsächlich investierte Leistung, auch hier beträgt die effektive mechanische Leistung nur circa 0.1% der elektrischen Leistung. Diese Ergebnisse waren allerdings abzusehen, da die gesamte Messreihe aus verschieden Quellen her, stark fehlerbehaftet ist. Zum einen können die thermischen Isolierungen nicht perfekt sein, daher verändert sich das System jederzeit. Die Ergebnisse weichen teilweise stark von ihrem Idealwert ab. Während der Massendurchsatz von der Größeordnung her passt, weicht die Güteziffer stark vom bestimmten Idealwert ab. Auch die bestimmte Kompressorleistung ist wesentlich geringer, als die tatsächlich investierte Leistung. Diese Ergebnisse waren allerdings abzusehen, da die gesamte Messreihe aus verschieden Quellen her, stark fehlerbehaftet ist. Zum einen können die thermischen Isolierungen nicht perfekt sein, daher verändert sich das System jederzeit. Da die thermischen Isolierungen nicht perfekt seien können, verändert sich das System jederzeit. Bedingt dadurch, dass die Messwerte nicht alle zeitgleich aufgenommen werden können, sorgt dieser Effekt zusätzlich zu der normal bereits vorhandenen Zeitabweichung für einen erhöhten Fehler. Außerdem sind bis auf die Thermometer alle Messgeräte mit einer analogen Skala versehen, welche nicht exakt abgelesen werden kann. Explizit bei der Messung von  $p_b$  fing der Zeiger nach ungefähr der halben Messreihe an zu schwingen. Auch die Wassermenge kann nur mit menschlicher Genauigkeit genommen werden. Erschwerend hinzu kommt, dass die Fehlerabschätzungen mit denen hier gearbeitet wurden, ebenfalls nur geschätzt sind und nicht dem tatsächlichen Fehler der Messgeräte entsprechen. Alles in allem liegen die hier vorliegend Ergebnisse zwar in der Größenordnung der Erwartungen, jedoch ist aus den hier genannten Gründen nicht davon auszugehen, dass bei einer erneuten Durchführung reproduzierbare Ergebnisse erzielt werden würden. Für bessere Ergebnisse könnte eine häufigere Durchführung sorgen, über deren Ergebnisse gemittelt werden müsste. Des Weiteren wären einerseits genauere Messgeräte, insbesondere solche die alle Werte gleichzeitig aufnehmen könnten, sowie eine verbesserte Wärmeisolierung, wobei angemerkt werden muss, dass auch solche Maßnahmen, bei diesem Versuch niemals zu sehr viel besseren Ergebnissen führen würden.

#### Literatur

- [1] LUMITOS AG. Dichlordifluormethan. 2018. URL: chemie.de/lexikon/Dichlordifluormethan.
- [2] LUMITOS AG. Spezifische Wärmekapazität. 2018. URL: chemie.de/lexikon/Spezifische\_W%C3%A4rmekapazit%C3%A4t.html.
- [3] TU Dortmund. Versuch zur Wärmepumpe. 2018.