

V701

Reichweite von Alpha-Strahlung

Robin Pelkner

robin.pelkner@tu-dortmund.de

Joshua Althüser

joshua.althueser@tu-dortmund.de

Durchführung: 16.04.2019

Abgabe: 23.04.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
3	Durchführung	3
3.1	Bestimmung der Reichweite	4
3.2	Statistik des radioaktiven Zerfalls	4
4	Auswertung	4
4.1	Auswertung der Werte bei einer Distanz von 2,4 cm	4
4.2	Auswertung der Werte bei einer Distanz von 4,2 cm	7
4.3	Verteilung der Gesamtzählrate	10
5	Diskussion	12

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll die Reichweite von α -Strahlung bestimmt werden, sowie die Statistik des radioaktiven Zerfalls überprüft werden.

2 Theorie

Durch Bestimmung der Reichweite von α -Strahlung kann auf die zugehörige Energie geschlossen werden. Wenn α -Strahlung Materie durchläuft, kann diese einerseits durch elastische Stöße mit dem Material Energie verlieren, was hier aber eine untergeordnete Rolle spielt, andererseits durch Anregung beziehungsweise Dissoziation von Molekülen Energie abgeben. Der Energieverlust $-\frac{dE_\alpha}{dx}$ lässt sich durch die Bethe-Bloch Gleichung ausdrücken:

$$-\frac{dE_\alpha}{dx} = \frac{q^2 e^4}{4\pi\epsilon_0^2 m_e} \frac{nZ}{v^2} \ln\left(\frac{2m_e v^2}{I}\right). \quad (1)$$

Hierbei ist q die Ladung und v die Geschwindigkeit der α -Strahlung; Z die Ordnungszahl, n die Teilchendichte und I die Ionisierungsenergie des beschossenen Gases. Die Reichweite R lässt sich über

$$R = \int_0^{E_\alpha} \frac{dE_\alpha}{-dE_\alpha/dx} \quad (2)$$

berechnen. Die Bethe-Bloch Gleichung besitzt allerdings nur eine Gültigkeit für hohe Energien. Für niedrigere Energien kann die mittlere Reichweite R_m , also die Reichweite, die die Hälfte der α -Teilchen noch erreichen, über experimentell gewonnene Kurven bestimmt werden. Für α -Strahlung in Luft mit Energien von $E_\alpha \leq 2.5\text{MeV}$ gilt

$$R_m = 3,1 \cdot E_\alpha^{\frac{3}{2}}, \quad (3)$$

wobei R_m hier die Einheit mm hat und E_α in MeV vorliegt. Zur Bestimmung der Reichweite von α -Strahlung kann eine Absorptionsmessung durchgeführt werden, wobei der Umgebungsdruck variiert wird, da die Reichweite von α -Strahlung bei konstantem Druck und konstanter Temperatur proportional zum Druck p ist. Für einen festen Abstand x_0 zwischen Detektor und Strahler lässt sich die effektive Länge x über

$$x = x_0 \frac{p}{p_0} \quad (4)$$

bestimmen, wobei p_0 der Normaldruck ist.

3 Durchführung

Bei diesem Versuch befindet sich ein Americium-Präparat in einem abgeschlossenen Glaszylinder vor einem Halbleiter-Detektor. Im Halbleiterdetektor entstehen beim Auftreffen der Strahlung freie Ladungsträger welche einen elektrischen Strom zu einem Vorverstärker bilden. Das Signal wird anschließend von einem Vielkanalanalysator analysiert, welcher

an einen Computer angeschlossen ist. Der Abstand zwischen Detektor und Präparat ist einstellbar. Des Weiteren ist der Glaszylinder an einer Vakuumpumpe angeschlossen, womit der Druck innerhalb des Zylinders variabel ist. Der Vielkanalanalysator analysiert die Pulse bezüglich ihrer Höhe, wobei die Pulshöhe proportional zur Energie des α -Teilchens ist. Die Auswertung erfolgt schließlich durch ein Computerprogramm. Vor der Durchführung der einzelnen Versuchsteile wird zunächst die korrekte Verkabelung des Versuchsaufbaues überprüft. Anschließend werden grundlegende Einstellungen im Computerprogramm getätigt. Zur Auswertung wird das Programm *Multichannel Analyzer* verwendet. Dieses muss mit dem Vielkanalanalysator verbunden sein, damit der Schalter unter *MCA STATUS* auf *connectet* gestellt werden kann. Die Messzeit kann, wenn der Schalter bei *Acquisition* auf *AUTO* steht, bei *Measurement time* eingestellt werden. Im Zustand *MANUEL* muss die Messung durch den Benutzer selbst beendet werden. Die Gesamtzählrate ist bei den Messungen jeweils unter dem Punkt *pulses detected* aufgeführt.

3.1 Bestimmung der Reichweite

Zunächst muss die Diskriminatorschwelle am Vielkanalanalysator eingestellt werden. Hierzu wird der Abstand zwischen Detektor und Präparat auf ein Maximum gestellt und so weit verringert, dass der Detektor gerade Pulse unter *pulses detected* aufnimmt. Nun wird der Druck im Zylinder auf ca. 0 mbar verringert. Die Messung erfolgt bei konstantem Abstand für verschiedene Drücke im Abstand von 50 mbar je zwei Minuten lang. Wenn die gemessenen Pulse stark abfallen, wird der Messabstand auf 25 mbar verfeinert. Aufgenommen werden bei jeder Messung die Gesamtzählrate, sowie der Kanal, die Position, bei dem das Energiemaximum auftritt. Anschließend wird diese Messung für einen weiteren Abstand durchgeführt.

3.2 Statistik des radioaktiven Zerfalls

Für diesen Versuchsteil wird der selbe Versuchsaufbau wie zuvor verwendet. Der Druck im Glaszylinder wird auf 0 mbar abgesenkt und über die gesamte Messung konstant gehalten. Bei dieser Messung wird jeweils 10 Sekunden lang die Anzahl der Zefälle aufgenommen und diese Messung insgesamt 100 mal wiederholt.

4 Auswertung

In diesem Kapitel werden die zunächst die Messwerte betrachtet, die bei einer Distanz $x_0 = 2,4$ cm entstanden sind, betrachtet. Anschließend werden die Werte bei $x_0 = 4,2$ cm ausgewertet und zum Schluss wird die statistische Verteilung der Zerfälle überprüft.

4.1 Auswertung der Werte bei einer Distanz von 2,4 cm

Zur Bestimmung der mittleren Reichweite der α -Strahlung werden die Daten aus Tabelle 1 geplottet. Dazu wird die Gesamtzählrate gegen die effektive Länge $x := \frac{x_0 p}{p_0}$ aufgetragen.

Des Weiteren wird durch den starken nahezu linearen Abfall der Gesamtzählrate bei den Werten 14 bis 23 (650 mbar bis 875 mbar) ein linearer Fit der Form

$$c(x) = a_{2,4} \cdot x + b_{2,4} \quad (5)$$

gelegt.

Tabelle 1: Gesamtzählrate, Druck, effektive Länge und Energien bei $x_0 = 2, 4$ cm.

p / mbar	x_{eff} / cm	Gesamtzählrate	Kanal	$E_{2,4}$ / MeV
0	0,00	67 653	1251	4,00
50	0,12	66 720	1248	3,99
100	0,24	66 429	1200	3,83
150	0,36	66 413	1167	3,73
200	0,48	65 531	1152	3,68
250	0,60	65 111	1068	3,41
300	0,72	65 124	1023	3,27
350	0,84	63 854	975	3,11
400	0,96	63 410	967	3,09
450	1,08	61 449	926	2,96
500	1,20	61 302	896	2,86
550	1,32	58 850	847	2,70
600	1,44	57 827	799	2,55
650	1,56	53 067	743	2,37
700	1,68	47 575	704	2,25
725	1,74	41 566	687	2,19
750	1,80	35 397	655	2,09
775	1,86	29 017	640	2,04
800	1,92	23 405	632	2,04
825	1,98	15 651	634	2,03
850	2,04	9099	634	2,02
875	2,10	4997	632	2,02
900	2,16	2708	631	2,02
925	2,22	1119	632	2,02
950	2,28	382	638	2,02
975	2,34	72	640	2,02
1000	2,40	35	634	2,01

Dieser Plot ist in Abbildung 1 zu sehen. Mittels Python 3.7.0 werden die Koeffizienten wie folgt bestimmt:

$$a_{2,4} = (-9,0 \pm 0,6) \cdot 10^4 \frac{1}{\text{cm}}, \quad (6)$$

$$b_{2,4} = (2,0 \pm 0,1) \cdot 10^5. \quad (7)$$

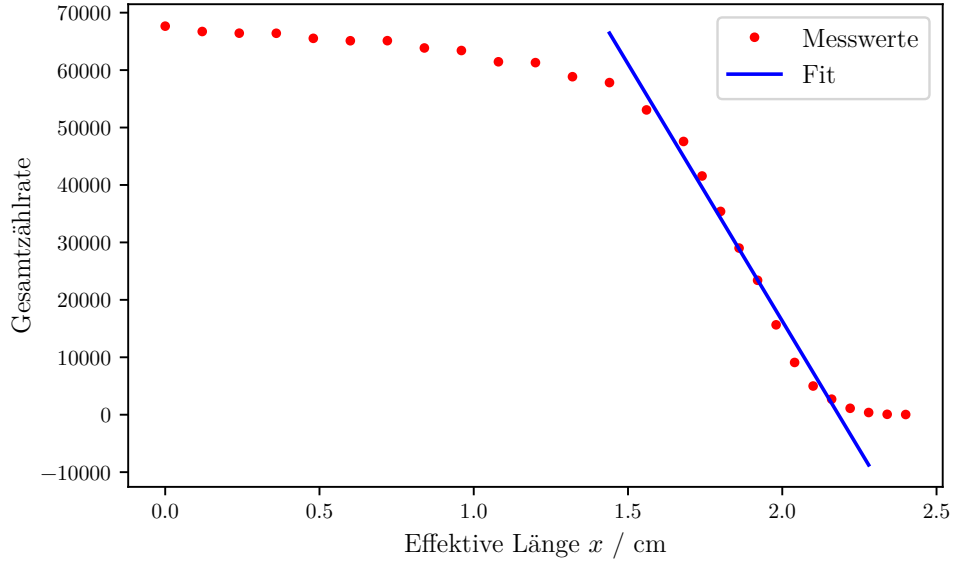


Abbildung 1: Plot der Gesamtzählrate gegen den Druck bei $x_0 = 2,4$ cm, wobei über den starken Abfall ein linearer Fit gelegt ist.

Daraus errechnet sich direkt die mittlere Reichweite

$$R_m = \frac{c_{2,4} - b_{2,4}}{a_{2,4}} = (1,9 \pm 0,2) \text{ cm.}$$

wobei $c_{2,4}$ die Hälfte der höchsten Gesamtzählrate aus Tabelle 1 ist. Der zugehörige Fehler nach Gauß berechnet sich nach

$$\Delta R_m = \sqrt{\left(\frac{1}{a_{2,4}} \cdot \Delta b_{2,4}\right)^2 + \left(\frac{c_{2,4} - b_{2,4}}{a_{2,4}^2} \cdot \Delta a_{2,4}\right)^2}. \quad (8)$$

Um die Energie der Strahlung an dieser Stelle zu errechnen, werden die Energiewerte aus Tabelle 1 gegen die effektive Länge in einem Plot aufgetragen. Durch die Werte, die sich linear verhalten, wird ein Fit der Form

$$E_{2,4}(x) = m_{2,4}x + n_{2,4} \quad (9)$$

gelegt. Dieser Plot ist in Abbildung 2 zu sehen

Die Koeffizienten werden erneut mittels Python 3.7.0 bestimmt. Sie betragen

$$m_{2,4} = (-1,09 \pm 0,02) \frac{\text{MeV}}{\text{cm}} \quad (10)$$

$$n_{2,4} = (4,09 \pm 0,2) \text{ MeV.} \quad (11)$$

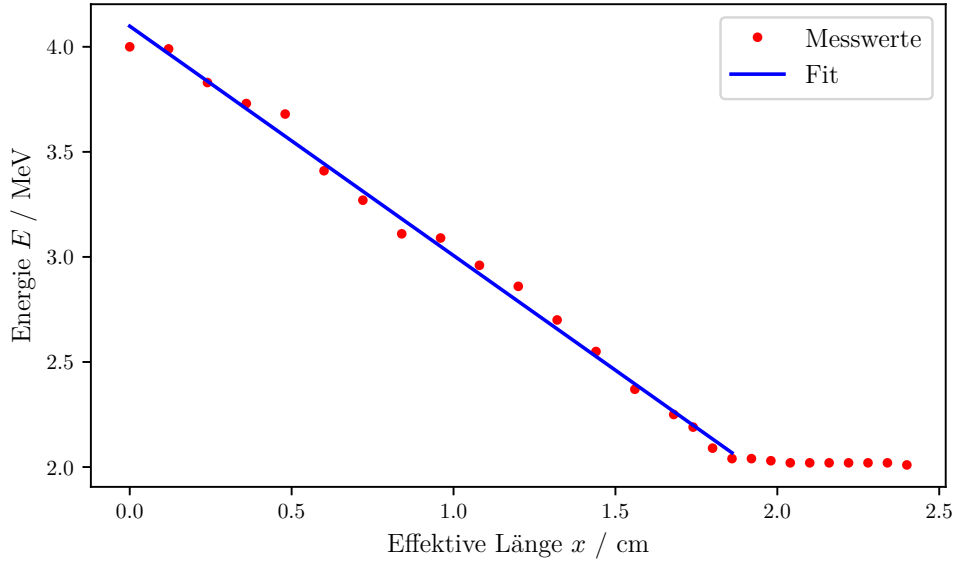


Abbildung 2: Plot der Energien bei $x_0 = 2,4$ cm, wobei über den linearen Teil ein Fit gelegt ist.

Damit lässt sich $E_{2,4}(R_m) = (2,1 \pm 0,2)$ MeV berechnen. Der Fehler berechnet sich dabei nach

$$\Delta E(R_m) = \sqrt{\left(R_m \cdot m_{2,4} \Delta\right)^2 + \left(m_{2,4} \cdot \Delta R_m\right)^2 + \left(\Delta n_{2,4}\right)^2}. \quad (12)$$

Des Weiteren wird zu Vergleichszwecken die Energie nach (3) berechnet:

$$E_{2,4,R} = \sqrt[3]{\frac{R_m^2}{3,1}} = (3,2 \pm 0,2) \text{ MeV},$$

wobei sich der Fehler nach Gauß über

$$\Delta E_{R,2,4} = \sqrt{\left(\frac{2\sqrt[3]{100}}{3\sqrt[3]{961R_m}} \cdot \Delta R_m\right)^2} \quad (13)$$

berechnet.

4.2 Auswertung der Werte bei einer Distanz von 4,2 cm

Die gleiche Prozedur wird nun mit einer anderen Distanz x_0 , also einer anderen effektiven Länge pro Druck, durchgeführt. Dieses beträgt nun 4,2 cm. Zunächst werden aus den Daten in Tabelle 2 die Gesamtzählrate gegen die effektive Länge aufgetragen. Erneut wird ein Fit der Form

$$c(x) = a_{4,2} \cdot x + b_{4,2} \quad (14)$$

über den linearen Abfall bei den Werten 6 bis 14 (250 mbar bis 525 mbar) gelegt. Der entstehende Plot ist in Abbildung 3 zu sehen.

Tabelle 2: Gesamtzählrate, Druck, effektive Länge und Energien bei $x_0 = 4,2$ cm.

p / mbar	x_{eff} / cm	Gesamtzählrate	Kanal	$E_{4,2}$ / MeV
0	0,00	28 410	1276	4,07
50	0,12	27 626	1216	3,88
100	0,24	27 574	1103	3,52
150	0,36	26 984	1017	3,25
200	0,48	26 657	983	3,14
250	0,60	25 812	896	2,96
300	0,72	25 006	928	2,86
350	0,84	23 405	835	2,66
400	0,96	20 621	736	2,35
450	1,08	15 123	655	2,09
475	1,14	11 615	649	2,07
500	1,20	7059	640	2,06
525	1,26	2627	632	2,04
550	1,32	991	633	2,02
575	1,38	199	645	2,02
600	1,44	3	629	2,01
625	1,50	0	0	0

Mittels Python 3.7.0 werden die Koeffizienten bestimmt:

$$a_{4,2cm} = (-2,8 \pm 0,2) \cdot 10^4 \frac{1}{\text{cm}} b_{4,2cm} = (6,6 \pm 0,4) \cdot 10^4. \quad (15)$$

Damit kann erneut die mittlere Reichweite bestimmt werden:

$$R_m = \frac{c_{4,2} - b_{4,2}}{a_{4,2}} = (1,9 \pm 0,2) \text{ cm}.$$

Dabei ist $c_{4,2}$ die Hälfte der höchsten Gesamtzählrate aus Tabelle 2. Der Fehler nach Gauß berechnet sich nach

$$\Delta R_m = \sqrt{\left(\frac{1}{a_{4,2}} \cdot \Delta b_{4,2}\right)^2 + \left(\frac{c_{4,2} - b_{4,2}}{a_{4,2}^2} \cdot \Delta a_{4,2}\right)^2}. \quad (16)$$

Zur Bestimmung der Energie werden die Werte aus Tabelle 2 aufgetragen. Über das lineare Gefälle wird ein Fit der Form

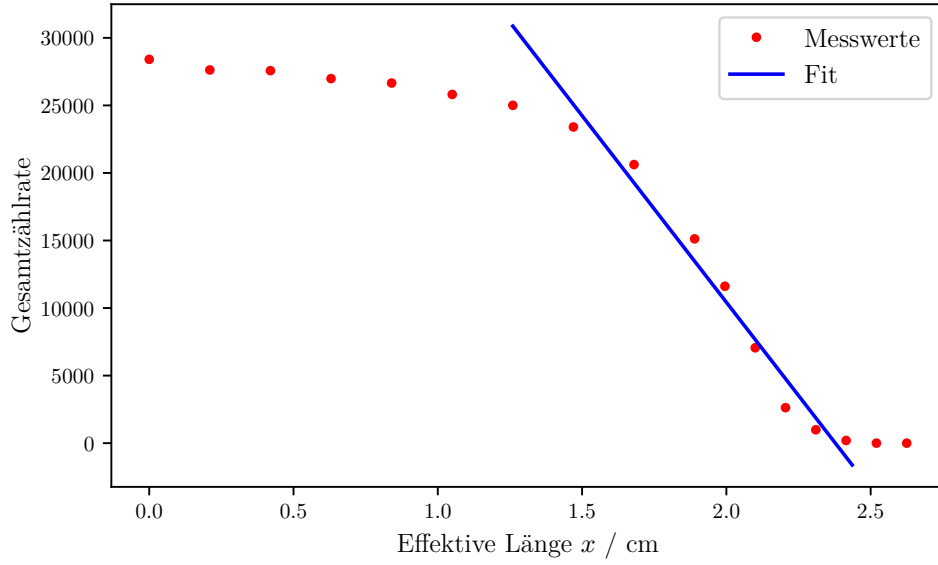


Abbildung 3: Plot der Gesamtzählrate gegen den Druck bei $x_0 = 4,2$ cm, wobei über den starken Abfall ein linearer Fit gelegt ist.

$$E_{4,2}(x) = m_{4,2}x + n_{4,2} \quad (17)$$

gelegt. Der entstehende Plot ist in Abbildung 2 zu sehen.

In diesem Plot ist aus Gründen der Lesbarkeit und Skalierung der letzte Wert nicht aufgenommen. Bei diesem wurden keine Strahlung mehr gemessen. Mittels Python 3.7.0 werden die Koeffizienten als

$$m_{4,2} = (-0,98 \pm 0,04) \frac{\text{MeV}}{\text{cm}} \quad (18)$$

$$n_{4,2} = (4,01 \pm 0,05) \text{MeV} \quad (19)$$

bestimmt. Somit wird $E_{4,2}(R_m) = (2,2 \pm 0,2)$ MeV berechnet. Der zugehörige Fehler berechnet sich nach

$$\Delta E(R_m) = \sqrt{\left(R_m \cdot \Delta m_{4,2}\right)^2 + \left(m_{4,2} \cdot \Delta R_m\right)^2 + \left(\Delta n_{4,2}\right)^2}. \quad (20)$$

Erneut wird zu Vergleichszwecken die Energie nach (3) berechnet:

$$E_{4,2,R} = \sqrt[3]{\frac{R_m^2}{3,1}} = (3,2 \pm 0,2) \text{ MeV},$$

Der Fehler berechnet sich wie oben nach (13).

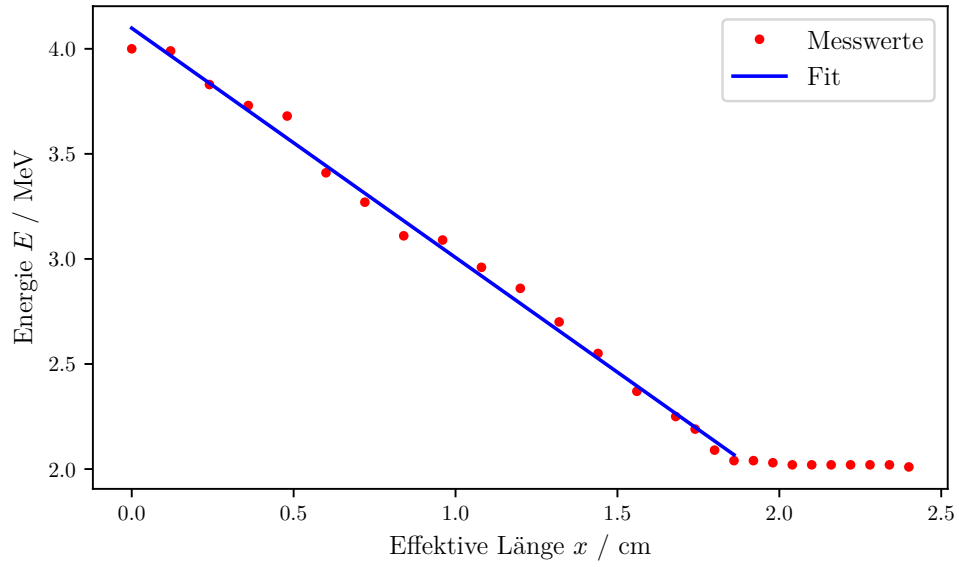


Abbildung 4: Plot der Energien bei $x_0 = 4,2$ cm, wobei über den linearen Teil ein Fit gelegt ist.

4.3 Verteilung der Gesamtzählrate

Die aufgenommen Messwerte bei einer Integrationszeit von $\Delta t = 10$ s sind in Tabelle 3 zu sehen.

Tabelle 3: Anzahl von Gesamtzählrate bei 10s Integrationszeit.

Gesamtzählrate									
3749	4062	3812	3971	3502	3827	3879	3743	4069	3811
3701	3549	3773	3980	3867	4014	3728	3849	3636	3688
3884	4099	3744	3871	3810	3948	3702	3610	3864	3839
3939	3808	3628	3962	3792	3882	3678	3593	3725	3794
3635	3903	3651	4070	4060	3936	4055	3804	3776	3725
3865	3997	3809	3694	3576	3670	3607	3832	3935	3770
3602	3813	3841	3897	3951	3901	3976	3722	3755	3806
3911	3580	4037	3805	3989	3957	3951	4013	3751	3932
3848	3981	3776	3972	3911	3954	3637	3567	3942	3760
3904	4063	3706	3697	3973	3910	3733	3870	3741	3856

Der Erwartungswert dieser Daten berechnet sich nach

$$\mu = \sum_{i=1}^N x_i p_i, \quad (21)$$

wobei N die Anzahl der Messwerte, x_i der jeweilige Wert und p_i die Wahrscheinlichkeit für den jeweiligen Wert ist. In diesem Fall ist $N = 100$ und $p_i = \frac{1}{N}$ für alle Daten. Somit beträgt $\mu \approx 3827$. Die Varianz lässt sich mittels μ wie folgt berechnen:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 \cdot p_i \approx 1941. \quad (22)$$

Damit lässt sich eine Gaußkurve der Form

$$f(x|\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (23)$$

berechnen. Zum Vergleich der Werte mit dieser Kurve werden die Werte in einem Balkendiagramm zusammen mit der Kurve aufgetragen. Die Kurve wird so normiert, dass ihr Peak genauso hoch ist, wie der höchste Balken. Der so entstehende Plot ist in Abbildung 5 zu sehen.

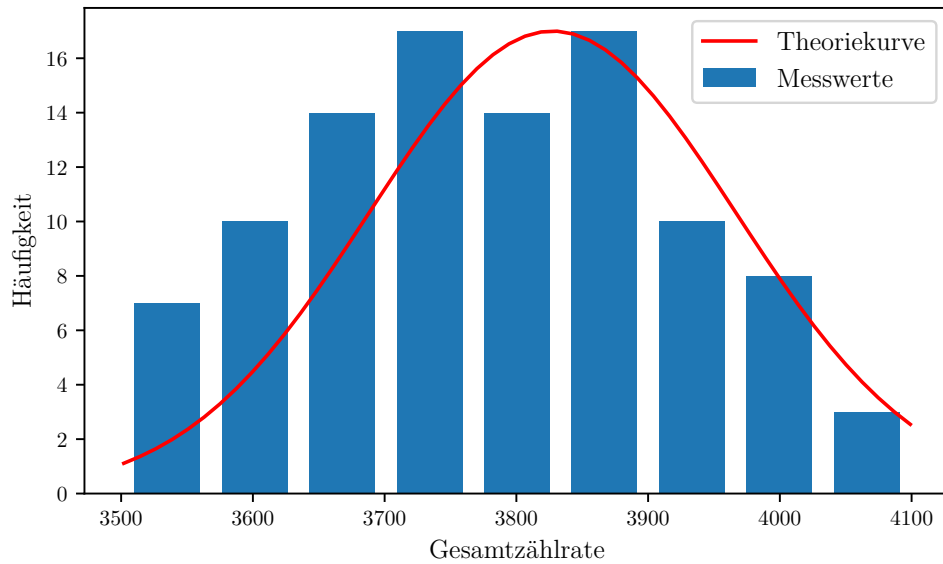


Abbildung 5: Balkendiagramm der Gesamtzählrate mit einer Balkenbreite von 66 und einer Gaußverteilung.

Des Weiteren wird ein Plot erstellt, in dem die Daten mit einer Poissonverteilung verglichen werden.

Eine Poissonverteilung berechnet sich nach

$$P_\lambda(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad (24)$$

wobei $k \in \mathbb{N}$ und einem λ , das die Varianz und den Erwartungswert beschreibt. Da für die Poissonverteilung nur diskrete k benutzt werden können und $k = 0$ dem kleinsten

Wert entsprechen muss, muss λ entsprechend normiert werden. Es berechnet sich also über

$$\lambda = \sum_{i=1}^N \left(p_i \left(x_i - x_{\min} \right) \cdot \frac{1}{L_{\text{bin}}} \right) \approx 4,9. \quad (25)$$

Dabei ist $L_{\text{bin}} = 66$ die Größe der einzelnen Bins. Der entsprechende Plot ist in Abbildung 6 zu finden.

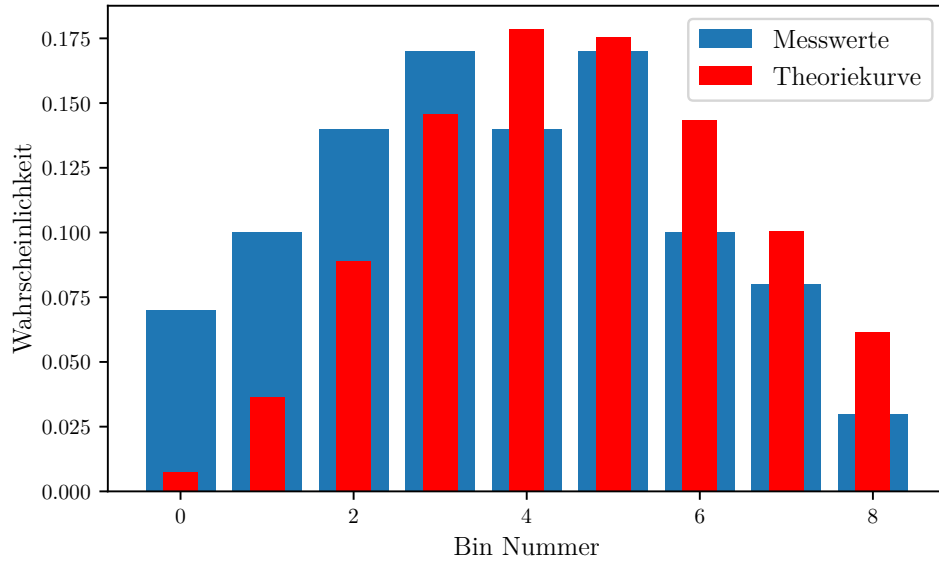


Abbildung 6: Balkendiagramm der Gesamtzählrate mit einer Balkenbreite von 66 und einer Poissonverteilung.

5 Diskussion

Die ermittelten mittlere Reichweiten sind

$$x_{\text{mittel}, 2,4} = (1,9 \pm 0,2)\text{cm}, \quad (26)$$

$$x_{\text{mittel}, 4,2} = (1,9 \pm 0,2)\text{cm}. \quad (27)$$

Sie weichen innerhalb der Rundung nicht voneinander ab. Dies spricht auch mit der Theorie überein. Nach dieser sollten die beiden Werte gleich sein, da die mittlere Reichweite keine Funktion der Distanz zwischen Messvorrichtung und Strahlungsquelle ist.

Die Energien betragen

$$E_{2,4} = (2, 1 \pm 0, 2)\text{MeV}, \quad (28)$$

$$E_{4,2} = (2, 2 \pm 0, 2)\text{MeV}. \quad (29)$$

Auch diese liegen sehr nah beieinander. Die Abweichung beträgt 4%, was ebenfalls gerade innerhalb der Standardabweichung von beiden Werten liegt.

Die Energie, die mittels (3) berechnet werden betragen

$$E_{R,2,4} = (3, 3 \pm 0, 2)\text{MeV}, \quad (30)$$

$$E_{R,4,2} = (3, 3 \pm 0, 2)\text{MeV}. \quad (31)$$

Diese Werte sind erneut innerhalb der Rundung gleich. Jedoch weichen sie sehr stark von den zuvor bestimmten Energiewerten ab. Dies hängt vermutlich damit zusammen, dass die Formel nur bis Energien von $\approx 2,5$ MeV gültig ist, die innerhalb dieser Formel sogar überschritten werden und auch mit der anderen Berechnungsmethode nahezu erreicht werden.

Die Geraden in den Plots approximieren den linearen Abfall gut. Dies kann ebenfalls an den geringen Fehler der Koeffizienten des Fits gesehen werden.

Der Druck innerhalb der Röhre kann jedoch nur bedingt gut eingestellt werden, da die Skala nicht besonders genau ist. Eine größere Ungenauigkeit entsteht dadurch, dass in dem Computerprogramm nicht die Energien der einzelnen Teilchen aufgeführt sind, sondern nur "Kanal", bei denen davon auszugehen ist, dass der höchste ungefähr 4 MeV entspricht. Jedoch fällt auf, dass bereits bei den Messungen mit zwei verschiedenen Abständen ein anderer Kanal der höchste ist. In der Auswertung wird der Kanal 1251, welcher bei $x_0 = 2,4$ cm der größte ist, mit 4 MeV gleichgesetzt.

Bei der Überprüfung der Statistik fällt auf, dass die Poisson- und die Gaußverteilung mit den errechneten Koeffizienten sehr ähnlich zueinander ist. Beide sind für kleine Gesamtzählraten sehr viel geringer als die gemessenen Zahlen. Die Maxima der Theoriekurven und der experimentellen Werte sind jedoch in beiden Fällen sehr ähnlich.

Zu beachten ist, dass radioaktiver Zerfall ein zufälliger Prozess ist. Dabei schwankt die Anzahl der Zerfälle theoretisch um einen Erwartungswert und folgt dabei einer Poisson-Verteilung. Diese nimmt bei genügend großem Mittelwert die Form einer Gaußverteilung an. Da jedoch eine solche Verteilung nur im Grenzfall gegen unendlich genau auftritt, gibt es bei endlichen Zahlen immer Abweichungen von dieser, womit sich die Abweichungen zwischen theoretischen und experimentellen Werten erklären lässt.