

V206 - Die Wärmepumpe

Versuch zur Wärmepumpe

Robin Pelkner
robin.pelkner@tu-dortmund.de

Joshua Althüser
joshua.althueser@tu-dortmund.de

Durchführung: 06.11.2018

Abgabe: 13.11.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Güteziffer	4
2.2 Massendurchsatz	5
2.3 Mechanische Kompressorleistung	5
3 Durchführung	5
4 Auswertung	6
4.1 Zeit-Temperatur-Diagramme	6
4.2 Bestimmung des Differentialquotienten	8
4.3 Bestimmung der Güteziffern des Systems	8
4.4 Bestimmung des Massendurchsatzes	9
4.5 Bestimmung der mechanische Kompressorleistung	13
5 Diskussion	16
Literatur	16

1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist es, die Funktionsweise und das Prinzip der Wärmepumpe durch eine beispielhafte Messung zu zeigen.

2 Theorie

Bei der Wärmepumpe handelt es sich um eine Vorrichtung, welche es erlaubt die durch den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik gegebene Flussrichtung (vom wärmeren zum kälteren Körper) durch mechanische Arbeit umzukehren. Die Wärmepumpe ist dabei wie in Abbildung 1 dargestellt aufgebaut. Der Körper welcher in der Abbildung als

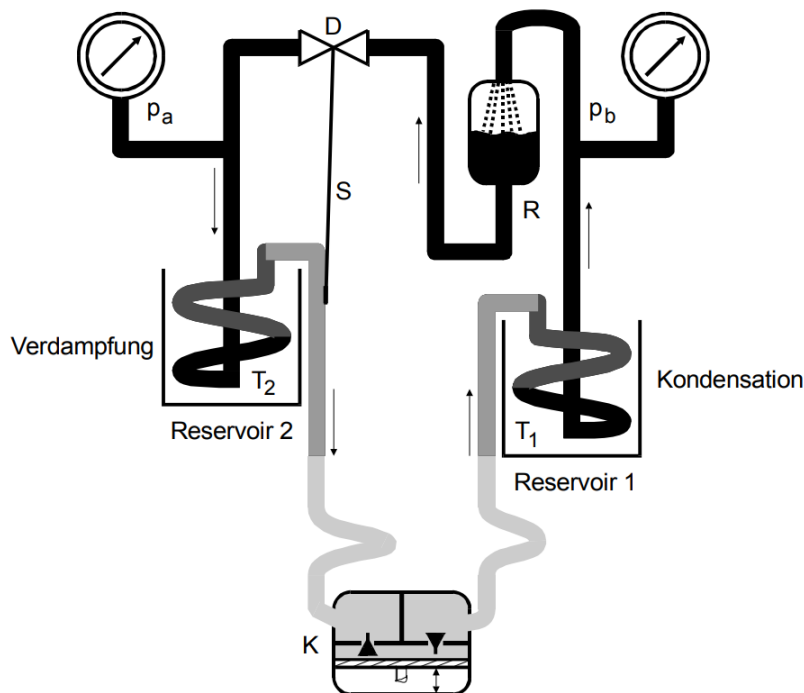


Abbildung 1: Schematischer Aufbau der Wärmepumpe [2, S. 193]

Reservoir 1 bezeichnet wird, ist das Objekt, welches beheizt werden soll; das Reservoir 2 liefert die hierzu notwendige Energie. Wichtig ist, dass es sich bei den Reservoirs um abgeschlossene Systeme handelt, das heißt, dass sie möglichst thermisch isoliert sein müssen. Durch die beiden Reservoirs wird ein reales Gas geleitet, in diesem Fall Dichlordifluormethan, welches die Eigenschaft besitzt den Aggregatzustand durch sich verändernden Druck gut wechseln zu können. Bezogen auf Abbildung 1 heißt das, dass das Gas in Reservoir 2 einen Druck p_2 und eine Temperatur T_2 hat und gasförmig wird, wobei es dem Reservoir 2 die Verdampfungsenergie L entzieht. Der Kompressor sorgt dabei für einen Gaskreislauf zwischen den Reservoirs und eine adiabatische Kompression, zwischen den Reservoirs, was heißt, dass dabei keine zusätzliche Wärme an die Umgebung

abgegeben wird. Wenn das gasförmige Gas nun in Reservoir 1 strömt, wird es aufgrund des höheren Druckes $p_1 > p_2$, welcher durch die Kompression vorliegt, wieder flüssig und gibt dabei Wärmeenergie an das Reservoir mit Temperatur T_1 ab. Das nun flüssige Gas strömt dann durch ein Drosselventil zurück zu Reservoir 2 und der Kreislauf führt sich fort. Nach und nach erwärmt sich das Reservoir 1 also, während sich Reservoir 2 nach und nach weiter abkühlt. In der Praxis können Objekte so durch Reservoirs geheizt werden, welche eine nahezu unendliche Menge konstanter Wärmeenergie aufweisen, wie die Umgebungsluft oder das Grundwasser. Weitere Bauteile neben dem Drosselventil, welches die Menge an einströmenden flüssigen Gas reguliert, ein Steuergerät, welches die Regulierung des Drosselventils steuert und ein Reiniger welcher das flüssige Gas von gasförmigen Resten befreit, um den Kompressor zu entlasten.

2.1 Gütezahl

Die Gütezahl stellt die Effektivität der Wärmepumpe dar, das heißt das Verhältnis zwischen aufgebrachter mechanischer Arbeit A (für den Kompressor) und der transportierten Wärmemenge

Im folgenden bezeichnen A die mechanische Arbeit, Q_1 die abgegebene Wärmemenge und Q_2 die aufgenommene Wärmemenge. Nach dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik muss die Energie im System erhalten bleiben, das heißt, dass sich die aufgenommene Wärme aus geleisteter Arbeit und abgegebener Wärme zusammensetzen muss, also

$$Q_1 = Q_2 + A. \quad (1)$$

Bezogen auf die Temperatur, lässt sich mit Hilfe des zweiten Hauptsatz der Thermodynamik, welcher die Flussrichtung der Wärmeenergie durch den Fluss vom wärmeren zum kälteren Objekt bestimmt (Entropie), unter realistischen Annahmen, dass der Prozess irreversibel ist, da eine gewisse Verlustwärme bzw. Verlustenergie vorliegt, muss folgende Relation gelten:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0. \quad (2)$$

Aus den Gleichungen (1) und (2) lässt sich die Güte einer idealisierten Wärmepumpe als

$$\nu_{\text{ideal}} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad (3)$$

darstellen. Soll diese Gütezahl nun anhand einer Messreihe zu einer Wärmepumpe bestimmt werden, so muss zunächst, da hier mit einer Ausgleichsrechnung gearbeitet wird, der Differentialquotient $\frac{\Delta T_1}{\Delta t}$ errechnet werden und daraus ergibt sich dann für die abgegebene Wärmemenge pro Zeiteinheit die Beziehung

$$\frac{\Delta Q_1}{\Delta t} = (m_1 c_w + m_k c_k) \frac{\Delta T_1}{\Delta t}, \quad (4)$$

wobei $m_1 c_w$ die Wärmekapazität des Wassers im Reservoir und $m_k c_k$ die Wärmekapazität der Rohre und der Reservoirs sind. Die Gütezahl errechnet sich dann mit der über die Zeit Δt gemittelte Leistung P zu

$$\nu = \frac{\Delta Q_1}{\Delta t P}. \quad (5)$$

2.2 Massendurchsatz

Der Massendurchsatz bezeichnet die Masse an Gas, welche durch die Rohre strömt. Hierzu muss wie zuvor ein Differentialquotient gebildet werden. Für $\frac{\Delta T_2}{\Delta t}$ ergibt sich für die abgegebene Wärmemenge pro Zeiteinheit Δt

$$\frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = (m_2 c_w + m_k c_k) \frac{\Delta T_2}{\Delta t}. \quad (6)$$

Für die abgegebene Wärmemenge pro Zeiteinheit gilt außerdem, da die Abnahme der Wärme proportional zur bekannten Verdampfungswärme L geschieht,

$$\frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = L \frac{\Delta m}{\Delta t}. \quad (7)$$

Werden (6) und (7) zusammengesetzt, so gilt für den Massendurchsatz:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{(m_2 c_w + m_k c_k)}{L} \frac{\Delta T_2}{\Delta t}. \quad (8)$$

2.3 Mechanische Kompressorleistung

Als mechanische Kompressorleistung P , wird die Leistung bezeichnet die benötigt wird um ein Gas mit dem Volumen V_a auf ein Volumen V_b zu verringern. Der Zusammenhang zur Arbeit A_m besteht durch

$$P = \frac{\Delta A_m}{\Delta t}, \quad (9)$$

für welche gilt:

$$A_m = - \int_{V_a}^{V_b} p \, dV. \quad (10)$$

Unter der Annahme, dass der Kompressor adiabatisch arbeitet, gilt die Poissongleichung für Druck $p_{a/b}$ und Volumen $V_{a/b}$:

$$p_a V_a^\kappa = p_b V_b^\kappa = p V^\kappa. \quad (11)$$

Mittels der Gleichungen (10) und (11) lässt sich die mechanische Leistung schließlich als

$$P = \frac{\Delta A_m}{\Delta t} = \frac{1}{\kappa - 1} \left(p_b \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) \frac{1}{\rho} \frac{\Delta m}{\Delta t} \quad (12)$$

darstellen, wobei ρ die Dichte des Gases ist und $\frac{1}{\rho} \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$

3 Durchführung

Die Wärmepumpe wird wie in Abbildung 2 zu sehen aufgebaut. Zuerst werden die beiden Reservoirs mit jeweils circa 3 Liter Wasser befüllt. Daraufhin werden die Rührmotoren eingeschaltet, welche dafür sorgen, dass die Temperatur in beiden Reservoirs möglichst

homogen über das gesamte Volumen im jeweiligen Reservoir verteilt ist. Nach der Aktivierung des Kompressors gilt es im 1-Minutentakt die aufgenommene Leistung vom Kompressor P, abzulesen am Wattmeter, sowie den Druck $p_{1,2}$ und die Temperatur $T_{1,2}$ des zugehörigen Reservoirs (vgl. Abbildung 2) vom Mano- bzw. Thermometer abzulesen und zu notieren. Die Messreihe wurde beendet nachdem die Temperatur des zu heizenden Reservoirs 50°C übersteigt.

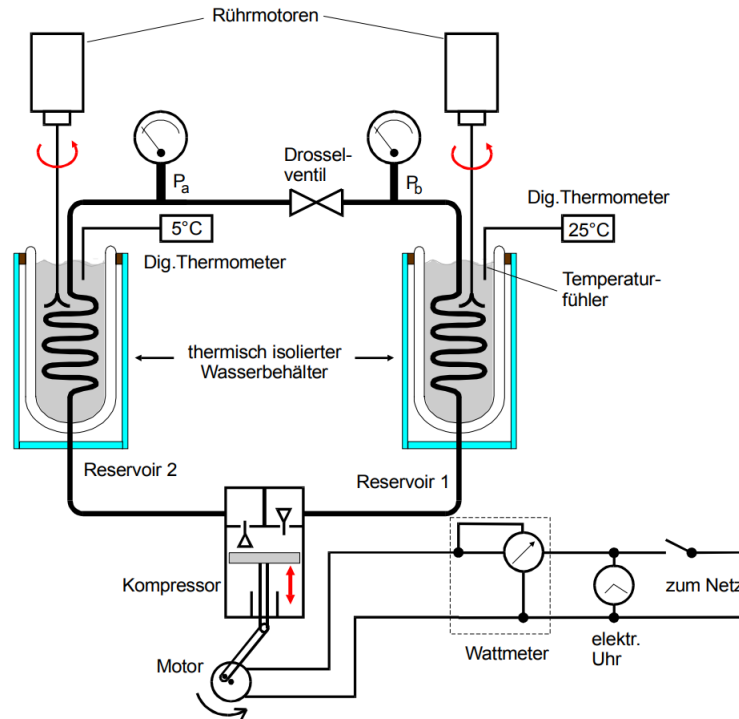


Abbildung 2: Aufbau der Messapparatur [2, S. 197]

4 Auswertung

4.1 Zeit-Temperatur-Diagramme

Die Messwerte in Tabelle 1 wurden in einem Diagramm dargestellt und mithilfe von Python 3.7.0 durch einen Fit der Form $T(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$ angenähert. Dieses ist in Abbildung 3 zu sehen. Die Werte für T_1 wurden durch

$$\begin{aligned} a_1 &= (-1.1 \pm 0.3) \cdot 10^{-8} \frac{\text{K}}{\text{s}^3} \\ b_1 &= (1.7 \pm 0.4) \cdot 10^{-5} \frac{\text{K}}{\text{s}^2} \\ c_1 &= (1.9 \pm 0.2) \cdot 10^{-2} \frac{\text{K}}{\text{s}} \\ d_1 &= (2.960 \pm 0.003) \cdot 10^2 \text{K} \end{aligned}$$

Tabelle 1: Die gemessenen Temperaturen zu den jeweiligen Zeitpunkten.

t / s	T_1 / K	T_2 / K
60 ± 5	$297,7 \pm 0,1$	$295,5 \pm 0,1$
120 ± 5	$298,4 \pm 0,1$	$295,0 \pm 0,1$
180 ± 5	$299,6 \pm 0,1$	$294,0 \pm 0,1$
240 ± 5	$301,3 \pm 0,1$	$292,3 \pm 0,1$
300 ± 5	$303,0 \pm 0,1$	$290,5 \pm 0,1$
360 ± 5	$305,0 \pm 0,1$	$288,8 \pm 0,1$
420 ± 5	$306,7 \pm 0,1$	$287,2 \pm 0,1$
480 ± 5	$308,5 \pm 0,1$	$285,5 \pm 0,1$
540 ± 5	$310,3 \pm 0,1$	$283,7 \pm 0,1$
600 ± 5	$311,9 \pm 0,1$	$282,3 \pm 0,1$
660 ± 5	$313,4 \pm 0,1$	$280,8 \pm 0,1$
720 ± 5	$315,0 \pm 0,1$	$279,3 \pm 0,1$
780 ± 5	$316,5 \pm 0,1$	$277,9 \pm 0,1$
840 ± 5	$318,1 \pm 0,1$	$276,4 \pm 0,1$
900 ± 5	$319,6 \pm 0,1$	$275,3 \pm 0,1$
960 ± 5	$321,0 \pm 0,1$	$274,6 \pm 0,1$
1020 ± 5	$322,3 \pm 0,1$	$274,0 \pm 0,1$
1080 ± 5	$323,6 \pm 0,1$	$273,5 \pm 0,1$

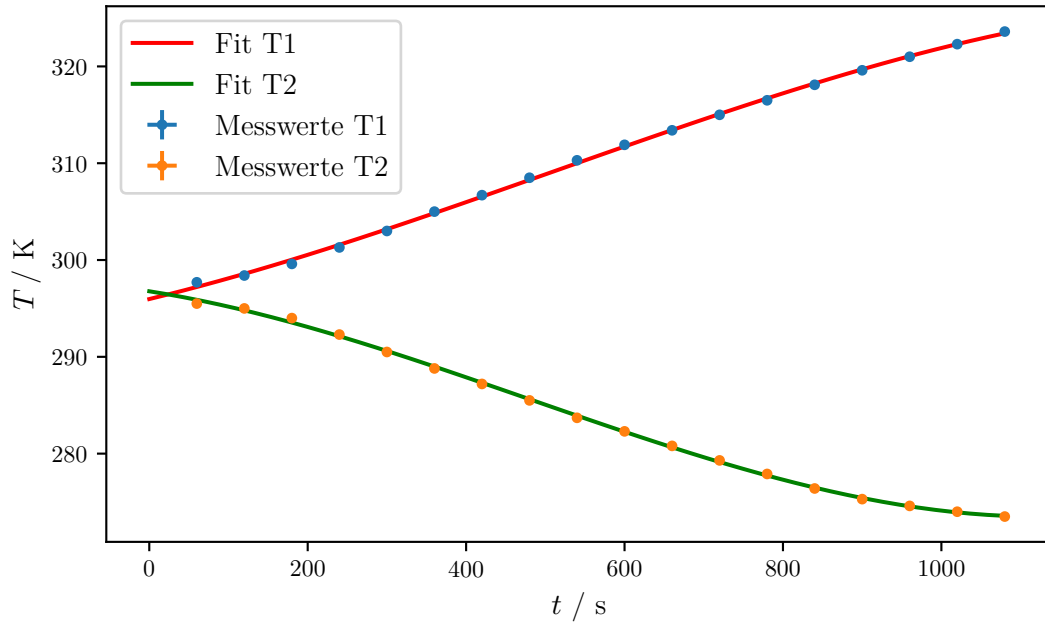


Abbildung 3: Plot und Fit der Temperaturen in Zeitabhängigkeit.

beschrieben. Die Werte für T_2 sind

$$\begin{aligned}a_2 &= (2.2 \pm 0.2) \cdot 10^{-8} \frac{\text{K}}{\text{s}^3} \\b_2 &= (-3.2 \pm 0.4) \cdot 10^{-5} \frac{\text{K}}{\text{s}^2} \\c_2 &= (-1.2 \pm 0.2) \cdot 10^{-2} \frac{\text{K}}{\text{s}} \\d_2 &= (2.968 \pm 0.003) \cdot 10^2 \text{K}\end{aligned}$$

4.2 Bestimmung des Differentialquotienten

Der Differentialquotient $\frac{dT_1}{dt}$ beziehungsweise $\frac{dT_2}{dt}$ lässt sich als

$$T'_i = 3a_i t^2 + 2b_i t + c_i \text{ mit } i = 1, 2$$

bestimmen. Der Fehler dieser Größen lässt sich mithilfe der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung

$$\sigma_u^2 = \sum \left(\frac{\partial u}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2 \quad (13)$$

berechnen. In diese werden die Werte eingesetzt, um so $\sigma_{T'_1}$ und $\sigma_{T'_2}$ zu berechnen:

$$\begin{aligned}\sigma_{T'_1} &= \sqrt{(3t^2 \cdot \sigma_{a_1})^2 + (2b \cdot \sigma_{b_1})^2 + (1 \cdot \sigma_{a_1})^2} \\ \sigma_{T'_2} &= \sqrt{(3t^2 \cdot \sigma_{a_2})^2 + (2b \cdot \sigma_{b_2})^2 + (1 \cdot \sigma_{a_2})^2}\end{aligned}$$

Somit finden sich die Werte, die in Tabelle 2 zu sehen sind.

Tabelle 2: Die errechneten Änderungen der Temperaturen.

T_1 / K	T_2 / K	T'_1 / $\frac{\text{K}}{\text{s}}$	T'_2 / $\frac{\text{K}}{\text{s}}$
$301,3 \pm 0,1$	$292,3 \pm 0,1$	$0,024 \pm 0,002$	$-0,021 \pm 0,002$
$310,3 \pm 0,1$	$283,7 \pm 0,1$	$0,027 \pm 0,005$	$-0,027 \pm 0,005$
$315,0 \pm 0,1$	$279,3 \pm 0,1$	$0,026 \pm 0,007$	$-0,024 \pm 0,007$
$322,3 \pm 0,1$	$274,0 \pm 0,1$	$0,02 \pm 0,01$	$-0,01 \pm 0,01$

4.3 Bestimmung der Güteziffern des Systems

Des weiteren lässt sich die Wärmekapazität des Wassers C_w mit

$$C_w = m_w c_w = \rho_w V_w c_w$$

berechnen. Dabei ist $c_w = 4.182 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ in der Literatur zu finden. ZITAT Der Fehler

wird mithilfe von (13) errechnet:

$$\sigma_{C_w} = \rho_w c_w \sigma_V$$

$$C_w = (12.5 \pm 0.5) \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Die Wärmekapazität der Kupferschlange und des Behälters C_k beträgt

$$C_k = m_k c_k = 750 \frac{\text{J}}{\text{K}}.$$

Diese Werte werden in (4) (5) eingesetzt, um so die Güteziffern ν zu errechnen. Dieser Fehler σ_ν dieses lässt sich ebenfalls mithilfe von Gleichung (13) berechnen.

$$\sigma_\nu^2 = 1 \cdot \sigma_{T_1}^2 + \left(\frac{dT_1}{dt} \right)^2 \sigma_{C_w}^2$$

Diese sind in Tabelle 3 zu finden. Dort sind ebenfalls die mithilfe von (3) berechneten Idealwerte zu sehen.

Tabelle 3: Die Güteziffern bei unterschiedlichen Temperaturen.

T_1 / K	ν	ν_{ideal}
$301,3 \pm 0,1$	$1,903 \pm 0$	41,274
$310,3 \pm 0,1$	$1,732 \pm 0$	11,665
$315,0 \pm 0,1$	$1,627 \pm 0$	8,824
$322,3 \pm 0,1$	$1,528 \pm 0$	6,673

4.4 Bestimmung des Massendurchsatzes

Zur Bestimmung des Massendurchsatzes muss zuvor die Verdampfungswärme L des Gases bestimmt werden. Dies geschieht, in dem zuvor vom Manometer aufgenommene Druck-Temperatur Wertepaare gegeneinander aufgetragen werden und hierüber eine lineare Ausgleichsrechnung erfolgt. Die Wertepaare hierzu finden sich in Tabelle 5. Die Verdampfungswärme L lässt sich dann durch die Steigung a der linearen Ausgleichsgeraden und der Gaskonstanten R durch $L = m \cdot R$, wobei die Ausgleichsgerade durch

$$y = a \cdot x + b, \quad (14)$$

wobei y hier der Druck und x die Temperatur, womit a die Zunahme des Druckes bei steigender Temperatur und b den Druck bei $T = 0$. Die Parameter ergeben sich durch

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (15)$$

und

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}, \quad (16)$$

Tabelle 4: Temperatur und Druck im Verhältnis.

T_1 / K	p_b / 10^5 pa	T_2 / K	p_a / 10^5 pa
$297,7 \pm 0,1$	$7,5 \pm 0,5$	$295,5 \pm 0,1$	$2,8 \pm 0,2$
$298,4 \pm 0,1$	$7,8 \pm 0,5$	$295,0 \pm 0,1$	$2,9 \pm 0,2$
$299,6 \pm 0,1$	$8,0 \pm 0,5$	$294,0 \pm 0,1$	$3,0 \pm 0,2$
$301,3 \pm 0,1$	$8,5 \pm 0,5$	$292,3 \pm 0,1$	$3,2 \pm 0,2$
$303,0 \pm 0,1$	$8,8 \pm 0,5$	$290,5 \pm 0,1$	$3,2 \pm 0,2$
$305,0 \pm 0,1$	$9,2 \pm 0,5$	$288,8 \pm 0,1$	$3,2 \pm 0,2$
$306,7 \pm 0,1$	$9,5 \pm 0,5$	$287,2 \pm 0,1$	$3,2 \pm 0,2$
$308,5 \pm 0,1$	$10,0 \pm 0,5$	$285,5 \pm 0,1$	$3,2 \pm 0,2$
$310,3 \pm 0,1$	$10,1 \pm 0,5$	$283,7 \pm 0,1$	$3,2 \pm 0,2$
$311,9 \pm 0,1$	$10,5 \pm 0,5$	$282,3 \pm 0,1$	$3,2 \pm 0,2$
$313,4 \pm 0,1$	$10,9 \pm 0,5$	$280,8 \pm 0,1$	$3,2 \pm 0,2$
$315,0 \pm 0,1$	$11,2 \pm 0,5$	$279,3 \pm 0,1$	$3,2 \pm 0,2$
$316,5 \pm 0,1$	$11,5 \pm 0,5$	$277,9 \pm 0,1$	$3,2 \pm 0,2$
$318,1 \pm 0,1$	$12,0 \pm 0,5$	$276,4 \pm 0,1$	$3,2 \pm 0,2$
$319,6 \pm 0,1$	$12,5 \pm 0,5$	$275,3 \pm 0,1$	$3,3 \pm 0,2$
$321,0 \pm 0,1$	$12,8 \pm 0,5$	$274,6 \pm 0,1$	$3,3 \pm 0,2$
$322,3 \pm 0,1$	$13,1 \pm 0,5$	$274,0 \pm 0,1$	$3,3 \pm 0,2$
$323,6 \pm 0,1$	$13,5 \pm 0,5$	$273,5 \pm 0,1$	$3,3 \pm 0,2$
(a) Reservoir 1		(b) Reservoir 2	

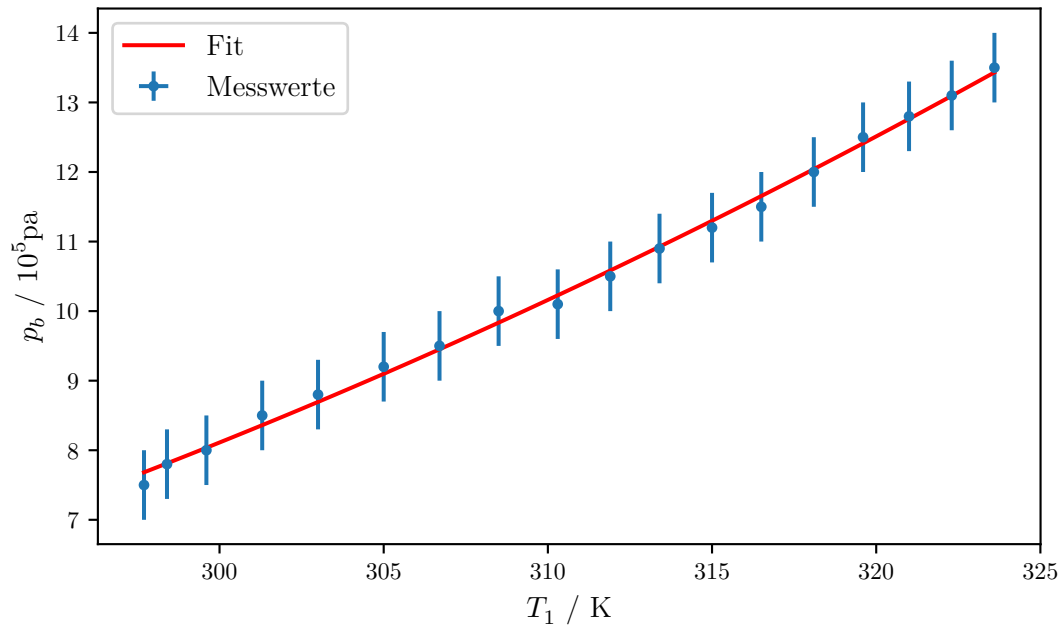


Abbildung 4: Die Temperaturen und der Druck in Reservoir 1 gegeneinander aufgetragen.

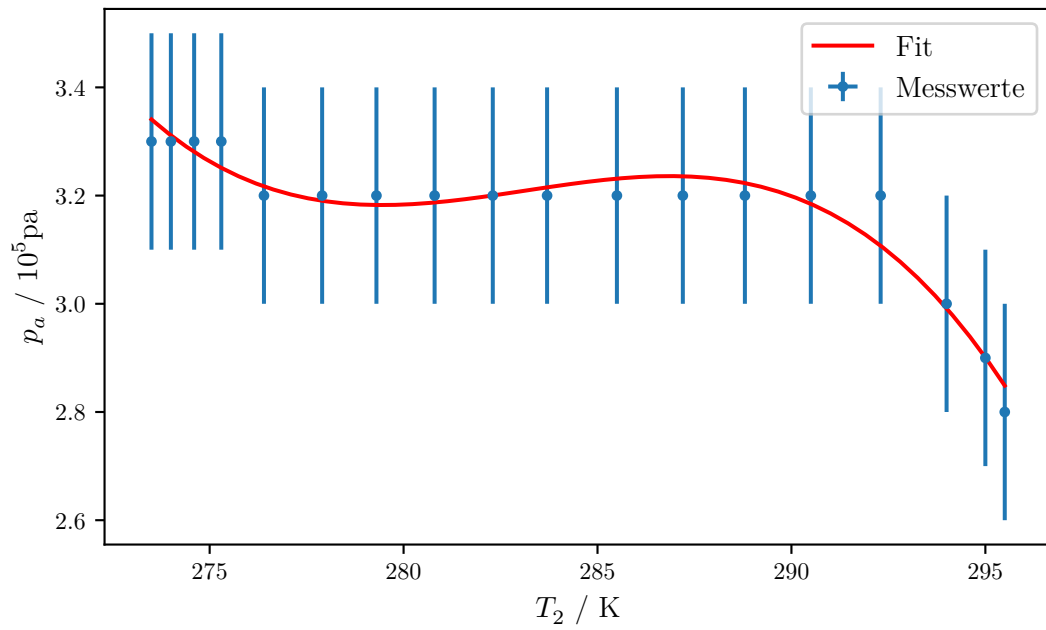


Abbildung 5: Die Temperaturen und der Druck in Reservoir 2 gegeneinander aufgetragen.

wobei x_i die Temperaturwerte und y_i die Druckwerte (beides zu sehen in Tabelle 5) sind. Die dazugehörigen Mittelwerte \bar{x} und \bar{y} , zu n Werten (hier: $n = 10$), berechnen sich über

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (17)$$

Somit ergeben sich nach Gleichungen (15), (16) und (17)

$$b = 17570,99 \quad (18)$$

und

$$|a| = 4552563,3. \quad (19)$$

Die sich dadurch nach Gleichung (14) ergebene Gerade ist in Abbildung 6 zu sehen. Zur Bestimmung von L ist neben der Steigung der Verdampfungskurve, die Gaskonstante $R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$ nötig. Mit der Relation

$$L = |a|R \quad (20)$$

lässt sich die Verdampfungswärme als

$$L = 37850011,28 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \quad (21)$$

berechnen. Zur weiteren Berechnung muss die Verdampfungswärme durch die molare Masse geteilt werden, um L in einer zur weiteren Berechnung sinnvollen Einheit zu erhalten, wobei die molare Masse von Dichlordifluormethan $M = 120,91 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ [1] beträgt, womit

$$L = 313042,85 \frac{\text{J}}{\text{gK}} \quad (22)$$

beträgt.

Tabelle 5: Die Temperatur - Druck Wertepaare.

p / Pa	T / K
300000	273.15
380000	279.15
400000	281.15
480000	287.15
550000	293.15
600000	295.15
700000	301.15
740000	303.15
950000	313.15
1200000	323.15

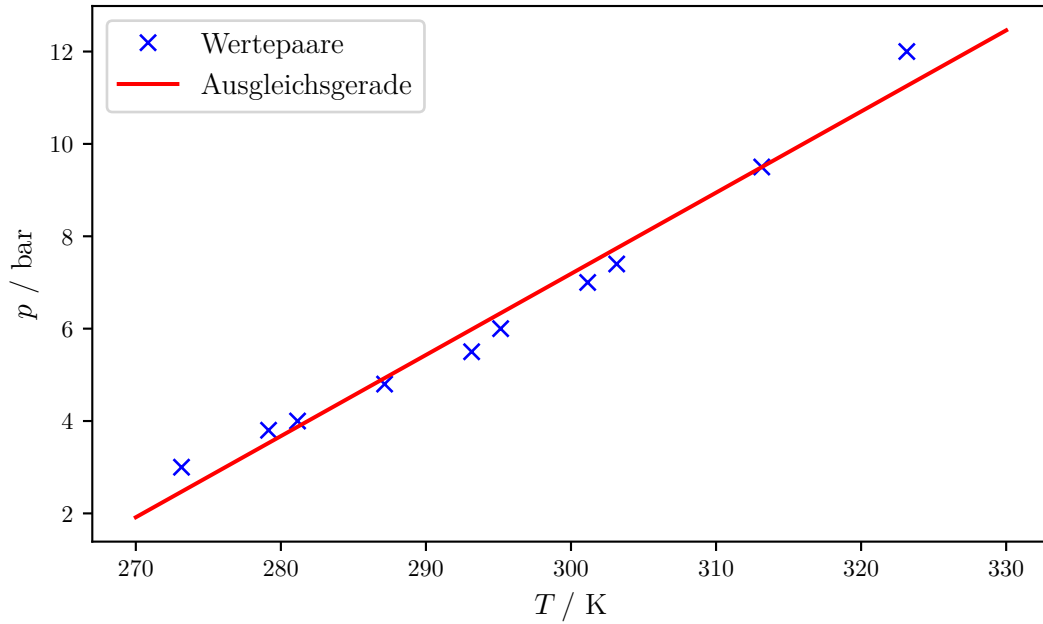


Abbildung 6: Verdampfungskurve zu L.

Nach (8) berechnen sich dann die Massendurchsätze, wie in Tabelle 6 zusehen. Der Fehler des Massendurchsatzes lässt sich nach Gleichung (13) durch

$$\sigma_{\frac{dm}{dt}} = \sqrt{\left(\frac{C_w + C_k}{L}\right)^2 \sigma_{\frac{dT_2}{dt}}^2 + \left(-\frac{1}{L} \frac{dT_2}{dt}\right)^2 \sigma_{C_w}^2} \quad (23)$$

berechnen, wobei $\sigma_{\frac{dT_2}{dt}}$ der Fehler der Differentiale $\frac{dT_2}{dt}$ und σ_w der Fehler der Wärmekapazität des Wassers C_w ist.

Tabelle 6: Die Massendurchsätze zu den Temperaturen.

T_2/dt / K	dm/dt / g/s
$-0,021 \pm 0,002$	$-0,89 \pm 0,09$
$-0,027 \pm 0,005$	$-1,14 \pm 0,22$
$-0,024 \pm 0,007$	$-1,02 \pm 0,30$
$-0,010 \pm 0,010$	$-0,40 \pm 0,40$

4.5 Bestimmung der mechanische Kompressorleistung

Die nötigen Werte für die Dichte des Gases $\text{Cl}_2\text{F}_2\text{C}$ ρ_0 bei 0°C ($T_0 = 273.15$ K) und 1 Bar ($p_0 = 10^5$ pa) Druck sowie κ lassen sich in der Literatur finden [2].

Tabelle 7: Die vom Kompressor genutzte elektrische Leistung.

t / s	P / W
60 ± 5	175 ± 5
120 ± 5	180 ± 5
180 ± 5	190 ± 5
240 ± 5	195 ± 5
300 ± 5	200 ± 5
360 ± 5	200 ± 5
420 ± 5	205 ± 5
480 ± 5	205 ± 5
540 ± 5	205 ± 5
600 ± 5	205 ± 5
660 ± 5	205 ± 5
720 ± 5	210 ± 5
780 ± 5	210 ± 5
840 ± 5	215 ± 5
900 ± 5	215 ± 5
960 ± 5	215 ± 5
1020 ± 5	215 ± 5
1080 ± 5	215 ± 5

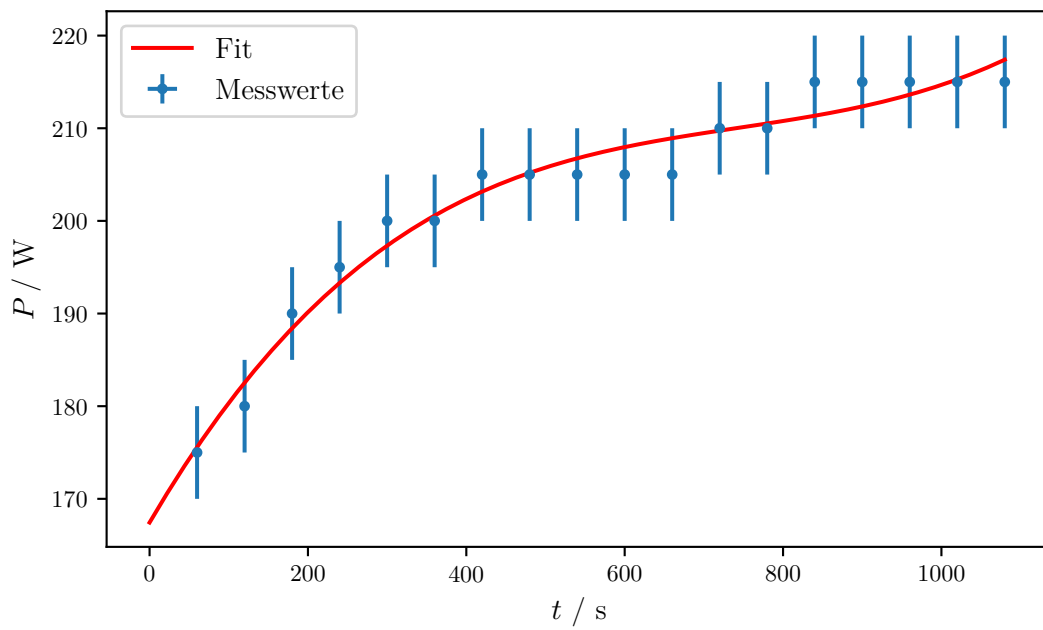


Abbildung 7: Die elektrische Leistung am Kompressor zu den jeweiligen Zeitpunkten.

$$\begin{aligned}\rho_0 &= 5.51 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \kappa &= 1.14\end{aligned}$$

Mithilfe der idealen Gasgleichung

$$nR = \frac{pV}{T} \quad (24)$$

und der Information, dass $nR = \text{const}$ gilt, folgt direkt, dass

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad (25)$$

Es gilt $V = \frac{m}{\rho}$. Dies wird in oben genannte Gleichung eingesetzt und auf beiden Seiten wird durch m geteilt. Somit folgt:

$$\frac{p_0}{\rho_0 T_0} = \frac{p_2}{\rho_2 T_2} \quad (26)$$

Mit $\rho_2 = \rho$ und $p_2 = p_a$ folgt:

$$\rho = \frac{\rho_0 T_0 p_a}{T_2 p_0} \quad (27)$$

Damit kann (12) zu

$$P_{\text{mech}} = \frac{1}{\kappa - 1} \left(p_b \cdot \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) \cdot \frac{T_2 p_0}{\rho_0 T_0 p_a} \frac{dm}{dt} \quad (28)$$

Mit Werten in Tabelle 4 und Tabelle 7 sowie (28) ergeben sich die Daten für die mechanische Kompressorleistung in Tabelle 8. Der Fehler ergibt sich erneut nach (13) und ist

$$\sigma_{P_{\text{mech}}}^2 = \left(\frac{\partial P_{\text{mech}}}{\partial p_b} \right)^2 \sigma_{p_b}^2 + \left(\frac{\partial P_{\text{mech}}}{\partial p_a} \right)^2 \sigma_{p_a}^2 + \left(\frac{\partial P_{\text{mech}}}{\partial \left(\frac{dm}{dt} \right)} \right)^2 \sigma_{\frac{dm}{dt}}^2 \quad (29)$$

dabei sind

$$\frac{\partial P_{\text{mech}}}{\partial p_b} = \frac{T_2 p_0}{\rho_0 T_0 \kappa} \frac{1}{p_a} \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} \quad (30)$$

$$\frac{\partial P_{\text{mech}}}{\partial p_a} = -\frac{T_2 p_0}{\rho_0 T_0 \kappa} \frac{p_b}{p_a^2} \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} \quad (31)$$

$$\frac{\partial P_{\text{mech}}}{\partial \left(\frac{dm}{dt} \right)} = \frac{T_2 p_0}{\rho_0 T_0 (\kappa - 1)} \frac{1}{p_a} \left(p_b \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) \quad (32)$$

Tabelle 8: Mechanische Kompressorleistung.

T_1 / K	P_{mech} / W
$301,3 \pm 0,1$	$36,170 \pm 0,012$
$310,3 \pm 0,1$	$20,820 \pm 0,010$
$315,0 \pm 0,1$	$19,775 \pm 0,009$
$322,3 \pm 0,1$	$18,377 \pm 0,007$

5 Diskussion

Literatur

- [1] LUMITOS AG. *Dichlordifluormethan*. 2018. URL: chemie.de/lexikon/Dichlordifluormethan.html.
- [2] TU Dortmund. *Versuch zur Wärmepumpe*. 2018.