**高二质量检测联合调考**

**数 学**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知圆：，圆：，则圆与圆位置关系为( )

A. 相离 B. 相交 C. 外切 D. 内切

【答案】C

【解析】

【分析】计算圆心距，和比较大小，即可判断两圆的位置关系.

【详解】圆的圆心坐标是，半径，圆的圆心坐标是，半径，

所以圆心距，所以两圆相外切.

故选：C

2. 已知是空间的一个基底，则可以与向量，构成空间另一个基底的向量是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据空间向量基底的定义依次判断各选项即可.

【详解】对于A选项，不存在使得成立，故能构成空间的另一个基底；

对于B选项，，故不能构成空间的另一个基底；

对于C选项， ，故不能构成空间的另一个基底；

对于D选项，，故不能构成空间的另一个基底.

故选：A.

3. 已知数列满足，，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】利用累加法可求得的值.

【详解】由已知，

，，，，

上述等式全加可得，.

故选：D.

4. 已知双曲线：的渐近线方程为，则( )

A. 2 B. －2 C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据双曲线的方程可得渐近线方程为：，结合题意然后根据双曲线标准方程可得，进而求解.

【详解】因为双曲线的方程为，所以，

令可得：，所以渐近线方程为：，

由题意知：双曲线：的渐近线方程为，所以，

故选：B.

5. 已知数列满足，，，则“”是“”的( )

A. 充分必要条件 B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】由题意可得为等差数列，后据此判断与间关系可得答案.

【详解】设首项为，由，可得，

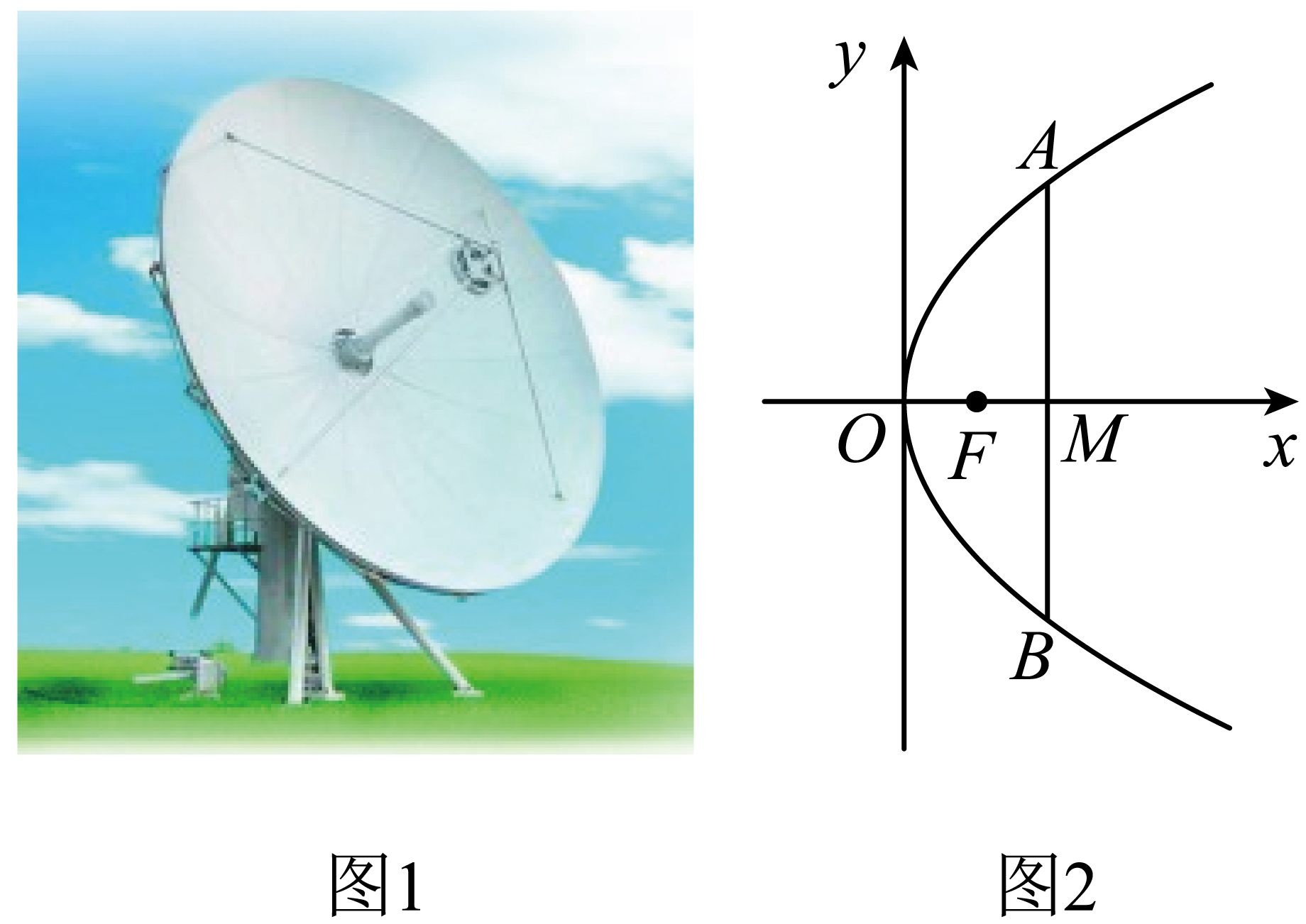
则可得.

则

.故“”是“”的充分必要条件.

故选：A

6. 图1为一种卫星接收天线，其曲面与轴截面的交线为拋物线的一部分，已知该卫星接收天线的口径，深度，信号处理中心位于焦点处，以顶点为坐标原点，建立如图2所示的平面直角坐标系，若是该拋物线上一点，点，则的最小值为( )



A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

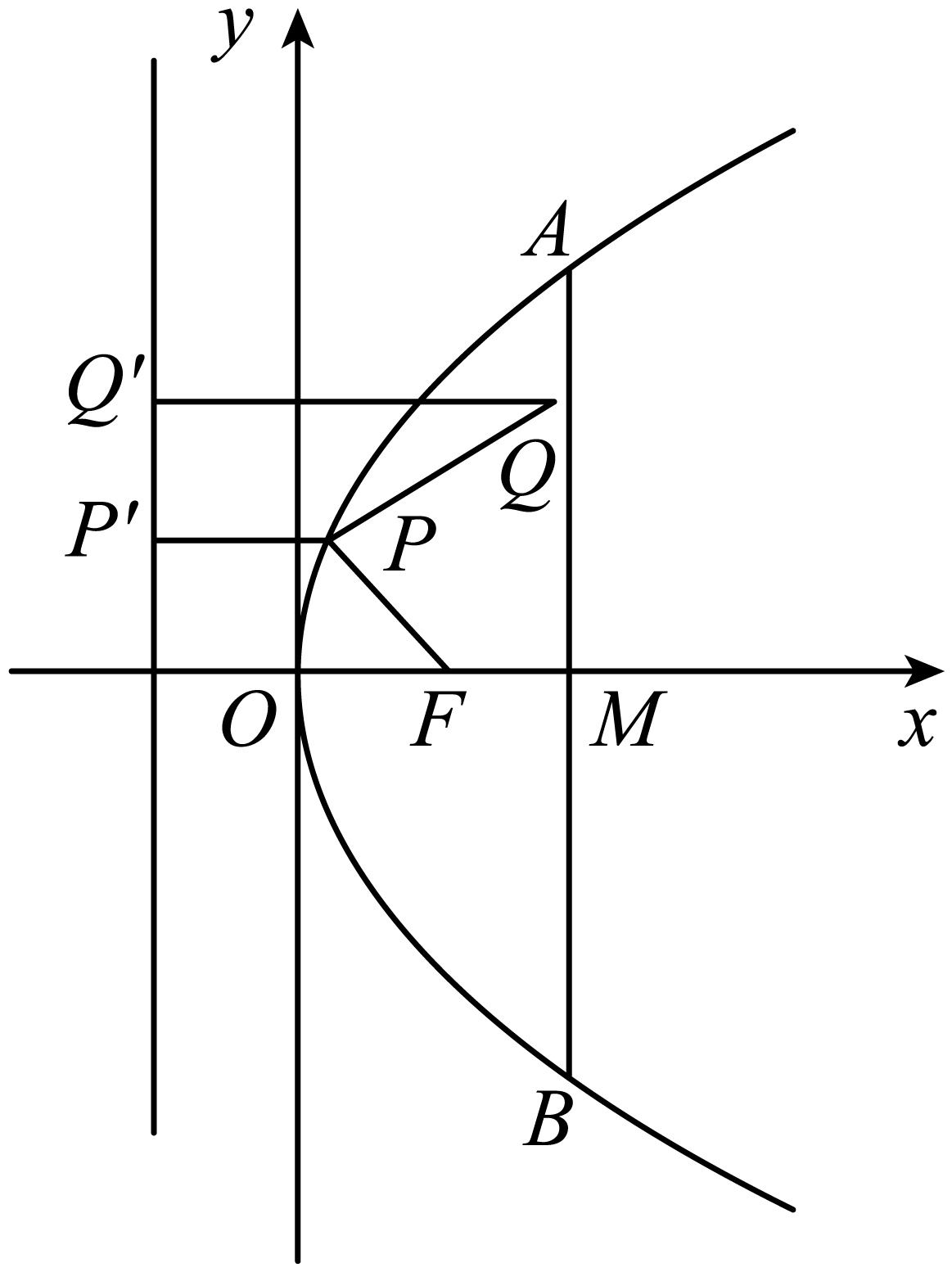
【答案】B

【解析】

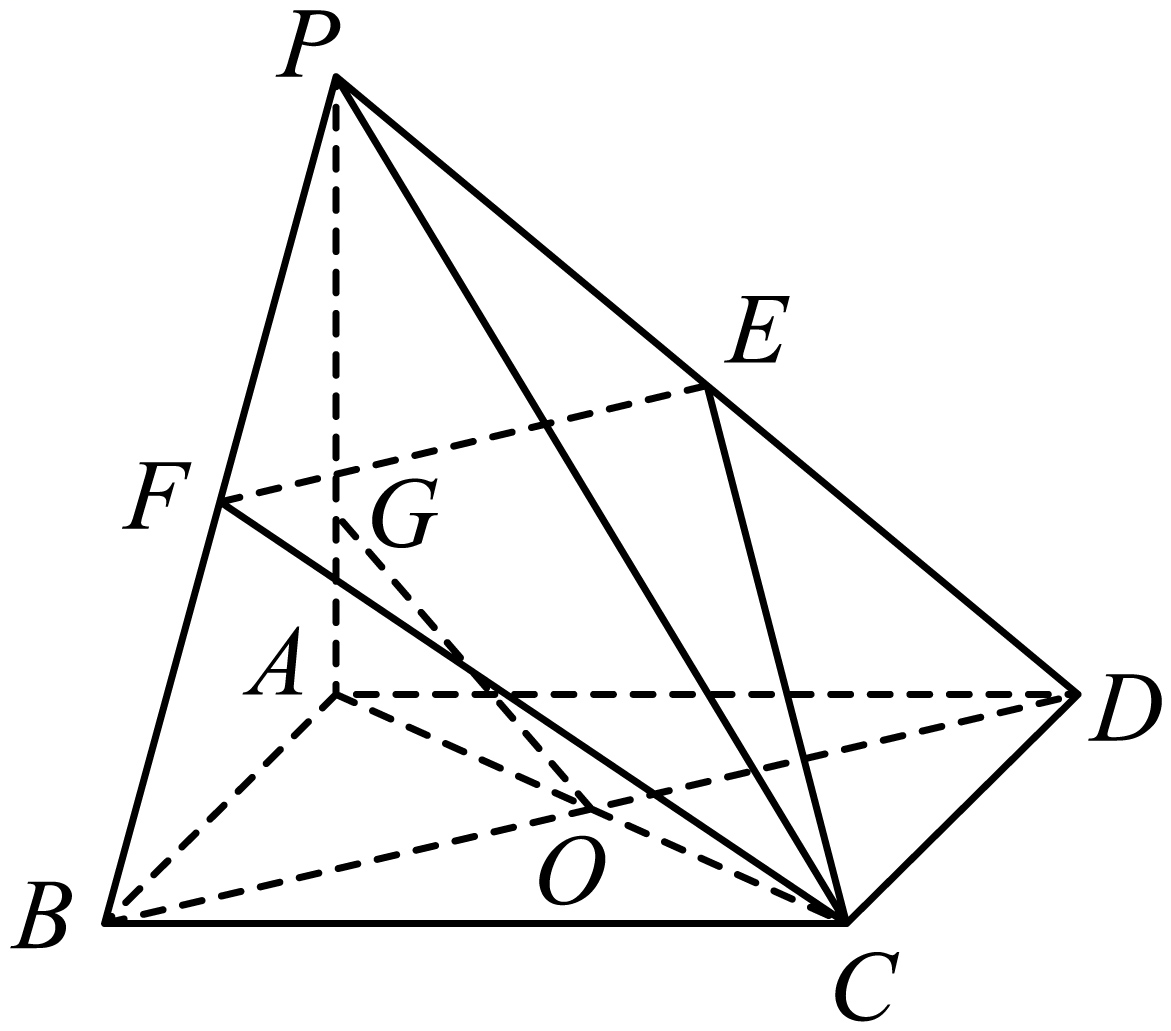
【分析】由已知点在抛物线上，利用待定系数法求抛物线方程，结合抛物线定义求的最小值.

【详解】设抛物线的方程为，因为，，所以点在抛物线上，所以，故，所以抛物线的方程为，所以抛物线的焦点的坐标为，准线方程为，在方程中取可得，所以点在抛物线内，过点作与准线垂直，为垂足，点作与准线垂直，为垂足，则，所以，当且仅当直线与准线垂直时等号成立，所以的最小值为3，

故选：B.



7. 《九章算术》是我国古代的数学名著，书中将底面为矩形，且有一条侧棱垂直于底面的四棱锥称为阳马.如图，在阳马中，平面*ABCD*，底面*ABCD*是正方形，*E*，*F*分别为*PD*，*PB*的中点，点*G*在线段*AP*上，*AC*与*BD*交于点*O*，，若平面，则( )

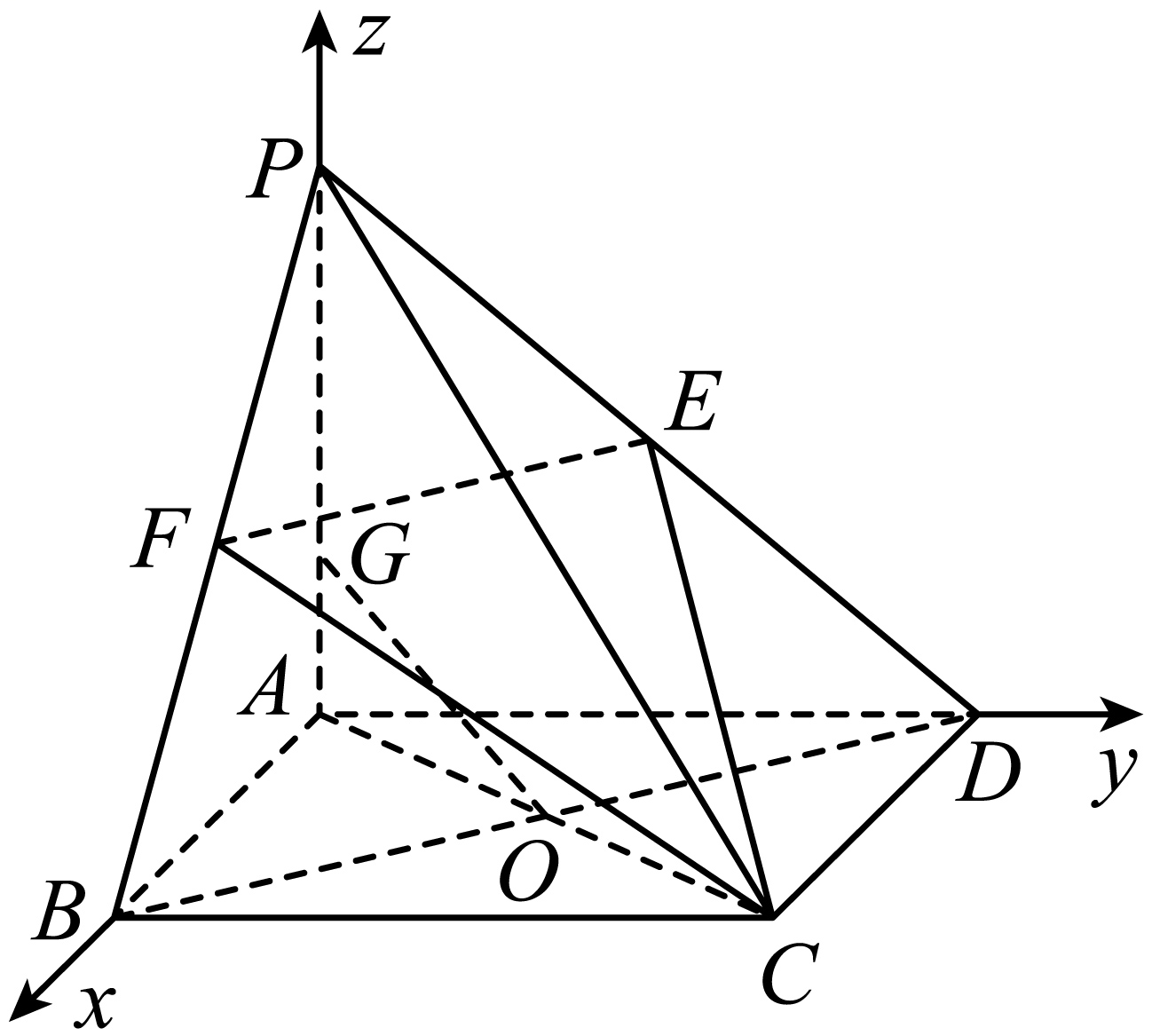


A.  B.  C.  D. 1

【答案】C

【解析】

【分析】以为坐标原点，的方向分别为轴的正方向建立空间直角坐标系如图所示，根据条件求得点的坐标，即可得到结果.

【详解】

以为坐标原点，的方向分别为轴的正方向建立空间直角坐标系如图所示，

由题意可得，

则，

所以，

设平面的法向量为，

则，解得，令，则

所以平面的一个法向量为

因为平面，则

设，则，所以

解得，所以，即

故选:C.

8. 已知直线与、轴的交点分别为、，且直线与直线相交于点，则面积的最大值是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】求出点、的坐标，可得出的值，求出直线、所过定点的坐标，根据可求得点的轨迹方程，根据圆的几何性质可求得点在直线距离的最大值，再利用三角形的面积公式可求得面积的最大值.

【详解】在直线的方程中，令可得，令可得，

即点、，故，

将直线的方程变形可得，由可得，

所以，直线过定点，

将直线的方程变形为，由可得，

所以，直线过定点，

，则，设点.

①若点不与或重合，则，且，，

，整理可得；

②当点与或重合，则点、的坐标满足方程.

所以，点的轨迹方程为.

圆圆心到直线的距离为，

所以，点到直线的最大距离为，

因此，面积的最大值是.

故选：A.

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 已知直线*l*在*x*轴，*y*轴上的截距分别为1，，*O*是坐标原点，则下列结论中正确的是( )

A. 直线*l*的方程为

B. 过点*O*且与直线*l*平行的直线方程为

C. 若点到直线*l*的距离为，则

D. 点*O*关于直线*l*对称的点为

【答案】ABD

【解析】

【分析】对A，由截距式可求；

对B，由点斜式可求；

对C，由点线距离公式可求；

对D，两对称点连线与直线*l*垂直，且两对称点中点过直线*l*

【详解】对A，直线*l*在*x*轴，*y*轴上的截距分别为1，，直线*l*的方程为，即，A对；

对B，直线*l*斜率为1，故过点*O*且与直线*l*平行的直线方程为，即，B对；

对C，点到直线*l*的距离为，故或0，C错；

对D，点*O*关于直线*l*对称的点满足，解得，故该点为，D对.

故选：ABD

10. “中国剩余定理”又称“孙子定理”，此定理讲的是关于整除的问题.现将1到1000这1000个数中能被2除余1且被7除余1的数按从小到大的顺序排成一列，构成数列，其前*n*项和为，则( )

A.  B. 

C.  D. 共有72项

【答案】BCD

【解析】

【分析】先求得数列的通项公式，进而求得的值判断选项A；求得的值判断选项B；求得的值判断选项C；求得的项数判断选项D.

【详解】将1到1000这1000个数中能被2除余1且被7除余1的数按

从小到大的顺序排成一列，构成首项为1末项为995公差为14的等差数列

则数列的通项公式为

则数列共有72项.故选项D判断正确；

.故选项A判断错误；

.故选项B判断正确；

.故选项C判断正确.

故选：BCD

11. 已知椭圆*C*：的左、右焦点分别为，，*P*为椭圆*C*上的一个动点，则( )

A. 

B. 

C. 内切圆半径的最大值是

D. 的最小值是

【答案】ABD

【解析】

【分析】对A：根据椭圆定义，结合三角形中三条边的关系，即可求得求得结果，从而判断；对B：设，根据椭圆定义求得，建立关于的函数关系，即可求得其最小值和最大值，从而进行判断；对C：根据等面积法，结合点纵坐标绝对值的范围，即可求得的最大值；对D：根据B中所求，结合余弦定理和椭圆定义，即可求得结果.

【详解】对椭圆*C*：，易知，；

对A：根据椭圆定义可知：，

当点不在长轴的两个端点时，在△中，由三角形三边关系可知：；

当点在椭圆长轴的左端点时，；当点在椭圆长轴的右端点时，；

综上所述：，故A正确；

对B：设，又，则，

故，又在单调递增，在单调递减，

且当与时，取得最小值，此时，故，

又当时，取得最大值，此时，故，

即，故B正确；

对C：设△内切圆半径为,由，

即，若能构成三角形，则，

显然当取得最大值时，取得最大值为，故C错误；

对D：若能构成三角形，由余弦定理可得：





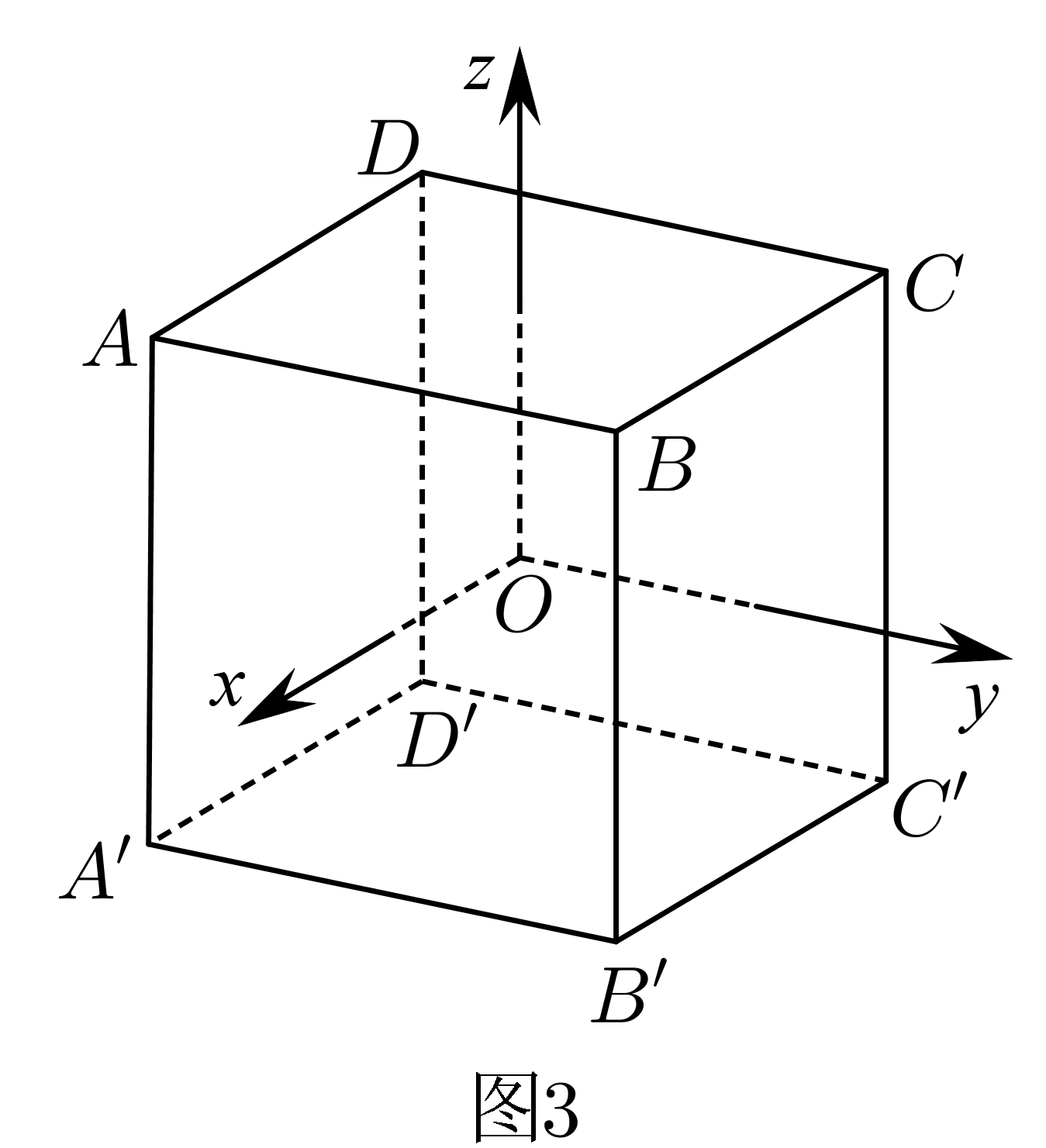
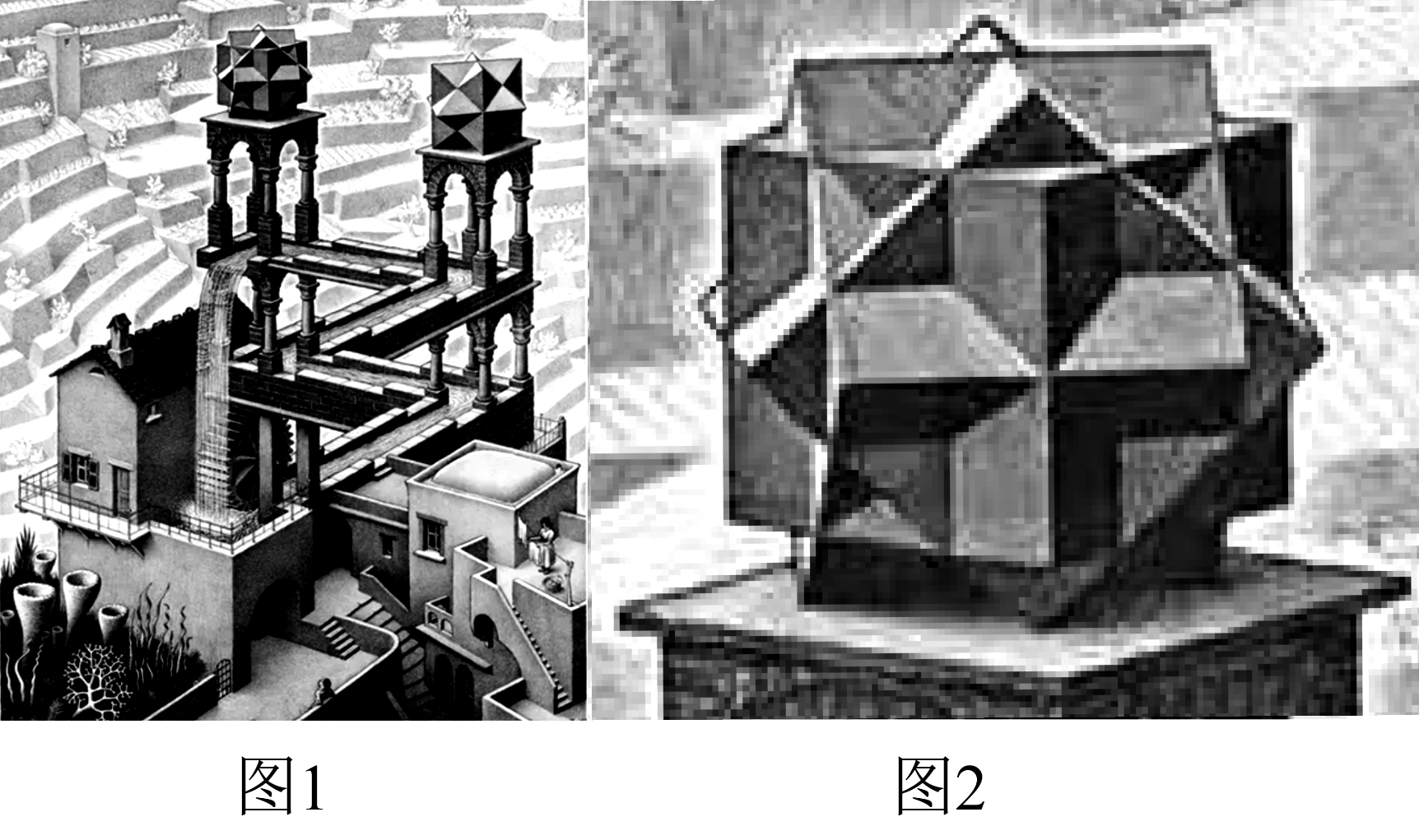
由选项B中所求可知，的最大值为，此时取得最小值为；

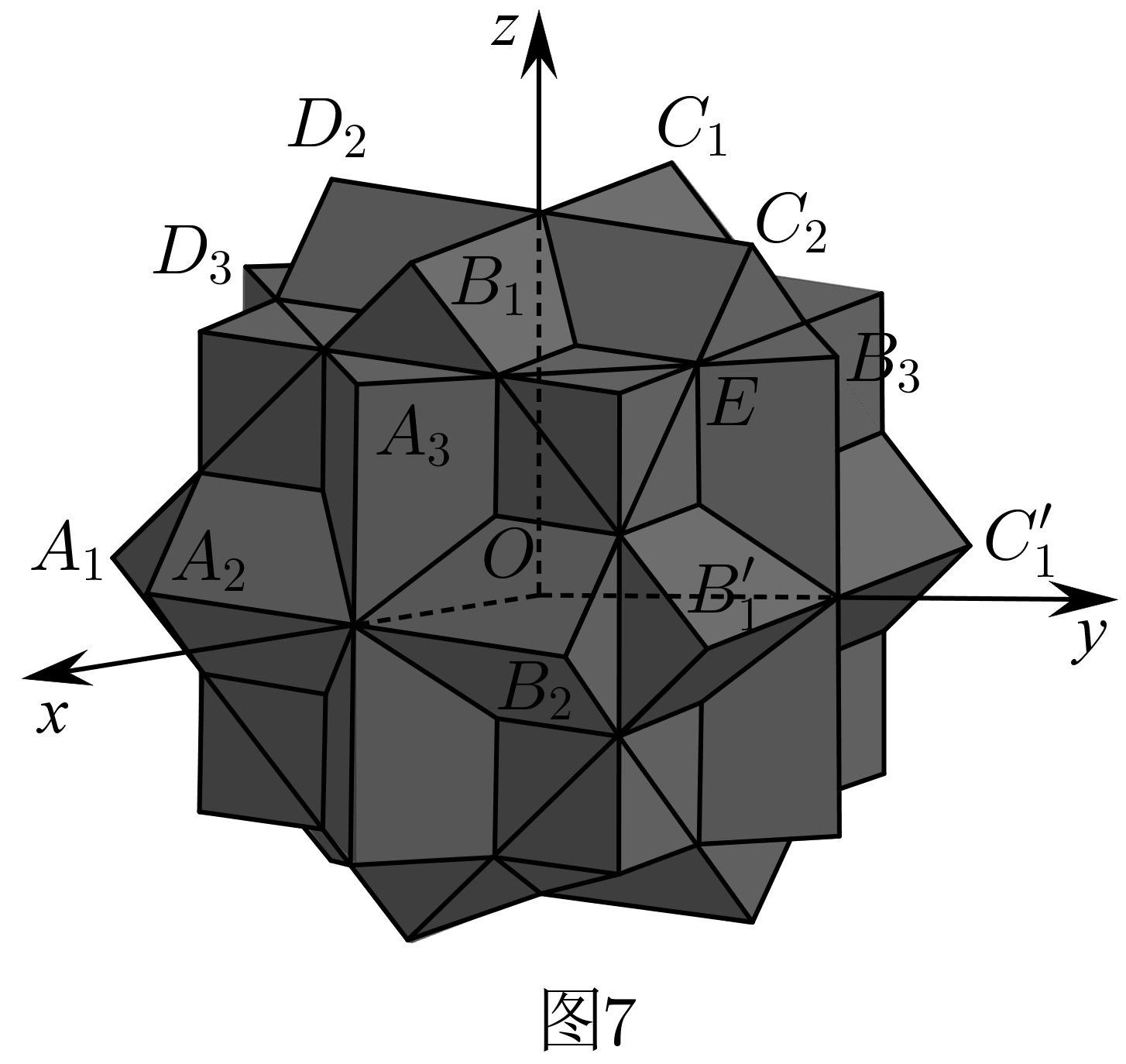
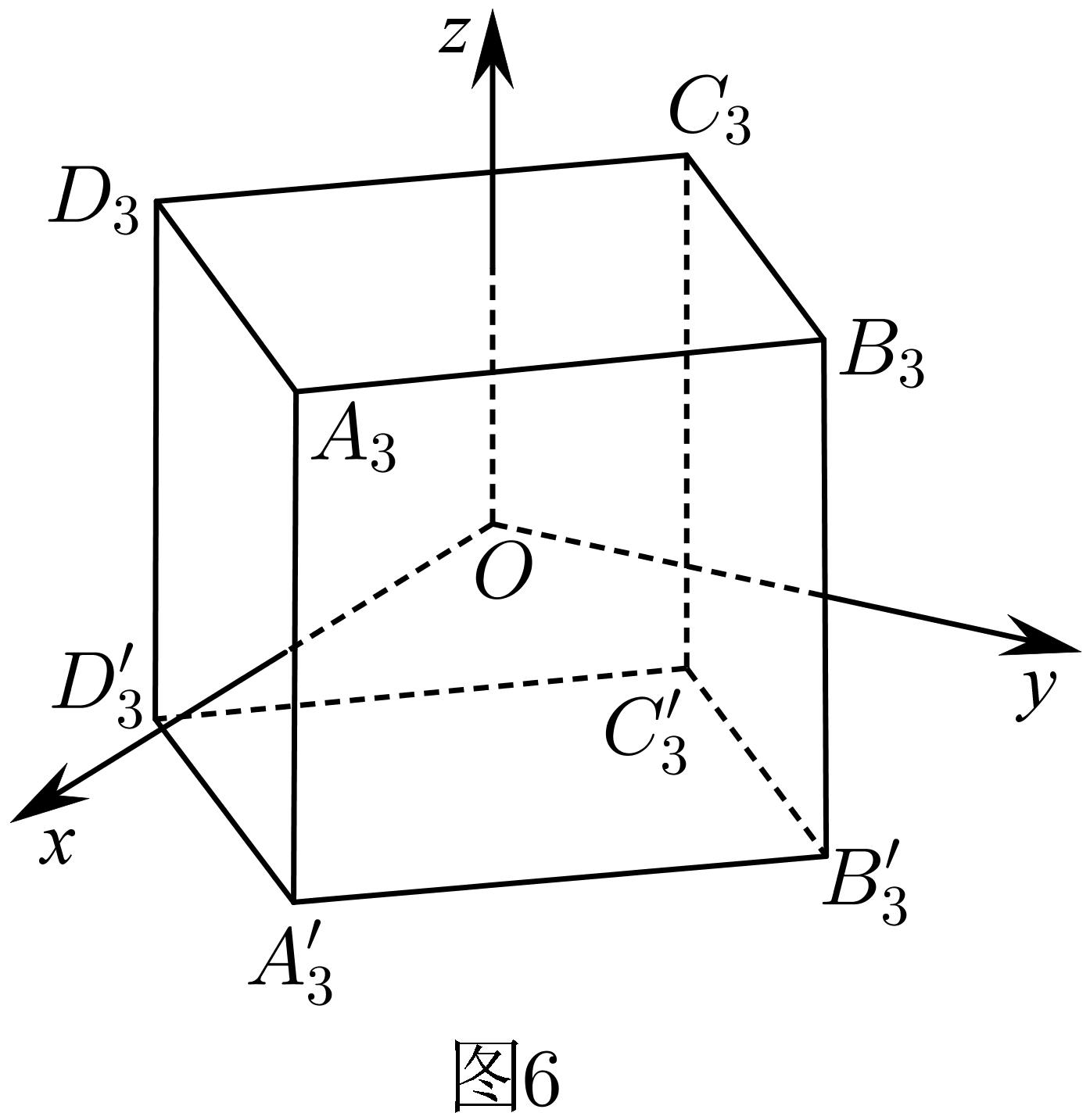
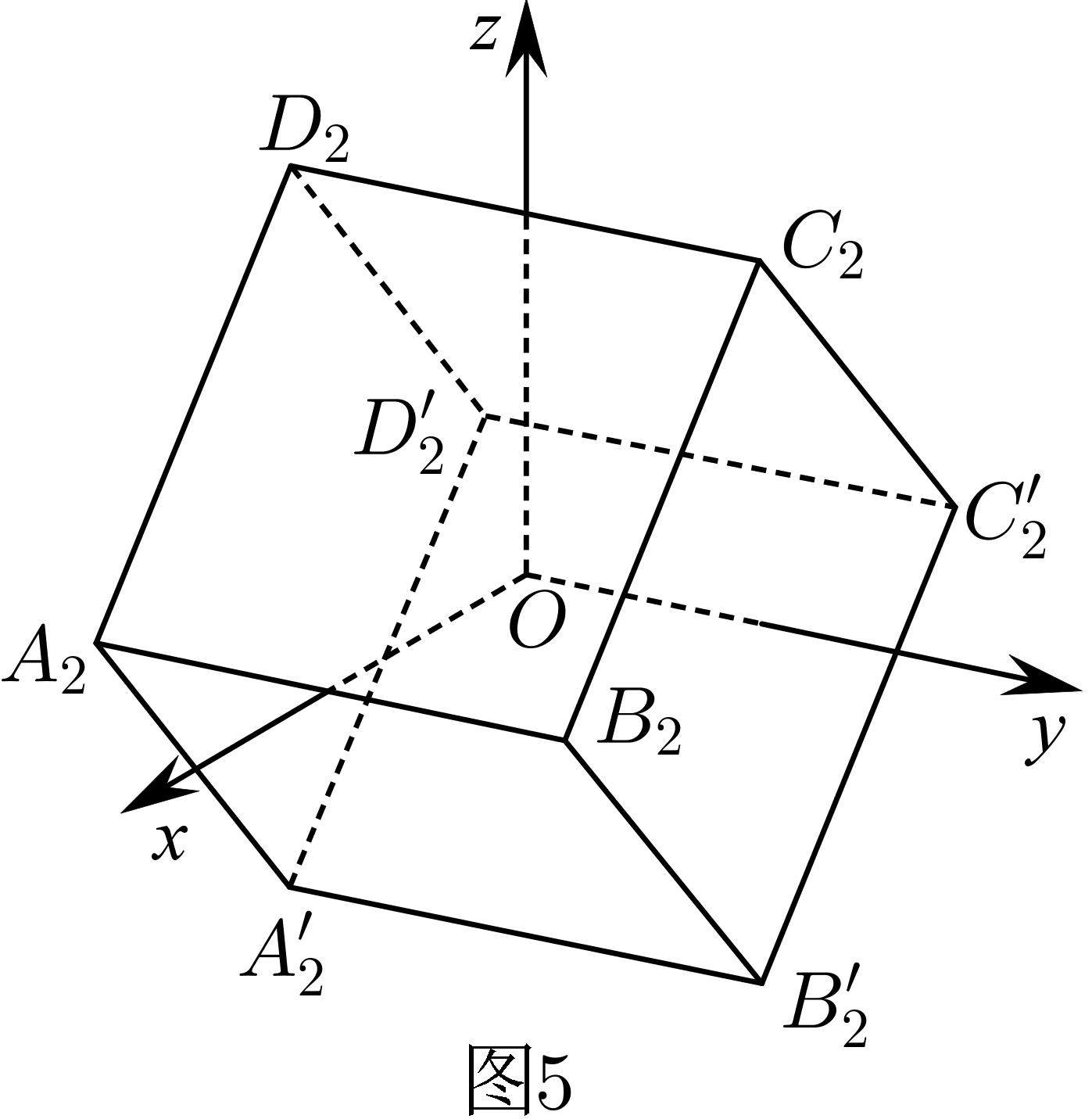
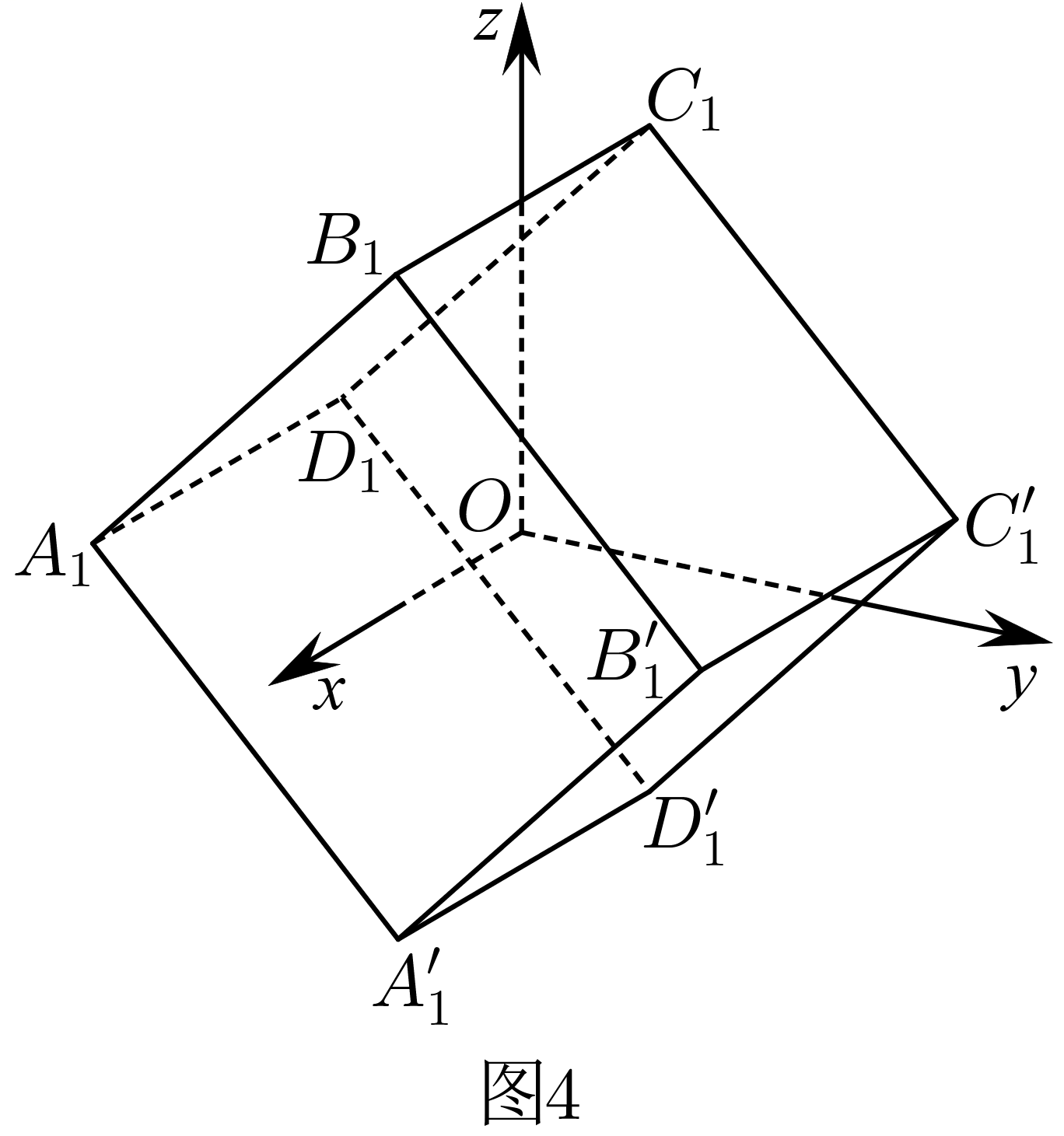
若不能构成三角形，则；

综上所述，的最小值为，故D正确；

故选：ABD.

12. 《瀑布》(图1)是埃舍尔为人所知的作品.画面两座高塔各有一个几何体，左塔上方是著名的“三立方体合体”(图2).在棱长为2的正方体中建立如图3所示的空间直角坐标系(原点*O*为该正方体的中心，*x*，*y*，*z*轴均垂直该正方体的面)，将该正方体分别绕着*x*轴，*y*轴，*z*轴旋转，得到的三个正方体，，2，3(图4，5，6)结合在一起便可得到一个高度对称的“三立方体合体”(图7).在图7所示的“三立方体合体”中，下列结论正确的是( )





A. 设点的坐标为，，2，3，则

B. 设，则

C. 点到平面的距离为

D. 若*G*为线段上的动点，则直线与直线所成角最小为

【答案】ACD

【解析】

【分析】正方体的顶点到中心的距离不变，判断A，写出各点坐标，利用空间向量法求解判断BCD．

【详解】正方体棱长为2，面对角线长为，

由题意，，，，

旋转后，，，，，，，，，，，，

旋转过程中，正方体的顶点到中心的距离不变，始终为，因此选项A中，，2，3，正确；

，设，则

，

，

，则存在实数，使得，

，

，，∴，B错；

，，

设是平面的一个法向量，则

，令，得，

又，

∴到平面的距离为，C正确；

，设，，

，

，



令，则，

时，，递增，时，，递减，

∴，又，，

所以，

即，，

夹角的最小值为，从而直线与直线所成角最小为，D正确．

故选：ACD．

【点睛】方法点睛：本题正方体绕坐标轴旋转，因此我们可以借助平面直角坐标系得出空间点的坐标，例如绕轴旋转时时，各点的横坐标()不变，只要考虑各点在坐标平面上的射影绕原点旋转后的坐标即可得各点空间坐标．

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.把答案填在答题卡中的横线上.**

13. 已知是等差数列的前*n*项和，且，，则的公差\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据已知条件列方程，由此求得公差.

【详解】依题意得，

解得.

故答案为：

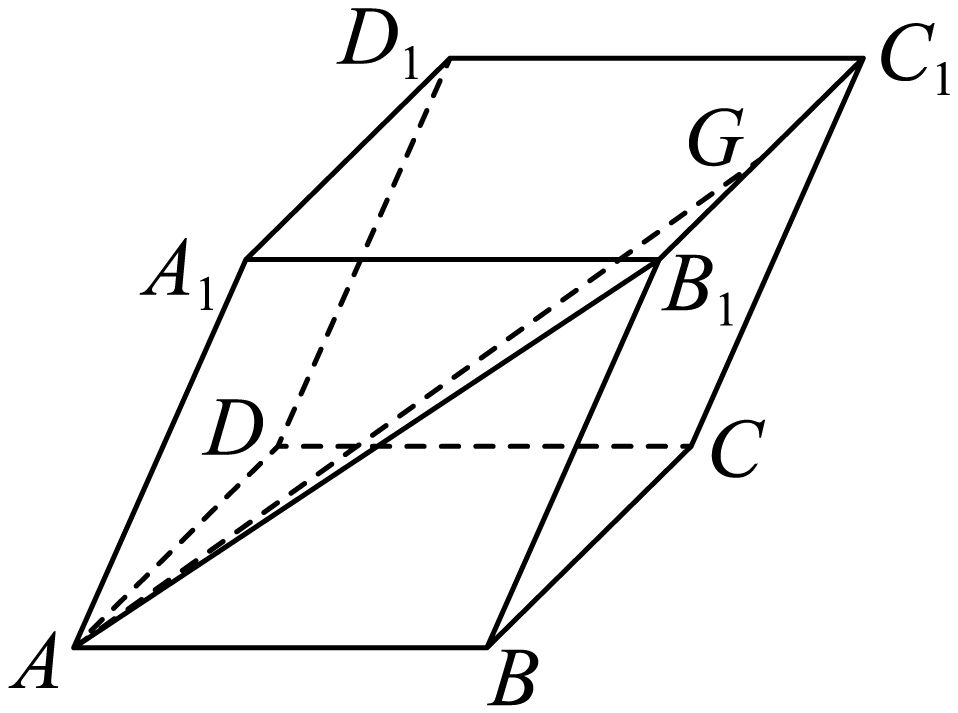
14. 如图，在平行六面体中，为的中点，，则\_\_\_\_\_\_；若该六面体的棱长都为2，，则\_\_\_\_\_\_.



【答案】 ①. ##2.5 ②. 

【解析】

【分析】由空间向量基本定理和已知条件可得；由结合向量的数量积运算可得．

【详解】

，

∴，∴；

∵



，

∴，即．

故答案为：；．

15. 已知双曲线*M*：的左焦点为*F*，右顶点为*A*，，若是直角三角形，则双曲线*M*的离心率为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】利用题给条件列出关于的关系式，解之即可求得双曲线*M*的离心率

【详解】由是直角三角形，得，

则，则，则

则，解之得或(舍)

故答案为：

16. 已知圆：与圆：，点*A*，*B*圆上，且，线段*AB*的中点为*D*，则直线*OD*(*O*为坐标原点)被圆截得的弦长的取值范围是\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】由知点在以为圆心为半径的圆上，由直线与此圆有交点得，再表示出直线*OD*被圆截得的弦长后求其最值即可.

【详解】由题意可知圆的圆心为，半径，圆的圆心为，半径.

因为，所以，即点在以为圆心，为半径的圆上.

设直线的方程为，则，即，解得.

圆心到直线的距离为，

直线*OD*被圆截得的弦长 ，

令，，则，

当时为减函数，

当时，为增函数，

故，，

当时，直线经过，此时直线被圆截得的弦长最长，最长的弦长是圆的直径6.

当时，直线被圆截得的弦长最短，则弦长为；

综上，直线被圆截得的弦长的取值范围是.

故答案为：

【点睛】分式型函数求最值方法：①转化为反比例函数求最值；②转化为对勾函数或基本不等式求最值；③换元为二次函数求最值；④用导数求最值.

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 已知*F*是抛物线*C*：的焦点，点*M*在抛物线*C*上，且*M*到*F*的距离是*M*到*y*轴距离的3倍.

(1)求*M*的坐标；

(2)求直线*MF*被抛物线*C*所截线段的长度.

【答案】(1)或

(2)

【解析】

【分析】(1)设出点坐标，利用已知条件列方程，化简求得点的坐标.

(2)求得直线的方程，并与抛物线方程联立，求得直线与抛物线的交点坐标，进而求得直线*MF*被抛物线*C*所截线段的长度.

【小问1详解】

抛物线的焦点，设，

则，解得，

所以点的坐标为或.

【小问2详解】

由(1)得点的坐标为或.

当的坐标是时，直线的方程为，

由，消去并化简得，

解得，，

所以直线与抛物线的交点坐标为和，

所以直线*MF*被抛物线*C*所截线段的长度为.

当的坐标是时，同理可求得直线*MF*被抛物线*C*所截线段的长度为.

综上所述，直线*MF*被抛物线*C*所截线段的长度为.

18. 已知数列前*n*项和.

(1)求的通项公式；

(2)求数列的前*n*项和.

【答案】(1)；

(2).

【解析】

【分析】(1)利用，即可求解数列的通项公式；

(2)由(1)由得，然后分和两种情况对化简求解即可.

【小问1详解】

当时，，即，

当时，，

时，，与不符，

所以；

【小问2详解】

由得，而，

所以当时，，当时，，

当时，，

当时，



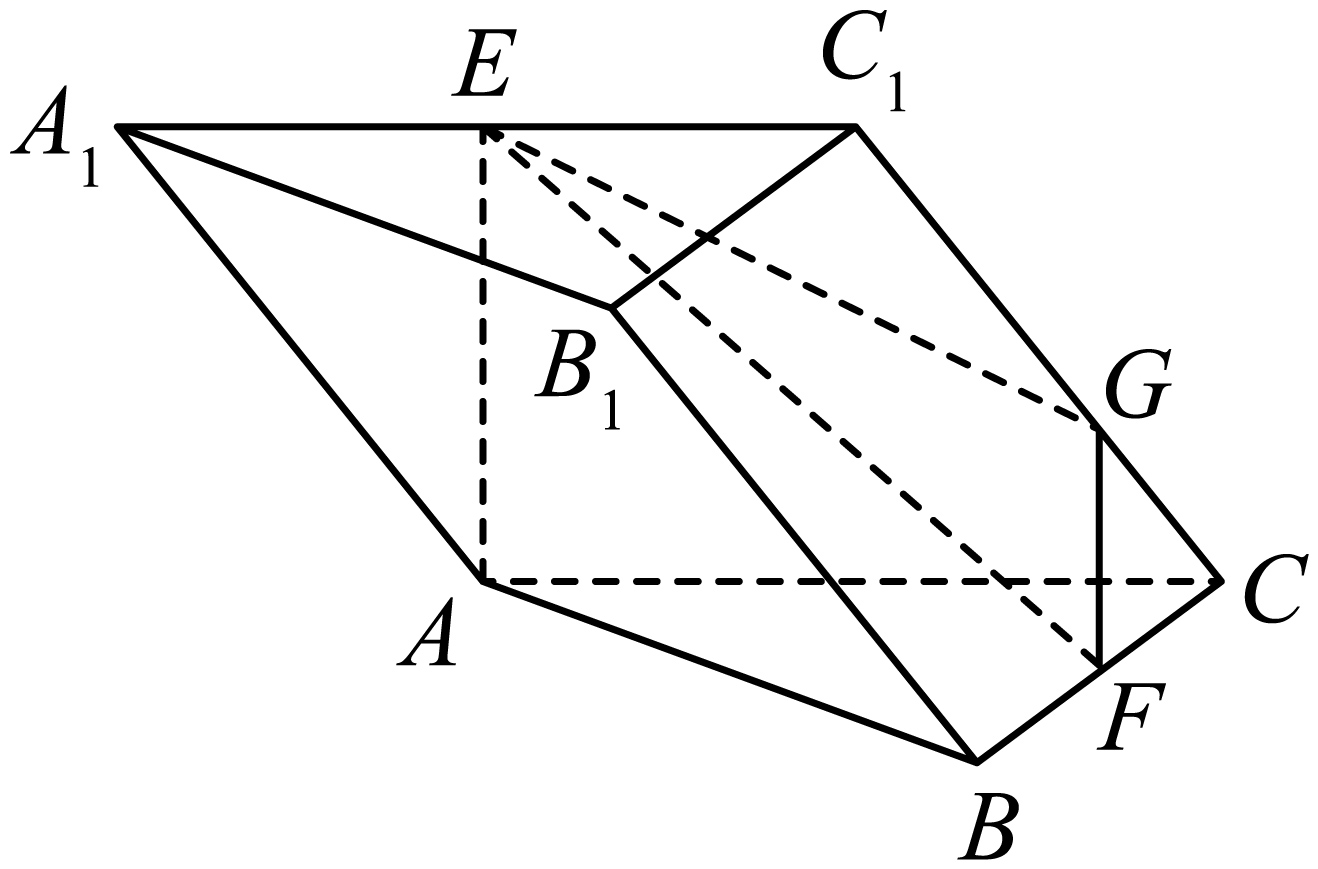




，

所以

19. 如图，三棱柱的底面是正三角形，侧面是菱形，平面平面，，分别是棱，的中点.



(1)证明：∥平面；

(2)若，求直线与平面所成角的正弦值.

【答案】(1)见解析；

(2).

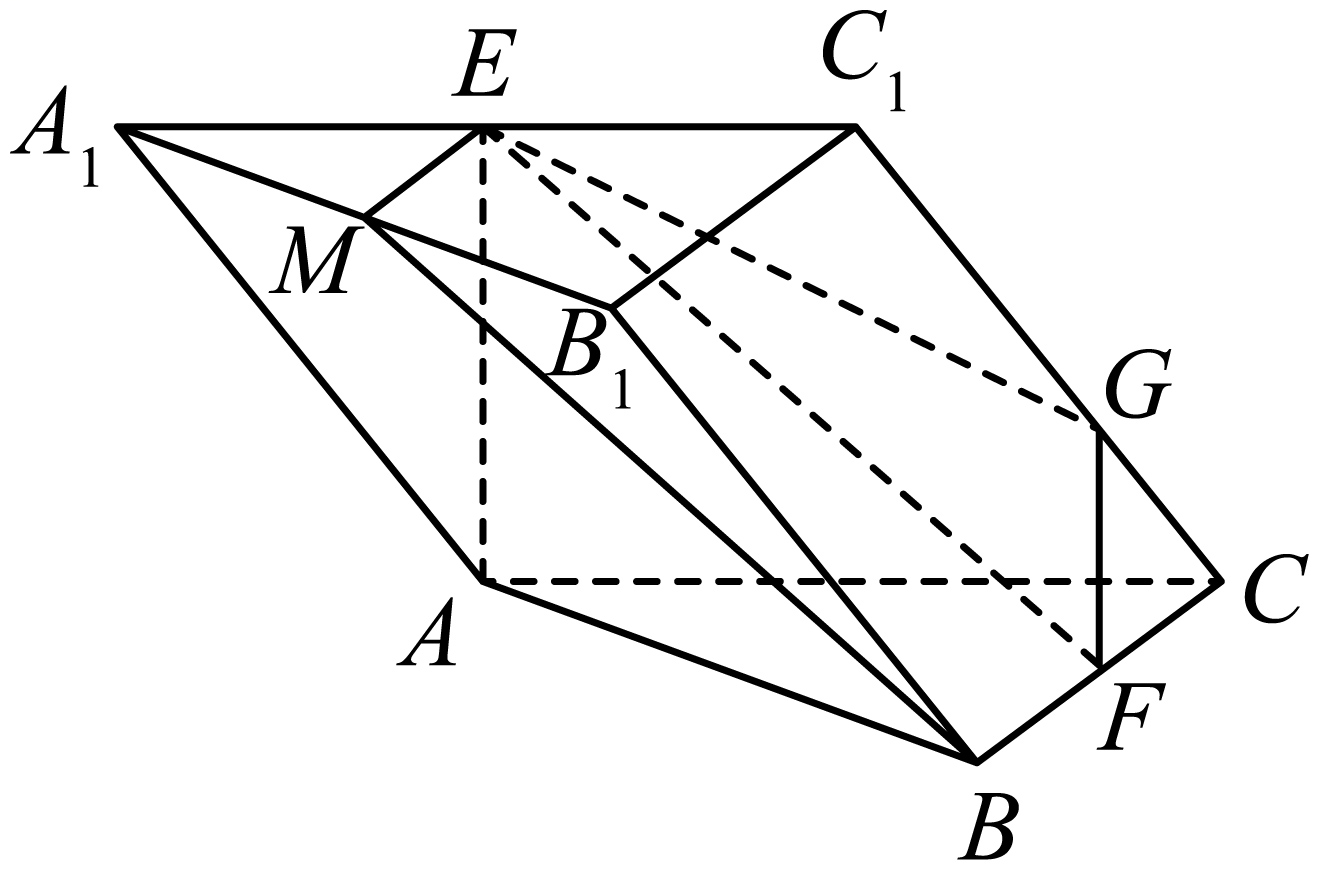
【解析】

【分析】(1)取的中点，连接，，易证四边形为平行四边形，从而有∥，故而得证；

(2) 过点作于，连接，以原点，、、分别为轴建立空间直角坐标系,用向量法求解即可.

【小问1详解】

证明：取的中点，连接，，



因为，分别是棱，的中点，

则∥∥，，

四边形为平行四边形，

所以∥，

平面，平面，

∥平面；

【小问2详解】

解：在平面中过点作于，连接，

平面平面，平面平面，

平面，

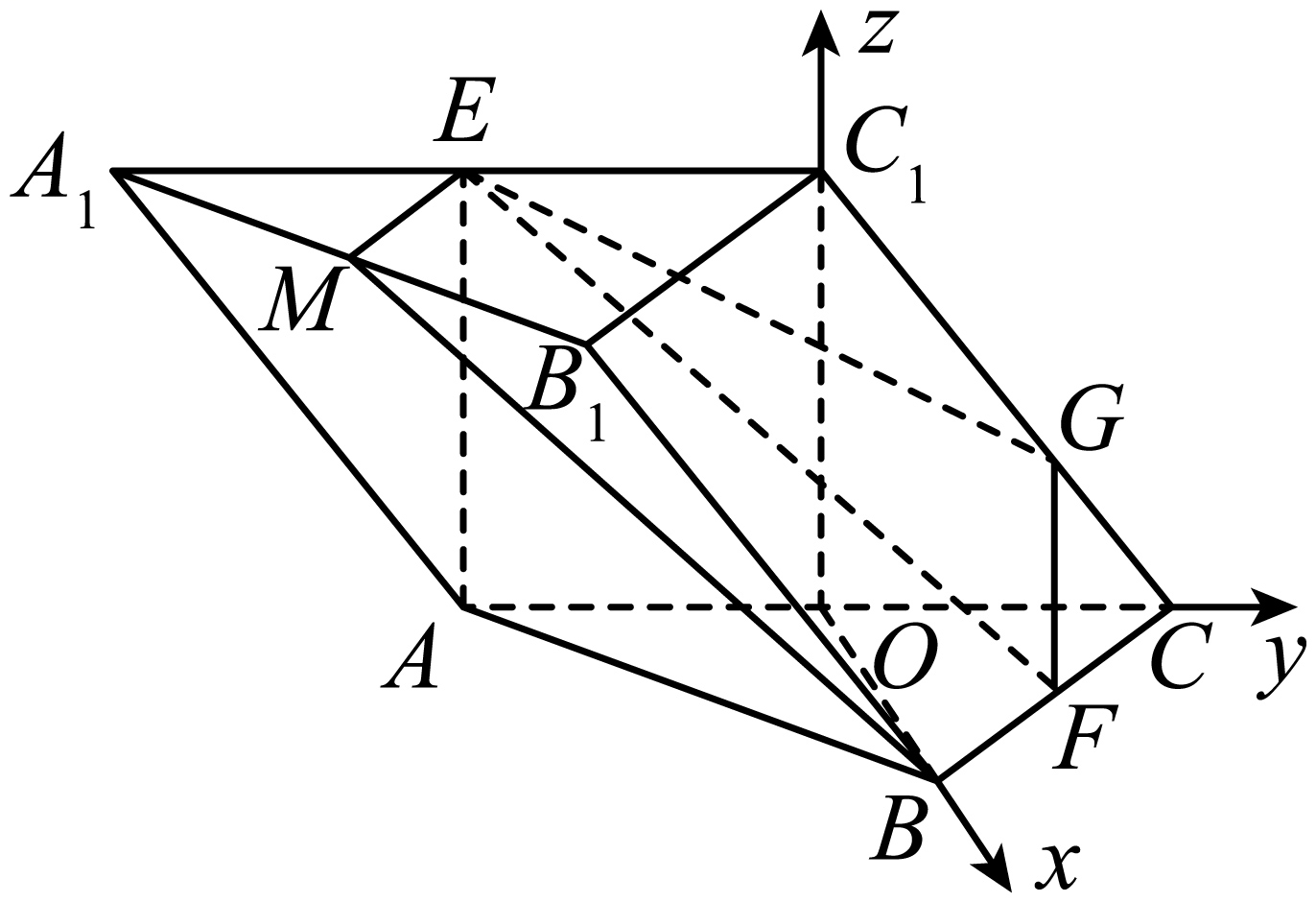
又因为，

所以,,

因为点为的中点，

，

故以为原点，、、分别为轴建立如图所示的空间直角坐标系，



则，，，，，，，

所以,

,,

设平面的法向量为，

则有，，

所以取，

设直线与平面所成角为，

则.

20. 已知直线：，圆*C*：．

(1)若直线与圆*C*相切，求*k*的值．

(2)若直线与圆*C*交于*A*，*B*两点，是否存在过点的直线垂直平分弦*AB*？若存在，求出直线与直线的交点坐标；若不存在，请说明理由．

【答案】(1)或

(2)存在，交点坐标为

【解析】

【分析】(1)由题意圆心到直线的距离等于半径，列出方程求解即可；

(2)由直线与圆*C*交于*A*，*B*两点，可得圆心到直线的距离，由此求出的范围．根据圆的性质可知直线必经过圆心，从而求得直线的斜率，利用点斜式可得直线的方程，由求得，联立直线与的方程，可得交点坐标．

【小问1详解】

圆，则圆心，半径

∵若直线与圆*C*相切，

∴圆心到直线的距离，

即，即，解得或．

【小问2详解】

若直线与圆*C*交于*A*，*B*两点，

则圆心到直线的距离，

即，即，解得.

过点的直线垂直平分弦，则直线必经过圆心，

直线的斜率为，直线的方程为，即，

又，且直线，

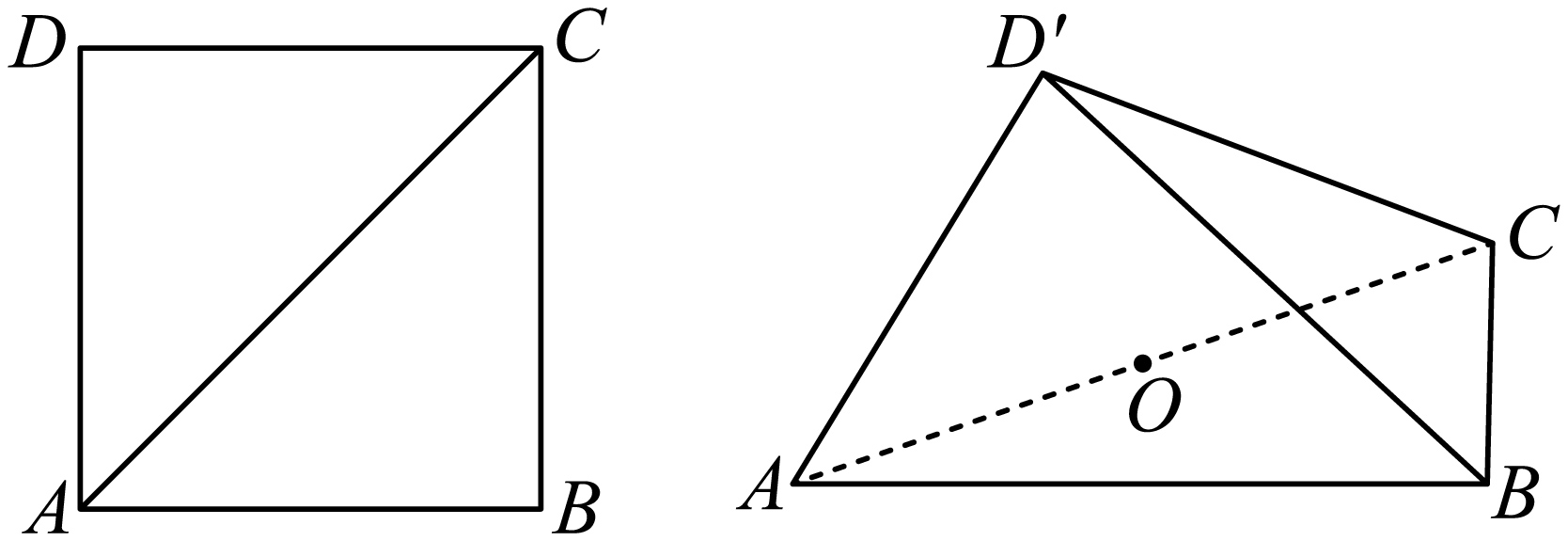
则，解得，符合题意，

所以直线的方程为，

联立直线与的方程得，解得

所以，存在符合题意的直线，直线与直线的交点坐标为．

21. 如图，将边长为的正方形*ABCD*沿对角线*AC*折起，使得点*D*到点的位置，连接，*O*为*AC*的中点.



(1)若平面平面*ABC*，求点*O*到平面的距离；

(2)不考虑点与点*B*重合的位置，若二面角的余弦值为，求的长度.

【答案】(1)；

(2).

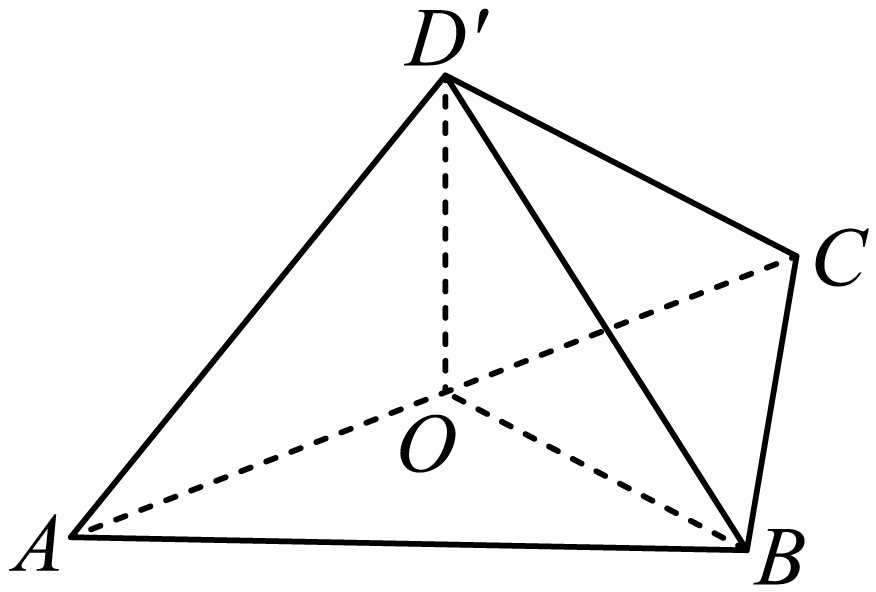
【解析】

【分析】(1)连接，根据面面垂直的性质可得平面，然后利用锥体的体积公式结合等积法即得；

(2)取的中点，可得为二面角的平面角，然后利用余弦定理结合条件可得，进而即得.

【小问1详解】

连接，则，



因为平面平面，平面，

所以平面，又平面，

所以，又正方形的边长为，

所以，，

设点*O*到平面的距离为，则

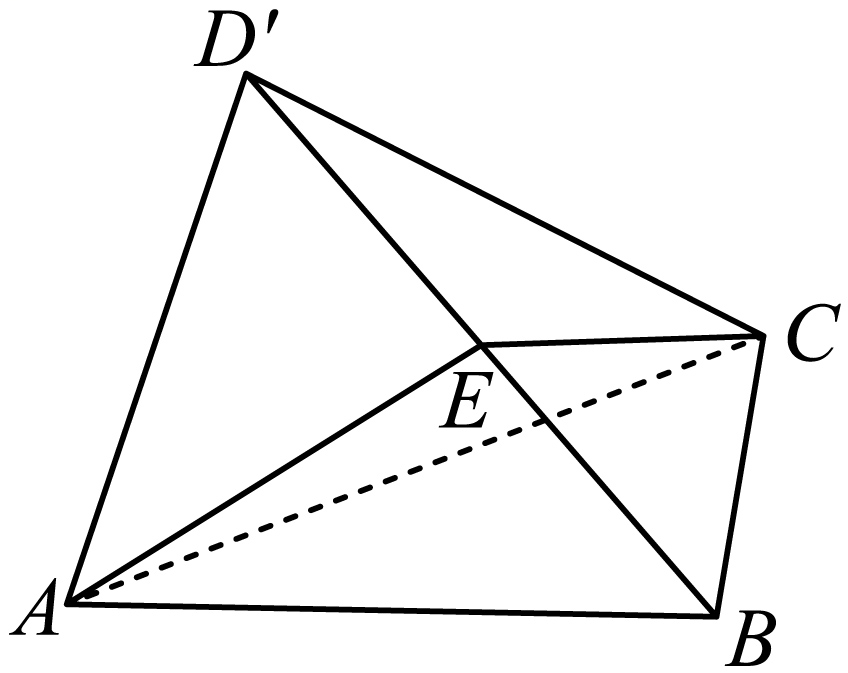
，

所以，

所以，即点*O*到平面的距离为；

【小问2详解】

取的中点，连接，



因为，

所以，

所以为二面角的平面角，所以，

由题可知，

在中，，，

，

所以，

所以，

所以.

22. 已知椭圆*C*：与椭圆的离心率相同，为椭圆*C*上一点.

(1)求椭圆*C*的方程.

(2)若过点的直线*l*与椭圆*C*相交于*A*，*B*两点，试问以*AB*为直径的圆是否经过定点？若存在，求出的坐标；若不存在，请说明理由.

【答案】(1)

(2)存在的坐标为，理由见解析

【解析】

【分析】(1)先求出椭圆的离心率为，由此得到，将点的坐标代入椭圆，得到，再代入，解得，，则可得结果；

(2)先用两个特殊圆求出交点，再猜想以*AB*为直径的圆经过定点，再证明猜想，设直线，并与联立，利用韦达定理得到，，进一步得到，，利用，，，证明即可.

【小问1详解】

在椭圆中，，，，离心率，

在椭圆*C*：中，，

所以，化简得，

因为在椭圆*C*：上，

所以，所以，所以，，

所以椭圆.

【小问2详解】

当直线的斜率为0时，线段是椭圆的短轴，以*AB*为直径的圆的方程为，

当直线的斜率不存在时，直线的方程为，代入，得，以*AB*为直径的圆的方程为，

联立，解得，

由此猜想存在，使得以*AB*为直径的圆是经过定点，

证明如下：

当直线的斜率不为0且斜率存在时，设直线，

联立，消去并整理得，

，

设、，

则，，

则，



，

因为





，

所以，所以点在以为直径的圆上，

综上所述：以*AB*为直径的圆是经过定点.

【点睛】方法点睛：利用韦达定理法解决直线与圆锥曲线相交问题的基本步骤如下：

(1)设直线方程，设交点坐标为；

(2)联立直线与圆锥曲线的方程，得到关于(或)的一元二次方程，必要时计算；

(3)列出韦达定理；

(4)将所求问题或题中的关系转化为、(或、)的形式；

(5)代入韦达定理求解.