## 2024 届高三期初学业质量监测试卷

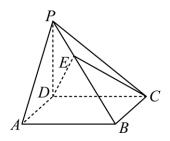
## 数学

一、选择题:本大题共	8小题,每小题5分,	共 40 分.在每小题给出的	的四个选项中,只有一项是符合		
题目要求的.					
1. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , 集合 $M = \{1, 5\}$ , $N = \{3, 5\}$ , 则 $M \cup C_U N$ ( )					
A. {1}		B. {1,2,4}			
C. {2,4,5}		D. {1,2,4,5}			
2. 设 $z = \frac{2 - 4i^3}{1 + i}$ , 则 $z$ 的	]共轭复数为(  )				
A. 3-i		B. 3+i			
C. $-1-3i$		D. $-1+3i$			
3. 己知 $a^x = 2$ , $a^y = 3$ , $x + y = 1$ , 则 $a = ($					
A. 5	B. 6	C. 8	D. 9		
4. 已知声强级(单位:分贝) $L=10\lg\frac{I}{I_0}$ ,其中常数 $I_0\left(I_0>0\right)$ 是能够引起听觉的最弱的声强, $I$ 是实际声强.当					
声强级降低1分贝时,实	际声强是原来的()				
A. $\frac{1}{10}$ 倍	B. 10 <sup>10</sup> 倍	C. 10 <sup>-10</sup> 倍	D. 10 <sup>-1</sup> 倍		
5. 为了得到函数 $y = 3 \sin x$	12x 的图象,只要将函数 $y$	$=3\sin(2x-1)$ 的图象 (	)		
A. 向左平移1个单位长度		B. 向左平移 $\frac{1}{2}$ 个单位长度			
C. 向右平移 1 个单位长度		D. 向右平移 $\frac{1}{2}$ 个单位长度			
6. 设函数 $f(x) = \ln(2ax - x^2)$ 在区间 $(3,4)$ 上单调递减,则 $a$ 的取值范围是(  )					
A. $\left(-\infty,3\right)$	B. $\left(-\infty,3\right]$	C. (2,3]	D. [2,3]		
7. 设 $a = \sqrt{2}$ , $b = \log_2 3$ , $c = \log_9 10$ , 则 ( )					
A. $a > b > c$	B. $a > c > b$	C. $b > a > c$	D. $b > c > a$		
8. 已知某圆柱的上、下底面圆周分别在同一圆锥的侧面和底面上,则圆柱与圆锥的体积比的最大值为(					
A. $\frac{2}{9}$	B. $\frac{3}{8}$	C. $\frac{4}{9}$	D. $\frac{1}{2}$		

二、选择题:本大题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分.

9. 若 <i>a</i> < <i>b</i> < 0,则(  )	
$A. ab^2 < a^2b$	B. $2^a < 2^b < 1$
C. $ a-b  < ab$	D. $\lg a^2 > \lg b^2$
10. 下列区间上,函数 $y = \ln  x  - x + 2\sin x$ 有零点	的是(  )
A. $(-2,-1)$	в. (-1,0)
C. (0,1)	D. (1,3)
11. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$ ,则 $f(x)$ 为奇函	数的必要不充分条件是(  )
A. f(0) = 0	B. $y = f(-x) + f(x)$ 为奇函数
C. 存在无数个 $x$ , $f(-x) = -f(x)$	D. $y = \frac{f(x)}{x}$ 为偶函数
12. 已知定义在 <b>R</b> 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y)=f$	f(x)f(y),则下列结论正确的是(  )
A. f(0) = 1	
$B. f(x) \ge 0$	
C. 若 $f(m+n) > 1$ ,则 $f(m) + f(n) > 2$	
D. 若对任意的实数 $m$ , $f(2^m)>1$ , 则 $f(x)$ 是单	<b>凋增函数</b>
三、填空题:本大题共4小题,每小题5分,	共 20 分.
13. 设命题 $P: \exists x \in \mathbb{R}, \ ax^2 - x + 1 \le 0$ .写出一个字	实数 $a =,$ 使得 $p$ 为真命题.
14. 某单位建造一个长方体无盖水池, 其容积为 48m	n <sup>3</sup> ,深 3m.若池底每平米的造价为 150 元,池壁每平米的造价为
120元,则最低总造价为元.	
15. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 同时满足下列三个	条件:
① $f(x)$ 为奇函数; ②当 $0 \le x \le 2$ 时, $f(x) = x^3 - 3$	$f(x)$ , $3 \stackrel{\text{def}}{=} x \ge 0$ $\text{ prior } f(x+2) = f(x) + 2$ .
则函数 $y = f(x) - \ln  x $ 的零点的个数为	<u>.</u>
16. 若函数 $f(x) = \begin{cases} 1-ax, x > a \\  x-2a -3, x \le a \end{cases}$ , 存在最值,	则实数 a 的取值范围是
四、解答题:本大题共6小题,共70分.解答	应写出文字说明、证明过程或演算步骤.
17. 如图, 在四棱锥 <i>P-ABCD</i> 中, 底面 <i>ABCD</i>	为正方形, $PD$ 上平面 $ABCD$ , $PD = AD = 3$ ,点 $E$ 满足

 $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{EP}$ , 点 F 为棱 PA 与平面 CDE 的交点.



- (1) 证明: AB // EF;
- (2) 求直线 BF 与平面 CDE 所成角的正弦值.

18. 记  $\triangle ABC$  的内角 A、 B、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c ,且 c=2b .点 D 在 BC 上,且 AD 为  $\angle BAC$  的平分线, AD=1 .

- (1) 若  $/BAC = 60^{\circ}$ , 求a;
- (2) 若 $\angle ADB = 120^{\circ}$ , 求 $\triangle ABC$ 的面积.
- 19. 如图,一个各项均为正数的数表中,每一行从左至右均是等差数列,每一列从上至下均是等比数列,且公比相等,记第 $\mathbf{i}$  行第  $\mathbf{j}$  列的数为  $a_{(i,j)}$  .

1			
	6		
		20	
•••			

## (1) 求 $a_{(4,4)}$ ;

(2) 记 $b_n = a_{(n,n)}$ , 求数列 $\{b_n\}$ 的前n项的和 $S_n$ .

20. 现有甲、乙两个盒子,甲盒中有 3 个红球和 1 个白球,乙盒中有 2 个红球和 2 个白球,所有的球除颜色外都相同.某人随机选择一个盒子,并从中随机摸出 2 个球观察颜色后放回,此过程为一次试验.重复以上试验,直到某次试验中摸出 2 个红球时,停止试验.

- (1) 求一次试验中摸出2个红球的概率;
- (2) 在 3 次试验后恰好停止试验的条件下, 求累计摸到 2 个红球的概率.
- 21. 在直角坐标系 xOy 中,点 P 到点  $F\left(\sqrt{3},0\right)$  的距离与到直线  $l: x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$  的距离之比为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  ,记动点 P 的轨迹为W .
- (1) 求W的方程;

- (2)过W上两点A,B作斜率均为 $-\frac{1}{2}$ 的两条直线,与W的另两个交点分别为C,D.若直线AB,CD的斜率分别为 $k_1$ , $k_2$ ,证明:  $k_1k_2$ 为定值.
- 22. 已知函数  $f(x) = a^x \ln x 2(a > 0, a \neq 1)$ .
- (1) 若y = f(x)在x = 1处的切线在y轴上的截距为-1,求a;
- (2) 若f(x)不是单调函数,证明:a>1,且 $f(x)>\ln(\ln a)$ .