**南京师大附中2022-2023学年度第1学期**

**高一年级期末考试数学试卷**

**一､单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请把答案直接填写在答题卡相应位置上**

1. 已知，则( )

A.  B. 

C.  D. 

2. 已知，则( )

A.  B. 

C.  D. 

3. 设为实数，且，则“”是“的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 函数的零点所在的大致区间为( )

A.  B.  C.  D. 

5. 已知，则的值是( )

A.  B.  C.  D. 

6. 将函数的图象向右平移个单位长度，在纵坐标不变的情况下，再把平移后的函数图象上每个点的横坐标变为原来的2倍，得到函数的图象，则函数所具有的性质是( )

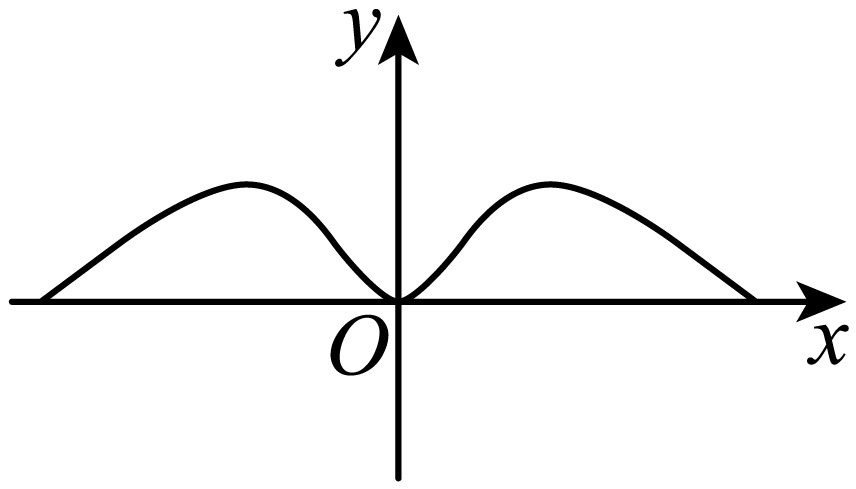
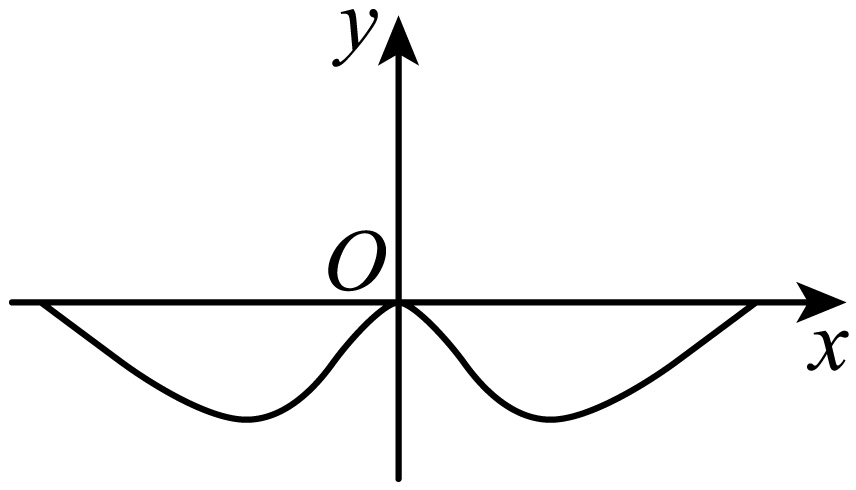
A. 图象关于直线对称

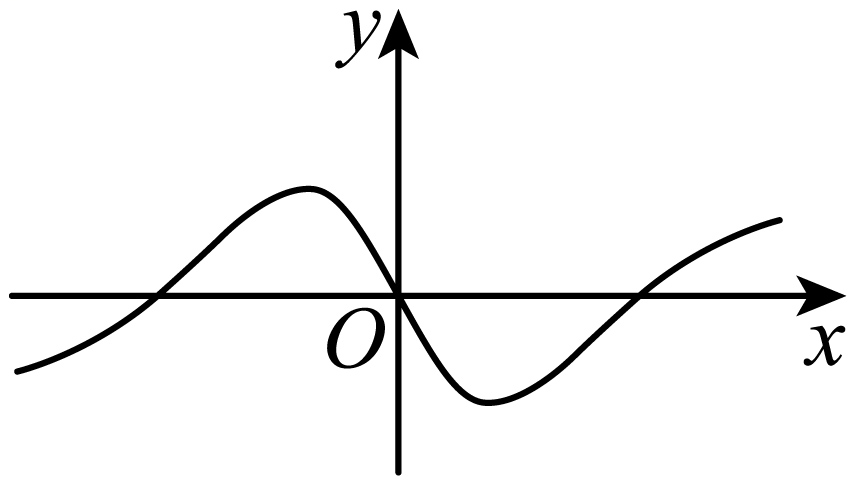
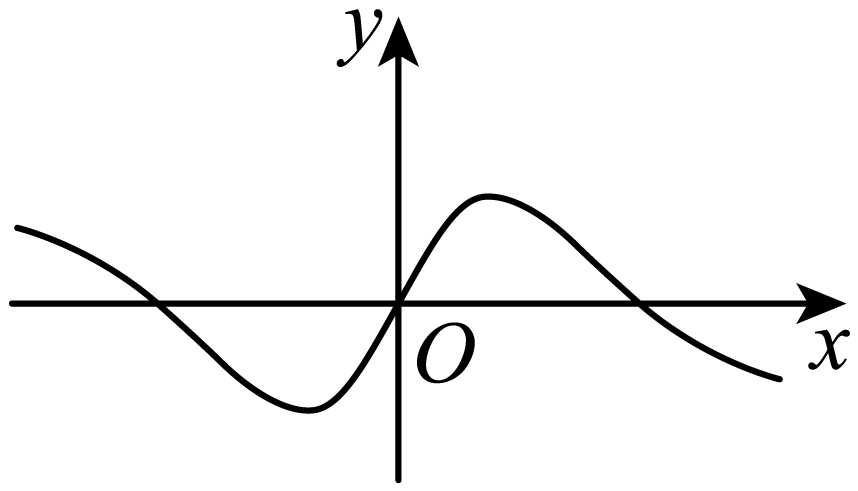
B. 图象关于点成中心对称

C. 的一个单调递增区间为

D. 曲线与直线所有交点中，相邻交点距离的最小值为

7. 函数的图象大致为( )

A.  B. 

C.  D. 

8. 高斯是德国著名的数学家，近代数学奠基者之一，用其名字命名的“高斯函数”为：设，用表示不超过的最大整数，则称为高斯函数.例如：.已知函数，则函数的值域是( )

A.  B.  C.  D. 

**二､多项选择题：(本大题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对得5分，部分选对得2分，不选或有选错的得0分)**

9. 下列说法正确的是( )

A. 若为正整数，则

B. 若，则

C. 

D. 若，则

10. 设为实数，已知关于的方程，则下列说法正确的是( )

A. 当时，方程的两个实数根之和为0

B. 方程无实数根的一个必要条件是

C. 方程有两个不相等的正根的充要条件是

D. 方程有一个正根和一个负根的充要条件是

11. 设，已知，则下列说法正确的是( )

A. 有最小值 B. 没有最大值

C. 有最大值为 D. 有最小值为

12. 设为正实数，为实数，已知函数，则下列结论正确的是( )

A. 若函数的最大值为2，则

B. 若对于任意的，都有成立，则

C. 当时，若在区间上单调递增，则的取值范围是

D. 当时，若对于任意的，函数在区间上至少有两个零点，则的取值范围是

**三､填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分，请把答案直接填写在答题卡相应位置上**

13. 命题“”的否定是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14. 已知，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

15. 设函数，则满足的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

16. 已知函数是定义在上不恒为零的偶函数，且对于任意实数都有成立，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**三､解答题：本大题共6小题，共70分，请把答案填写在答题卡相应位置上**

17. 设，已知集合.

(1)当时，求；

(2)若“”是“”必要条件，求的取值范围.

18. 设，计算下列各式的值：

(1)；

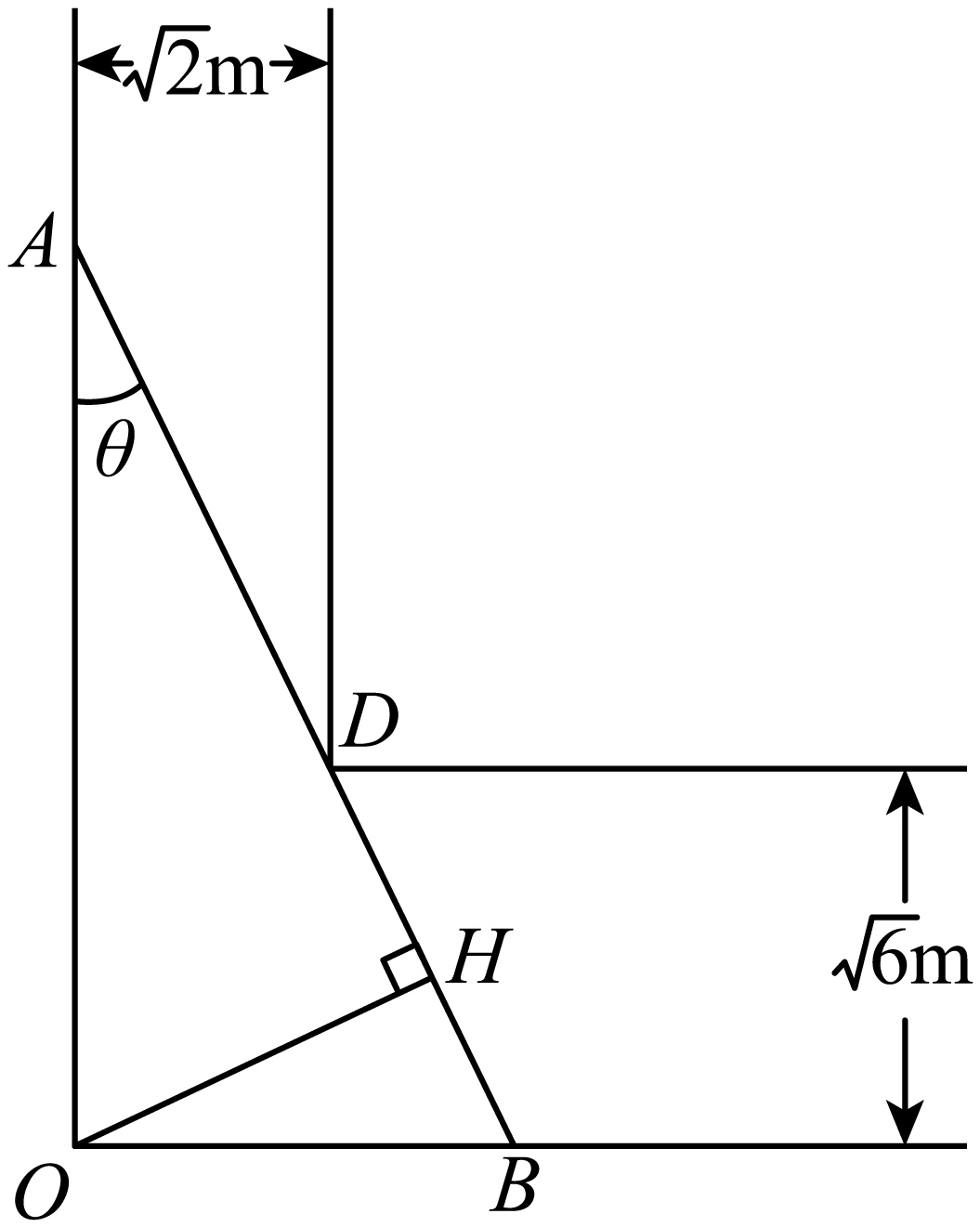
(2).

19. 设函数和的定义域为，若是偶函数，是奇函数，且.

(1)求函数和的解析式；

(2)判断在上的单调性，并给出证明.

20. 如图所示，有一条“*L*”形河道，其中上方河道宽，右侧河道宽，河道均足够长.现过点修建一条长为栈道，开辟出直角三角形区域(图中)养殖观赏鱼，且.点在线段上，且.线段将养殖区域分为两部分，其中上方养殖金鱼，下方养殖锦鲤.



(1)当养殖观赏鱼的面积最小时，求的长度；

(2)若游客可以在河岸与栈道上投喂金鱼，在栈道上投喂锦鲤，且希望投喂锦鲤的道路长度与投喂金鱼的道路长度之比不小于，求的取值范围.

21. 设为实数，已知函数，.

(1)若函数和的定义域为，记的最小值为，的最小值为.当时，求的取值范围；

(2)设为正实数，当恒成立时，关于的方程是否存在实数解？若存在，求出此方程的解；若不存在，请说明理由.

22 设，函数.

(1)讨论函数的零点个数；

(2)若函数有两个零点，求证：.