**高一年级学情检测数学试题**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的**

1. 若全集,则

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【详解】,故选B.

2. 函数的定义域为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】由可解得结果.

【详解】由函数有意义，得解得，

所以函数的定义域为.

故选：B

3. 若函数是定义在**R**上的奇函数，当时，，则( )

A.  B.  C. 5 D. 7

【答案】C

【解析】

【分析】求出时的解析式后，代入可求出结果.

【详解】因为为奇函数，且当时，，

所以当时，，

所以.

故选：C

4. 已知，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据诱导公式可求出结果.

【详解】.

故选：A

5. 若，，，则下列关系式正确的为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】利用对数函数和指数函数的单调性可比较出大小.

【详解】，

，

，

所以.

故选：D

6. 已知函数为幂函数，若函数，则的零点所在区间为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】利用幂函数的定义求出，再根据零点存在性定理可得答案.

【详解】因为函数为幂函数，所以，得，

所以，，

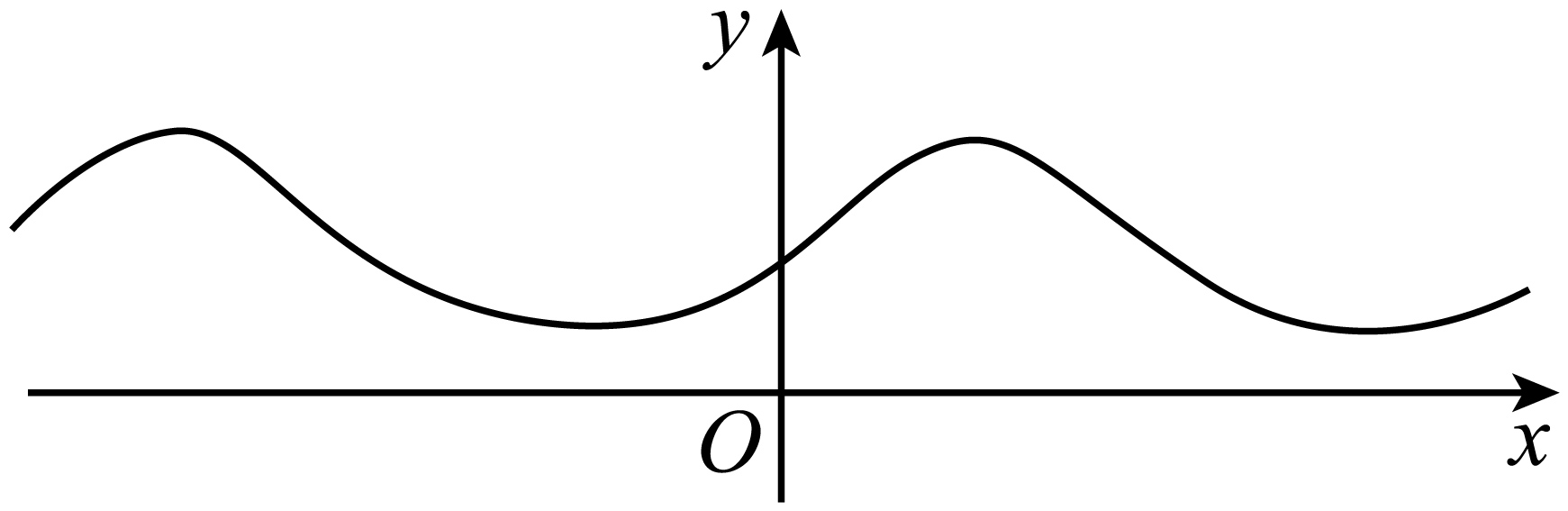
因为，，，

，且在上为增函数，

所以在上有唯一零点.

故选：C

7. 已知函数的图像如图所示，则的解析式可能是( )



A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据为偶函数，可排除B和D，根据在上为增函数，排除C.

【详解】对于B和D，因为为偶函数，所以和都是偶函数，它们的图象都关于轴对称，故B和D都不正确；

对于C，由于在上为增函数，且，所以在上为减函数，由图可知，C不正确；

故只有A可能正确.

故选：A

8. 设函数是定义在**R**上的奇函数，满足，若，，则实数*t*的取值范围是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据为奇函数，推出是周期函数，周期为，利用周期得，根据推出，再利用单位圆可求出结果.

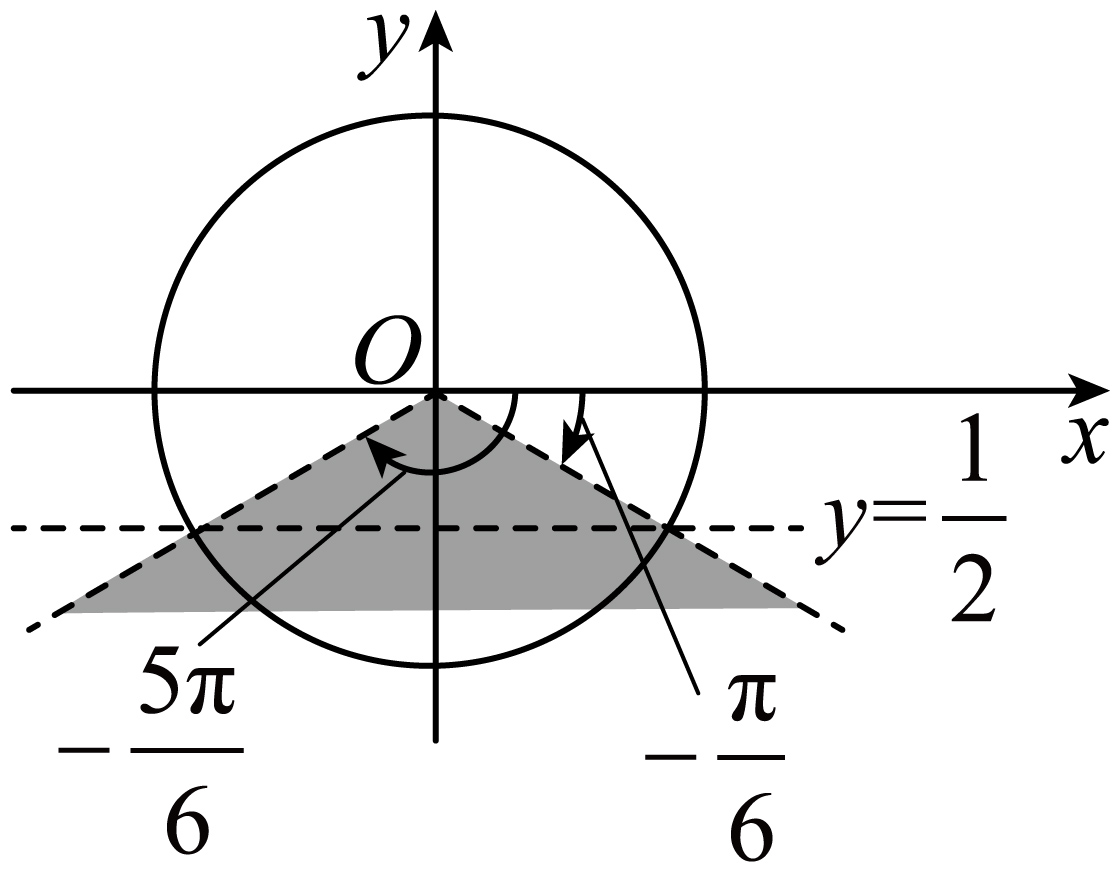
【详解】因为为奇函数，所以，所以，

又因为，所以，，

所以是周期函数，周期为，

所以，

因为，所以，即，，



根据单位圆中三角函数线可得：，，

故选：D

**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 已知函数，下列说法正确的是( )

A. 为偶函数 B. 

C. 的最大值为1 D. 的最小正周期为

【答案】BCD

【解析】

【分析】根据正弦函数的奇偶性、最值和周期性可得答案.

【详解】因为，所以，所以为奇函数，故A不正确；

因为，，所以，故B正确；

因为的最大值为，故C正确；

因为的最小正周期为，故D正确.

故选：BCD

10. 若，则下列不等式成立的是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】ACD

【解析】

【分析】由不等式性质可以判断A正确，B错误，利用指数函数和对数函数的单调性可以判断CD正确.

【详解】因为，所以，故A正确；

因为，利用不等式同号反序性可得，故B错误；

因为在**R**上单调递增，，所以，故C正确；

因为在上单调递增，，所以，故D正确；

故选：ACD.

11. 若函数有且仅有3个零点，则实数*m*的值可能是( )

A.  B.  C. 10 D. 11

【答案】AC

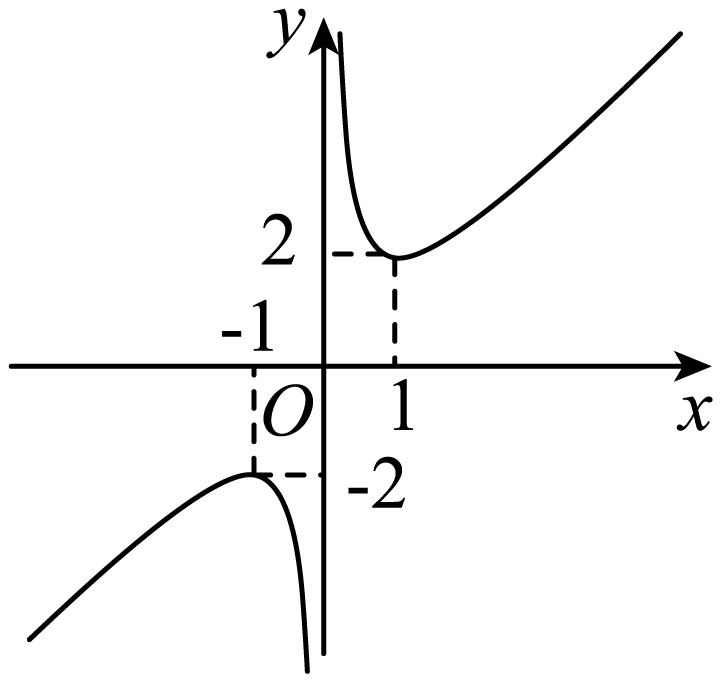
【解析】

【分析】令，则，将有且仅有3个零点，结合的图象转化为必有1个值等于2或者等于，另一个值大于2或者小于，可得答案.

【详解】令，得，

令，则，

因为有且仅有3个零点，由的图象可知，



必有1个值等于2或者等于，另一个值大于2或者小于，

当时， 由得，得；

此时由，得或，

由得，由，得，

所以有且仅有3个零点，符合题意；

当时，由得，得，

此时由得或，

由，得，由得，

所以有且仅有3个零点，符合题意；

综上所述：或.

故选：AC

12. 已知函数的定义域为，且函数图象连续不间断，假如存在正实数，使得对于任意的，恒成立，称函数满足性质.则下列说法正确的是( )

A. 若满足性质，且，则

B. 若，则存在唯一的正数，使得函数满足性质

C. 若，则存在唯一的正数，使得函数满足性质

D. 若函数满足性质，则函数必存在零点

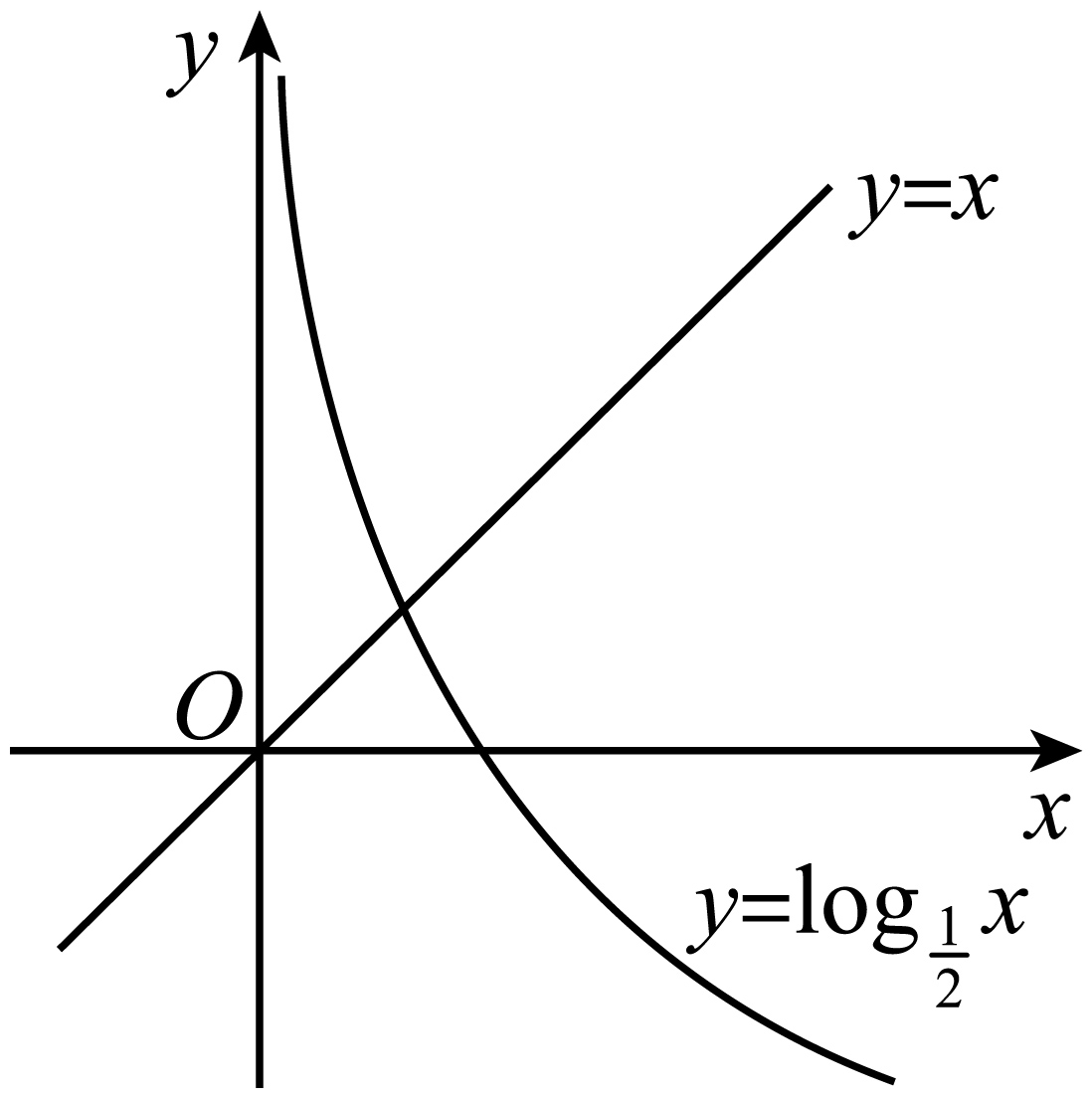
【答案】ABD

【解析】

【分析】计算得到，正确；确定，画出函数图像知B正确；取特殊值得到不恒成立，C错误；考虑，，三种情况，根据零点存在定理得到答案.

【详解】对选项A：，，，则，正确；

对选项B：，即，即，根据图像知方程有唯一正数解，正确；



对选项C：，即，取得到，取得到，方程组无解，故等式不恒成立，错误；

对选项D：若，则1即为的零点；若，则，

，可得，，

，故当趋近正无穷时，趋近正无穷，所以存在零点；

若，则由， 可得，

由， 可得，

，，

当趋近正无穷时，趋近负无穷，所以存在零点.

综上所述：存在零点，正确.

故选：ABD

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 在平面直角坐标系中，角的顶点与坐标原点重合，始边与*x*轴的非负半轴重合，终边上有一点，则的值为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据三角函数的定义可求出结果.

【详解】依题意得，，所以，

所以.

故答案为：.

14. 已知一个扇形的周长为10，弧长为6，那么该扇形的面积是\_\_\_\_\_\_.

【答案】6

【解析】

【分析】根据周长和弧长求出半径，再根据面积公式可求出结果.

【详解】设该扇形的弧长为，半径为，周长为，面积为，

则，，所以，

则.

故答案为：.

15. 已知函数，则的值为\_\_\_\_\_\_.

【答案】5

【解析】

【分析】利用分段函数解析式代入求值即可.

【详解】函数，，.

故答案为：5

16. 已知函数定义域为，，对任意的，当时，有(e是自然对数的底).若，则实数*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】将变形为，由此设函数，说明其在上单调递减，将化为，即，利用函数单调性即可求得答案.

【详解】由题意当时，有，即，

即，

故令，则当时，，

则在上单调递减，

由于，而，

即有，即，

所以 ，

即实数*a*的取值范围是，

故答案为：

【点睛】关键点点睛：解答本题的关键在于根据，变形为，从而构造函数，并说明其为单调减函数，由此可解决问题.

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 已知集合或，.

(1)当时，求；

(2)若“”是“”成立的必要不充分条件，求*a*的取值范围.

【答案】(1)或；

(2).

【解析】

【分析】(1)化简，根据并集的概念可求出结果；

(2)转化为是的真子集，再根据真子集关系列式可求出结果.

【小问1详解】

当时，或，

由，得，所以，

所以或.

【小问2详解】

若“”是“”成立的必要不充分条件，则是的真子集，

故，解得.

18. 设函数，且方程有两个实数根为，.

(1)求的解析式；

(2)若，求的最小值及取得最小值时*x*的值.

【答案】(1)

(2)，

【解析】

【分析】(1)将化为一元二次方程，根据韦达定理列式求出可得结果；

(2)根据基本不等式可求出结果.

【小问1详解】

由，得.化简得：.

因为，是上述方程的两个根，

由韦达定理可得：，解得：，

所以.

【小问2详解】

当时，，

当且仅当，即时，等号成立.

所以的最小值为，此时.

19. 已知二次函数.

(1)当时，解不等式；

(2)若在区间上单调递减，求实数*a*的取值范围.

【答案】(1)或

(2)或

【解析】

【分析】(1)根据二次函数转化为不含参数的一元二次不等式直接求解即可；

(2)利用二次函数的单调性分类讨论即可求得实数*a*的取值范围.

【小问1详解】

解：当时，

此时不等式，即，解得：或

所以不等式的解集为或；

【小问2详解】

解：若在区间上单调递减

因为的对称轴为，

当时，开口向下，且

此时在区间上单调递减.

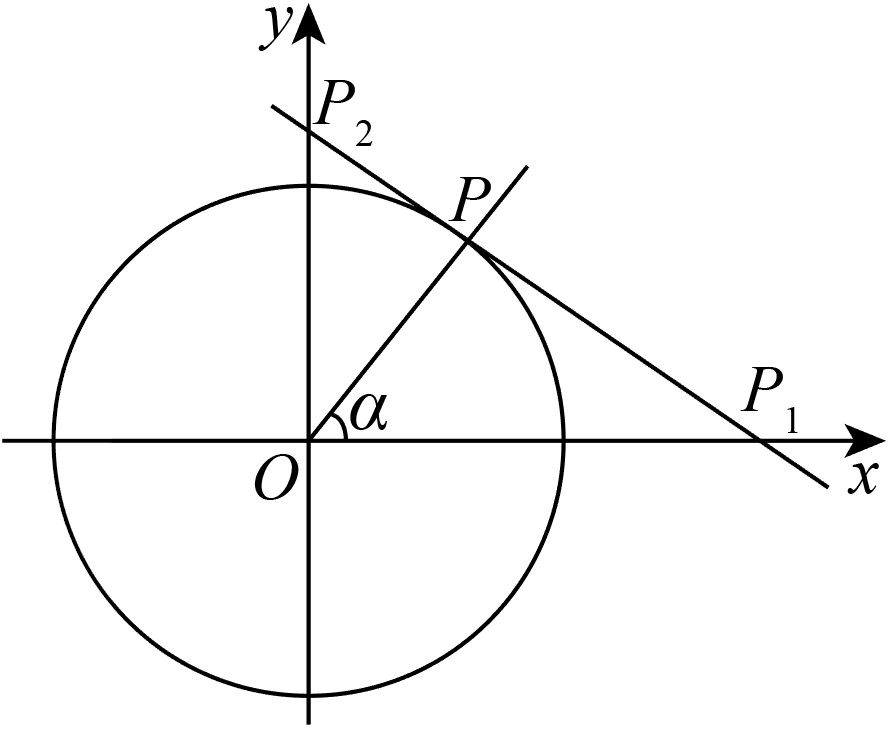
所以；

当时，开口向上，且

故.所以；

综上所述，实数*a*的取值范围为或.

20. 如图，在平面直角坐标系中，锐角的始边与*x*轴的非负半轴重合，终边与单位圆(圆心在原点，半径为1)交于点*P*.过点*P*作圆*O*的切线，分别交*x*轴、*y*轴于点与.



(1)若的面积为2，求的值；

(2)求的最小值.

【答案】(1)

(2)16

【解析】

【分析】(1)由题意求出与，根据的面积为2，结合三角函数同角的三角函数关系，即可求得答案;

(2)结合(1)可表示出，利用基本不等式即可求得答案.

【小问1详解】

由题意得为锐角，故*P*在第一象限，则在轴正半轴上，

由题意可知，故,故，

,故，则，

由的面积为2，得，即.

所以，

又，故，

即，解得；

【小问2详解】

由题意是锐角，则，



，

当且仅当，即，时取等号，

所以的最小值为16.

21. La'eeb是2022年卡塔尔世界杯足球赛吉祥物，该吉祥物具有非常鲜明的民族特征，阿拉伯语意为“高超的球员”，某中国企业可以生产世界杯吉祥物La'eeb，根据市场调查与预测，投资成本*x*(千万)与利润*y*(千万)的关系如下表

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x*(千万) | … | 2 | … | 4 | … | 12 | … |
| *y*(千万) | … | 0.4 | … | 0.8 | … | 12.8 | … |

当投资成本*x*不高于12(千万)时，利润*y*(千万)与投资成本*x*(千万)的关系有两个函数模型与可供选择.

(1)当投资成本*x*不高于12(千万)时，选出你认为最符合实际的函数模型，并求出相应的函数解析式；

(2)当投资成本*x*高于12(千万)时，利润*y*(千万)与投资成本工(千万)满足关系，结合第(1)问的结果，要想获得不少于一个亿的利润，投资成本*x*(千万)应该控制在什么范围.(结果保留到小数点后一位)

(参考数据：)

【答案】(1)最符合实际的函数模型为

(2)

【解析】

【分析】(1)将点与分别代入两函数模型，求得解析式，计算时的函数值，比较可得结论，从而确定函数模型；

(2)由题意可得利润*y*与投资成本*x*满足关系，分段接不等式，即可求得答案.

【小问1详解】

最符合实际的函数模型是.

若选函数模型，

将点与代入得，解得，

所以，

当时，.

若选函数模型，

将点与代入得，解得，

所以，

当时，，

综上可得，最符合实际的函数模型为.

【小问2详解】

由题意可知：

利润*y*与投资成本*x*满足关系,

要获得不少于一个亿的利润，即,

当时，，即，即

因，所以.

又因，所以.

当时，，解得，

又因为，所以，

综上可得，

故要想获得不少于一个亿的利润，投资成本*x*(千万)的范围是.

22. 已知函数是奇函数.(e是自然对数的底)

(1)求实数*k*的值；

(2)若时，关于*x*的不等式恒成立，求实数*m*的取值范围；

(3)设，对任意实数，若以*a*，*b*，*c*为长度的线段可以构成三角形时，均有以，，为长度的线段也能构成三角形，求实数*n*的最大值.

【答案】(1)

(2)

(3)

【解析】

【分析】(1)根据求出，再检验的奇偶性；

(2)若，将关于*x*的不等式恒成立，转化为恒成立，利用基本不等式得，从而可得；

(3)化简，设，得，且，根据题意得恒成立，根据基本不等式得，由求出的最大值即为的最大值.

【小问1详解】

因为是奇函数，且定义域为**R**，所以，

即，解得.经检验，此时是奇函数

所以.

【小问2详解】

由(1)知，

由时，恒成立，得，

因为，所以，

设，

因，当且仅当时，等号成立，又，所以，

故，

所以.

【小问3详解】

由题意得：

不妨设，

以*a*，*b*，*c*为长度的线段可以构成三角形，即，且，

以，，为长度的线段也能构成三角形，则恒成立，得恒成立，

因为，仅当*a*=*b*时前一个等号成立，

所以，即，于是*n*的最大值为.