**2022—2023学年青岛市教学质量检测高一数学**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知集合，则下列说法正确的是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】求出集合*A*，然后根据元素与集合，集合与集合的关系即得..

【详解】，

，，，，

所以ABD错误，C正确.

故选：C.

2. 的一个充分不必要条件是( )

A. 或 B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据分式的性质，结合充分不必要条件的定义进行求解即可.

【详解】由，得或，

显然能推出，但不一定能推出，

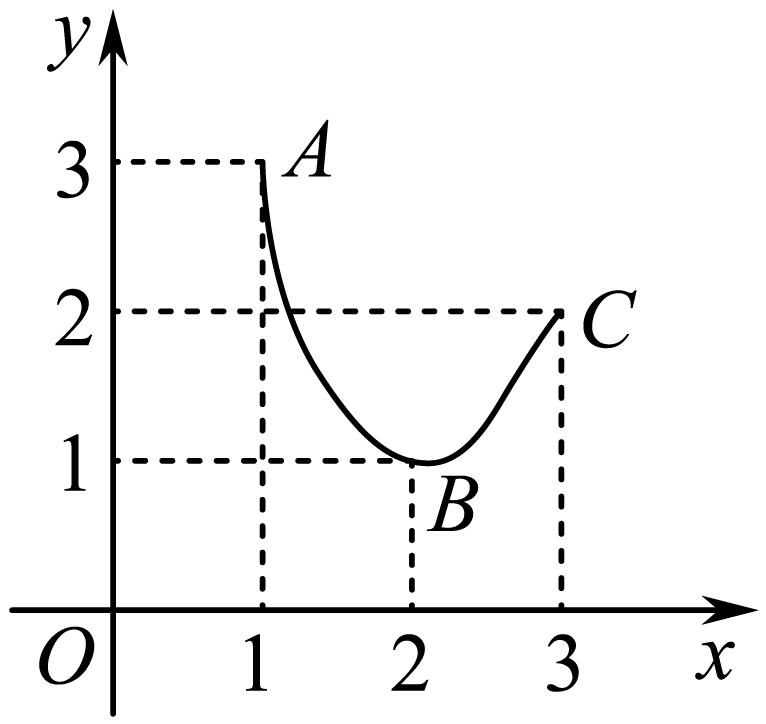
选项CD都推不出，

选项A能推出，也能推出或，

故选：B

3. 已知函数的对应关系如表所示，函数的图象是如图所示，则的值为( )

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 |
|  | 4 | 3 | －1 |



A. －1 B. 0 C. 3 D. 4

【答案】A

【解析】

【分析】根据函数图象和表格直接求解即可.

【详解】由图可知，所以，

又由表可知，

所以．

故选：A

4. 已知函数是幂函数，且在上单调递增，则( )

A. 3 B. －1 C. 1或－3 D. －1或3

【答案】A

【解析】

【分析】根据幂函数的概念及性质即得.

【详解】因为是幂函数，

所以，解得或3；

又在上单调递增，

当时，，不符合题意，

当时，，符合题意，

故．

故选：A．

5. 已知函数是上的减函数，则实数的取值范围是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】由题可得函数在及时，单调递减，且，进而即得.

【详解】由题意可知：在上单调递减，即；

在上也单调递减，即；

又是上的减函数，则，

∴，

解得．

故选：C．

6. 已知偶函数*f* (*x*)在区间 单调递增，则满足的 *x* 取值范围是(　　)

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】由偶函数性质得函数在上的单调性，然后由单调性解不等式．

【详解】因为偶函数在区间上单调递增，

所以区间上单调递减，故越靠近轴，函数值越小，

因为，

所以，解得：.

故选：A．

7. 因工作需求，张先生的汽车一周需两次加同一种汽油．现张先生本周按照以下两种方案加油(两次加油时油价不一样)，甲方案：每次购买汽油的量一定；乙方案：每次加油的钱数一定．问哪种加油的方案更经济？( )

A. 甲方案 B. 乙方案 C. 一样 D. 无法确定

【答案】B

【解析】

【分析】设两次加油的油价分别为，(，且)，分别计算两种方案的平均油价，然后比较即得.

【详解】设两次加油的油价分别为，(，且)，甲方案每次加油的量为；乙方案每次加油的钱数为，

则甲方案的平均油价为：，乙方案的平均油价为：，

因为，

所以，即乙方案更经济．

故选：B．

8. 已知函数在其定义域内为偶函数，且，则( )

A. 0 B. 2021 C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】先由偶函数的性质求得，再由求得，由此得到的解析式，观察所求式子容易考虑的值，求之可解得结果.

【详解】因为是偶函数，所以，即，解得，

所以，

又因为，所以，解得，所以．

因为，

所以 ．

故选：D．

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 已知，则下列说法正确的是( )

A. 若，则 B. 若，，则

C. 若，则 D. 若，则

【答案】BC

【解析】

【分析】利用不等式的性质可判断AC，根据作差法可判断BD.

【详解】对于A选项，若，则，故A错误；

对于B选项，因为，，，所以，故B正确；

对于C选项，因为，所以，即，故C正确；

对于D选项，因为，，所以，故D错误．

故选：BC．

10. 下列结论正确的是( )

A. 若，则 B. 若，则

C. 若，则 D. 若，则

【答案】ABC

【解析】

【分析】根据基本不等式和对勾函数逐项分析判断.

【详解】对于A选项，若，则，因为(当且仅当时，等号成立)，故A正确；

对于B选项，因为(当且仅当时，等号成立)，所以B正确；

对于C选项，因为，

令，，

对，则，

，则，即，

∴函数在上单调递增，则，故C正确；

对于D选项，若，则，因为，所以(当且仅当时，等号成立)，故D错误．

故选：ABC．

11. 德国著名数学家狄利克雷是解析数学的创始人，以其名字命名的函数称为狄利克雷函数，其解析式为，则下列关于狄利克雷函数的说法错误的是( )

A. 对任意实数，

B. 既不是奇函数又不是偶函数

C. 对于任意的实数，，

D. 若，则不等式的解集为

【答案】BCD

【解析】

【分析】根据题意结合奇偶性、一元二次不等式的解法逐项分析判断.

【详解】若是有理数，则；

若是无理数，则，故A正确；

若是有理数，则也是有理数，此时；

若是无理数，则也是无理数，此时；

即为偶函数，故B错误；

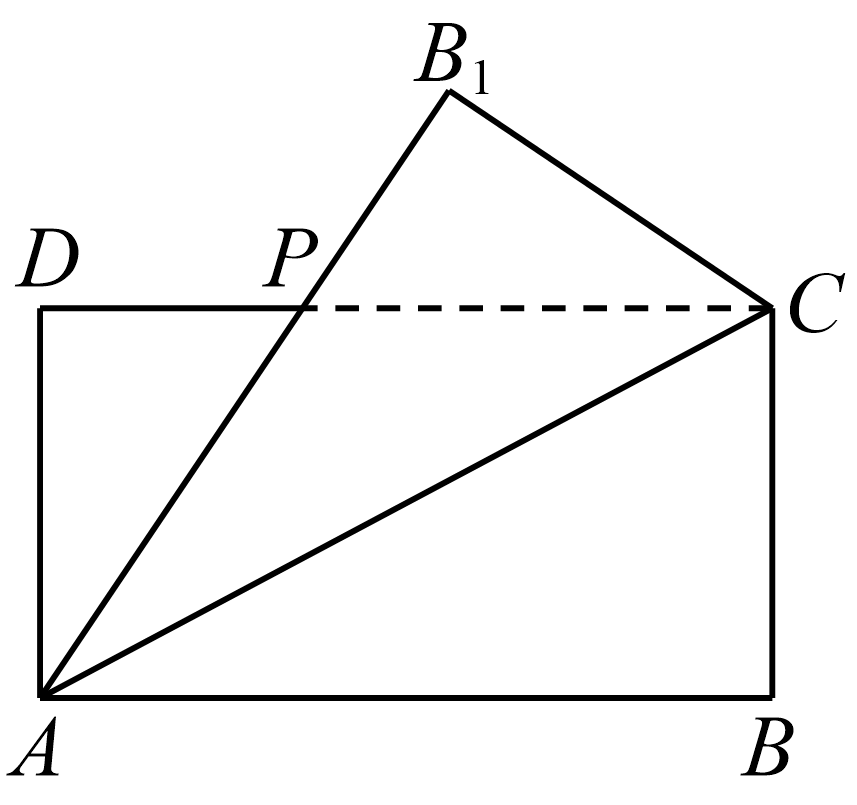
若是无理数，取，则是无理数，此时，，即，故C错误；

若是有理数，则的解集为；

若是有理数，，显然不成立，故D错误．

故选：BCD．

12. 设矩形()的周长为定值，把沿向折叠，折过去后交于点，如图，则下列说法正确的是( )



A. 矩形的面积有最大值 B. 的周长为定值

C. 的面积有最大值 D. 线段有最大值

【答案】BC

【解析】

【分析】根据基本不等式的性质，结合图形折叠的性质，结合对钩函数的性质逐一判断即可.

【详解】设，则，因为，所以．

矩形的面积，

因为，所以无最大值．故A错．

根据图形折叠可知与全等，

所以周长．故B正确．

设，则，有，即，得，，当时，取最大值．故C正确．，

因为函数在上单调递减，在上单调递增，

所以当，当时函数有最小值，无最大值．故D错误．

故选：BC．

【点睛】关键点睛：利用基本不等式的性质、对钩函数的性质是解题的关键.

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 计算：\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】7

【解析】

【分析】根据指数的运算法则计算即可.

【详解】原式．

故答案为：7.

14. 已知是一次函数，且，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】##

【解析】

【分析】根据待定系数法设，代入整理得，对比系数列式求解.

【详解】设，

因为，

则，

可知，解得，故．

故答案为：.

15. 已知，若正数，满足，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】首先判断函数的奇偶性，即可得到，再利用乘“1”法及基本不等式计算可得.

【详解】解：因为定义域为，且，所以为奇函数，

因为，所以，即，

因为，，

所以，

当且仅当，即，时取等号．

故答案为：

16. 对于区间，若函数同时满足：①在上是单调函数；②函数，的值域是，则称区间为函数的“保值”区间．(1)写出函数的一个“保值”区间为\_\_\_\_\_\_\_\_\_；(2)若函数存在“保值”区间，则实数的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】 ①. ##[0,0.5] ②. 

【解析】

【分析】(1)由条件可知在区间上是单调函数，根据的值域判断出，由此得到从而求解出的值；

(2)设存在的“保值”区间为，考虑两种情况：，，根据单调性得到关于等式，然后根据二次函数的性质即得.

【详解】(1)因为，所以的值域为，

所以，所以在上单调递增，

所以，所以，又，

解得，

所以一个“保值”区间为；

(2)设保值区间为，若，则在上为增函数，

所以，即，为方程的2个不等实根，

设，则，

所以；

若，则在上为减函数，

所以有，两式相减：，

代入得：，

所以方程有2个不等实根，，

从而有，

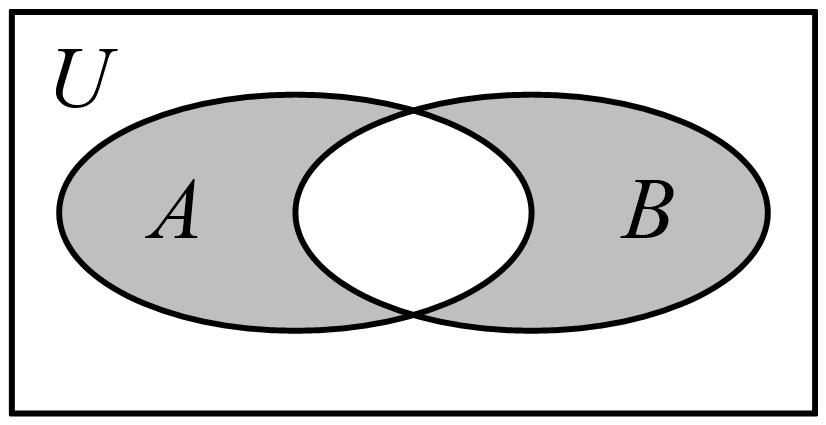
解得得；

综上所述：．

故答案：；.

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 已知，．



(1)求，；

(2)求图中阴影部分表示集合．

【答案】(1)，

(2)阴影部分表示的集合是或．

【解析】

【分析】(1)先根据一元二次不等式求解集合*B*，再根据集合的并集、交集运算求解；(2)根据题意理解可得阴影部分表示的集合是，根据补集运算求解.

【小问1详解】

由，解得：，即，

所以，；

【小问2详解】

由题意可知：阴影部分表示的集合是或．

18. 已知函数，．

(1)若函数值时，其解集为，求与的值；

(2)若关于的不等式的解集中恰有两个整数，求实数的取值范围．

【答案】(1)；

(2)或．

【解析】

【分析】(1)根据二次不等式的解法及韦达定理即得；

(2)分，，讨论，然后结合条件即得.

【小问1详解】

由题意可知的解集为，

所以，

即；

【小问2详解】

由，可得，

①当时，不等式的解集为，

若的解集中恰有两个整数解，则；

②当时，不等式的解集为，

若的解集中恰有两个整数解，；

③当时，不等式的解集为，不合题意；

综上所述，实数的取值范围是或．

19. 已知函数．

(1)根据函数单调性的定义证明在区间上单调递减；

(2)若在区间上的值域为，求的取值范围．

【答案】(1)证明见解析；

(2)．

【解析】

【分析】(1)利用作差法证得，由此可证得在区间上单调递减；

(2)先求得双勾函数与时的取值，结合图像，可知区间的子集与全集情况，由此求得的取值范围．

【小问1详解】

任取，不妨设，

因为，

因为，所以，，，所以，

所以，即，

所以在区间上单调递减．

【小问2详解】

当时，(当且仅当时，等号成立)，所以，

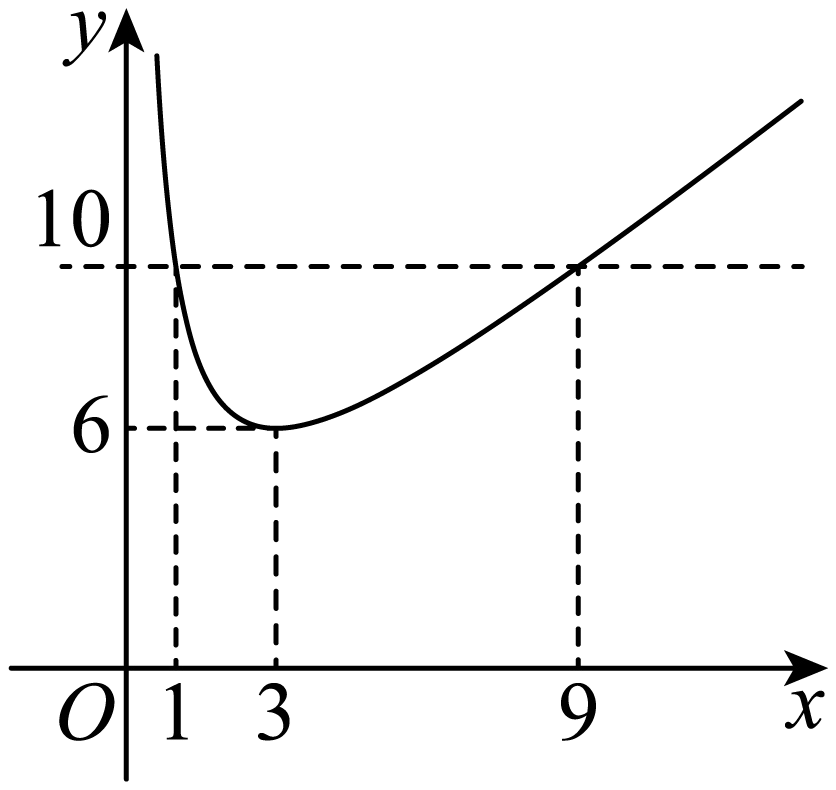
令，解得或，

结合双勾函数的图象可知，或，

所以当时，取得最小值为；

当时，的最大值为；

故的取值范围为．

.

20. 已知函数在定义域上单调递增，且对任意的都满足．

(1)判断并证明函数的奇偶性；

(2)若对所有的均成立，求实数的取值范围．

【答案】(1)函数是奇函数，证明见解析；

(2)．

【解析】

【分析】(1)利用赋值法得到，由此证得函数的奇偶性；

(2)利用函数奇偶性与单调性推得，进而得到，利用复合函数的单调性证得在上单调递增，由此求得的取值范围．

【小问1详解】

函数是奇函数．证明如下：

因为对任意的都有，

令，则，即，

令，，则，

即，

所以是奇函数．

【小问2详解】

因为，恒成立，

又因为在定义域上单调递增，

所以恒成立，

因为，所以，

所以恒成立，

因为在上单调递减， 在上单调递减，

所以复合函数在上单调递增，

故在上单调递增，即在上单调递增，

所以，

故，即．

21 某城市对居民生活用水实行“阶梯水价”，计费方法如下表所示．

|  |  |
| --- | --- |
| 每户每月用水量 | 水价 |
| 不超过的部分 | 2.5元/ |
| 超过但不超过的部分 | 6元/ |
| 超过的部分 | 9元/ |

(1)求用户每月缴纳水费(单位：元)与每月用水量(单位：)的函数关系式；

(2)随着生活水平的提高，人们对生活的品质有了更高的要求，经验表明，当居民用水量在一定范围内时，若随性用水，用水量增加，生活越方便；若时刻想着节约用水，生活也会麻烦．数据表明，人们的“幸福感指数”与缴纳水费及“生活麻烦系数”存在以下关系：(其中)，当某居民用水量在时，求该居民“幸福感指数”的最大值及此时的用水量．

【答案】(1)；

(2)的最大值为，此时用水量为．

【解析】

【分析】(1)根据已知条件，分段求解函数关系式即可；

(2)根据题意写出与的关系式，再求其最大值即可.

【小问1详解】

当时，；

当时，；

当时，；

可知与的函数关系式为．

【小问2详解】

由题意可知：当时，，

令，则，于是，

所以当，即时，取得最大值，

故居民“幸福感指数”的最大值为，此时用水量为．

22. 设，．

(1)求当，的值域；

(2)若对任意的，总存在，使得成立，求实数的取值范围．

【答案】(1)的值域为；

(2)．

【解析】

【分析】(1)根据分式型函数的单调性进行求解即可；

(2)根据绝对值的性质、二次函数的性质，结合(1)的结论、任意性和存在性的定义进行求解即可.

【小问1详解】

，

因为函数在上单调递增，

所以在上为单调递增函数．

因为，，

所以的值域为；

【小问2详解】

当时，的值域为，则依题意有：，

易知的最小值为0，所以只需要．

①当时，不合题意，故舍去．

②当时，在上为增函数，所以．

由，得：．

又因为，所以不合题意，故舍去．

③当时，

i)当时，即，此时在上为增函数．

，

，要使：，则：，

这与矛盾，故舍去．

ii)当时，即，易求：，由得：．

所以．

iii)当时，即，易求：，要使：，

，所以．

综上所述：．

【点睛】关键点睛：根据二次函数的对称轴与所给区间的位置关系以及绝对值的性质分类讨论是解题的关键.