**广州市第二中学2022学年第一学期期末考试高一数学试题**

**一、单选题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 若集合，则集合中元素的个数为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】

求得，由此判断出中元素的个数.

【详解】依题意，有个元素.

故选：D

【点睛】本小题主要考查集合并集的概念和运算，属于基础题.

2. 与角终边相同的最小正角是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】

利用终边相同的角的关系，求得与角终边相同的最小正角.

【详解】与角终边相同的最小正角为.

故选：C

【点睛】本小题主要考查终边相同的角，属于基础题.

3. 若，则的值为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】

由计算出的值，由此求得的值.

【详解】由由解得，所以.

故选：B

【点睛】本小题主要考查函数值的求法，属于基础题.

4. 已知幂函数在为单调增函数，则实数的值为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】

根据为幂函数，求得的可能取值，再由在上的单调性，求得的值.

【详解】由于为幂函数，所以，当时，在上递减，不符合题意，当时在上递增，符合题意.

故选：D

【点睛】本小题主要考查根据函数为幂函数求解析式，考查幂函数的单调性，属于基础题.

5. 若的周期为，则的值为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】

根据的周期求得，由此求得的值.

【详解】依题意，所以.

故选：D

【点睛】本小题主要考查正切函数的周期性，考查特殊角的三角函数值，属于基础题.

6. 已知实数*x*，*y*，*z*满足，，，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据指数、对数、三角函数的知识确定正确答案.

【详解】，

，

，而，所以，

所以.

故选：C

7. 已知弧长为的弧所对的圆心角为，则这条弧所在的扇形面积为( )

A.   B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】

先求得扇形的半径，由此求得扇形面积.

【详解】依题意，扇形的半径为，所以扇形面积为.

故选：C

【点睛】本小题主要考查扇形半径、面积有关计算，属于基础题.

8. 已知函数是定义在**R**上的偶函数，对于，，且，都有成立，若实数*m*满足，则*m*的取值范围是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】构造函数，根据的单调性和奇偶性化简不等式，进而求得的取值范围.

【详解】依题意，函数是定义在**R**上的偶函数，，

构造函数，则，

所以是奇函数，图象关于原点对称.

由于，，且，都有成立，

即，所以在上递减，

所以在上递减.

由，

即，，

即，

所以，

所以的取值范围是.

故选：C

**二、多选题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，选错的得0分.**

9. 下列各组函数中，表示同一函数的是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】ABD

【解析】

【分析】先判断定义域是否相同，然后对解析式化简后判断对应关系可得.

【详解】对应关系和定义域显然相同，故A正确；

B选项中，因为，所以B正确；

C选项中，的定义域为，的定义域为*R*，故C不正确；

D选项中，显然的定义域都为，又，，故D正确.

故选：ABD

10. 下列说法正确的是( )

A. “”是“”的充分不必要条件

B. “”是“”的必要不充分条件

C. “对任意一个无理数，也是无理数”是真命题

D. 命题“，”的否定是“，”

【答案】AD

【解析】

【分析】利用不等式的基本性质结合特殊值法以及充分条件、必要条件的定义可判断A选项；利用特殊值法结合充分条件、必要条件的定义可判断B选项；利用特殊值法可判断C选项；利用存在量词命题的否定可判断D选项.

【详解】对于A选项，若，则，由不等式的性质可得，即“”“”，

若，取，则，即“”“”，

故“”是“”的充分不必要条件，A对；

对于B选项，若，不妨取，，则，即“”“”，

若，取，，则，即“”“”，

所以，“”是“”的既不充分也不必要条件，B错；

对于C选项，取为无理数，则为有理数，C错；

对于D选项，命题“，”的否定是“，”，D对.

故选：AD.

11. 已知函数的最小正周期为，若*m*，，且，则下列结论正确的是( )

A. 的值为1 B. 

C. 是函数图象的一个对称中心 D. 的最大值为

【答案】ACD

【解析】

【分析】化简的解析式，根据的最小正周期求得，再结合的最值、对称中心对选项进行分析，从而确定正确答案.

【详解】，

由于的最小正周期为，

所以，A选项正确.

所以，由于，

所以，

当时，要使，则，B选项错误.

，，

所以是函数图象的一个对称中心，C选项正确.

当时，，，

由，解得，

所以，

所以的最大值为，D选项正确.

故选：ACD

12. 已知函数，其中表示不超过*x*的最大整数，下列说法正确的是( )

A. 函数为偶函数

B. 的值域为

C. 为周期函数，且最小正周期

D. 与的图像恰有一个公共点

【答案】BCD

【解析】

【分析】利用特殊值排除错误选项，证明可能正确的选项正确.

【详解】对于A，由于，

所以，所以不是偶函数，故A错；

对于B，由于为整数，的值有三种情况，所以的值域为故B正确；

对于C，由于，所以，故C正确；

对于D，由B得，令，得或，而不是公共点的横坐标. 令，得或，而，所以是两个函数图像的一个公共点. 令，得或，而，所以不是两个函数图像的一个公共点.

综上所述，两个函数图像有一个公共点，故D正确.

故选：BCD

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 已知，则关于*x*的不等式的解集是\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】将不等式的左边进行因式分解，然后比较和的大小，再利用一元二次不等式的解法即可求解.

【详解】因为关于*x*的不等式可化为：

，又因为，所以，

所以不等式的解集为，

则关于*x*的不等式的解集是，

故答案为：.

14. 的值为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据三角恒等变换的知识进行化简，从而求得正确答案.

【详解】











.

故答案为：

15. 将函数的图像向左平移个单位后得到的图像关于*y*轴对称，则*m*的最小值是\_\_\_\_\_\_.

【答案】##

【解析】

【分析】求得平移后的函数解析式，然后根据对称性求得的取值范围，进而求得的最小值.

【详解】函数的图像向左平移个单位后，

得到，其图像关于轴对称，

所以，

由于，所以最小值为.

故答案为：

16. 已知函数，，当时，关于*x*的方程解的个数为\_\_\_\_\_\_.

【答案】4

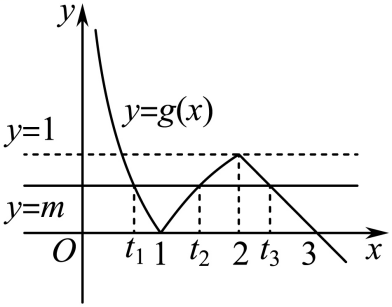
【解析】

【分析】令，得到，由的图象得到根t的分布， 再由

的图象，得到的根的个数即可.

【详解】解：令，则，化为，

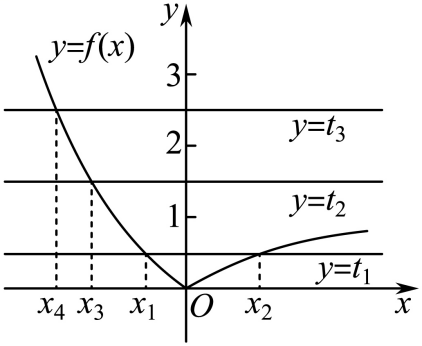
的图象如图所示：



因为，

所以有三个不同的根，其中，

函数的图象如图所示：



由图象知：有2个不同的根，有1个根，有1个根，

所以当时，关于*x*的方程解的个数为4，

故答案为：4

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17 已知集合，．

(1)当时，求；

(2)若，求*a*的取值范围．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)解一元二次不等式求得集合，由补集和并集的定义可运算求得结果；

(2)分别在和两种情况下，根据交集为空集可构造不等式求得结果.

【小问1详解】

由题意得，或，

，

.

【小问2详解】

，

当时，，符合题意，

当时，由，得，

故*a*的取值范围为．

18. 已知，

(1)求和的值

(2)若，，求的大小．

【答案】(1)，；

(2)

【解析】

【分析】(1)结合二倍角公式，商数关系即可化简求得，以及求值；

(2)条件等式由诱导公式可得，即可由和差公式求得，结合范围即可.

【小问1详解】

，

；

【小问2详解】

，

，

∵，∴.

19. 已知函数．

(1)判断在定义域内的单调性，并给出证明；

(2)求在区间内的值域．

【答案】(1)单调递减，证明见解析

(2)

【解析】

【分析】(1)利用复合函数的单调性性质，结合对数函数与反比例函数的单调性，可得答案，利用单调性的定义证明即可；

(2)根据(1)所得的函数单调性，可得其最值，可得答案.

【小问1详解】

由函数，则函数在其定义域上单调递减.

证明如下：

由函数，则，，，解得，即函数的定义域为，

取任意，设，

，

由，则，即，故，

所以，则函数在其定义域上单调递减.

【小问2详解】

由(1)可知函数在其定义域上单调递减，则函数在上，，

所以函数在上的值域为.

20. 已知函数为定义在上的奇函数.

(1)求实数*a*的值；

(2)设，当()时，函数的最小值为，求的取值范围.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)由求得的值.

(2)求得的表达式，利用换元法，结合三角函数、函数的单调性、最值等知识求得的取值范围.

【小问1详解】

由于函数是定义在上奇函数，

所以，经检验符合题意.

【小问2详解】

，

，

令，，

则，

所以是奇函数，且在上单调递增，

当时，，

要使的最小值为，则，

所以，所以.

21. 生产*A*产品需要投入年固定成本5万元，每年生产万件，需要另外投入流动成本万元，且，每件产品售价为10元，且生产的产品当年能全部售完.

(1)写出利润(万元)关于年产量(万件)的函数解析式；(年利润=年销售收入-固定成本-流动成本)

(2)年产量为多少万件时，该产品的年利润最大？最大年利润是多少？

【答案】(1)

(2)当年产量为7万件时，年利润最大，最大年利润为万元.

【解析】

【分析】(1)根据“年利润=年销售收入-固定成本-流动成本”求得.

(2)结合二次函数的性质以及基本不等式求得正确答案.

【小问1详解】

依题意，.

【小问2详解】

由(1)得，

当，所以的最大值为；

当时，，

当且仅当时等号成立，

当时，；当时，；

由于，

所以当年产量为7万件时，年利润最大，最大年利润为万元.

22. 已知函数，.

(1)若在区间上不单调，求的取值范围；

(2)已知关于*x*的方程在区间内有两个不相等的实数解，求实数的取值范围.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)结合二次函数的对称轴及其性质即可求解；

(2)令，方程在区间内有两个不相等的实数解，等价于函数在上存在两个零点，结合二次函数的实根分布讨论即可求解.

【小问1详解】

函数的对称轴为，

由在区间上不单调，

所以，解得，

所以的取值范围为.

【小问2详解】

令，

方程在区间内有两个不相等的实数解，

等价于函数在上存在两个零点，

因为，

且在处图像不间断，

当时，无零点；

当时，由于在上单调，

所以在内最多只有一个零点，

不妨设的两个零点为，，且，

若有一个零点为0，则，于是，

零点为0或1，所以满足题意，

若0不是函数的零点，则函数在上存在两个零点有以下两种情形：

(i)若，，则，

即，解得.

(ii)若，则，解得

综上所述，的取值范围为.