**南京外国语学校2022~2023学年高一(上)期中**

**数学试卷2022.11**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题3分，共24分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知*A*＝{－1，0，1，3，5}，*B*＝{*x*|2*x*－3＜0}，( )

A. {0，1} B. {－1，1，3} C. {－1，0，1} D. {3，5}

【答案】D

【解析】

【分析】求出集合*B*，然后求出即可

【详解】因为

所以

所以

故选：D.

2. 已知集合，，且有4个子集，则实数的取值范围是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】求出集合，由题意可得，且，从而可求出实数的取值范围.

【详解】，

因为有4个子集，所以集合中有2个元素，

因为，

所以，且，

所以且，

即实数的取值范围是，

故选：B.

3. 荀子曰：“故不积跬步，无以至千里；不积小流，无以成江海”，这句话是来自先秦时期的名言.此名言中的“积跬步”一定是“至千里”的( )

A. 充分条件 B. 必要条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【解析】

【分析】根据充分条件、必要条件的定义判断即可.

【详解】解：由已知设“积跬步”为命题，“至千里”为命题，

“故不积跬步，无以至千里”，即“若，则”为真命题，

其逆否命题为“若则”为真命题，反之不成立，

所以命题是命题的必要不充分条件，

故“积跬步”一定是“至千里”的必要条件；

故选：B.

4. 下列四组函数中，与不相等的是( )

A. 与

B. 与

C. 与

D. 与

【答案】D

【解析】

【分析】利用相等函数的概念，通过定义域、值域，对应关系等方面进行判断.

【详解】D项中，的定义域为解得或，的定义域为解得，定义域不相同

故选：D

5. 若，且，则的最大值为( )

A. 9 B. 18 C. 36 D. 81

【答案】A

【解析】

【分析】由基本不等式求解．

【详解】因为，，

所以，当且仅当时等号成立．

即的最大值是9．

故选：A．

6. 高德纳箭头表示法是一种用来表示很大的整数的方法，它的意义来自乘法是重复的加法，幂是重复的乘法.定义：，(从右往左计算).已知可观测宇宙中普通物质的原子总数约为，则下列各数中与最接近的是( )(参考数据：)

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据高德纳箭头表示法即可求解，进而根据对数的运算与指数的互化即可求解.

【详解】因为，故，取对数得，故，故最接近的是，

故选：C

7. 已知，，且，则的最小值为( )

A. 10 B. 9 C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】由已知，可设，，利用换底公式表示出，带入中，得到*m，n*的等量关系，然后利用“1”的代换借助基本不等式即可求解最值.

【详解】由已知，令，，

所以，，代入得：，

因为，，

所以

.

当且仅当时，即时等号成立.

的最小值为.

故选：C.

8. 已知函数，若它们同时满足：①，与中至少有一个小于0；②，则*m*取值范围是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】由①知当时，恒成立，由此可得二次函数开口方向及零点位置，由此可构造不等式组求得；由②知，，结合可确定两零点的范围，由此可得不等式求得；综合两种情况可得最终结果.

【详解】对于①，当时，成立，

只需当时，恒成立即可，

，解得：；

对于②，当时，，

则只需，即可；

令，解得：，；

由①得：，，，

若，，

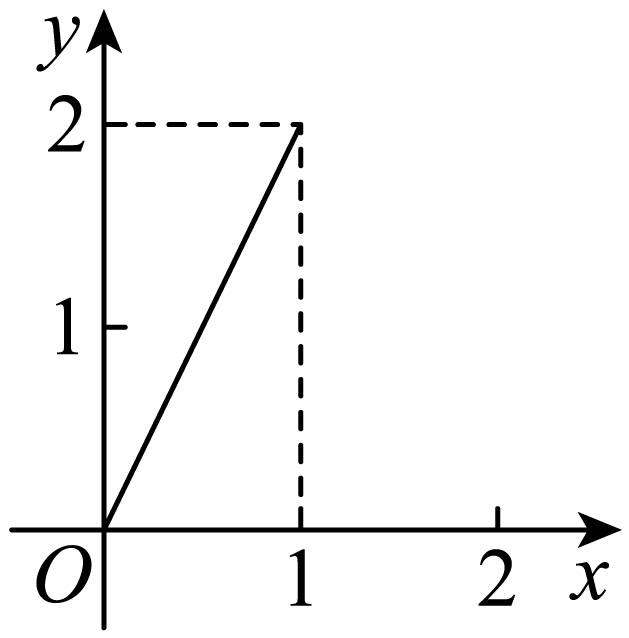
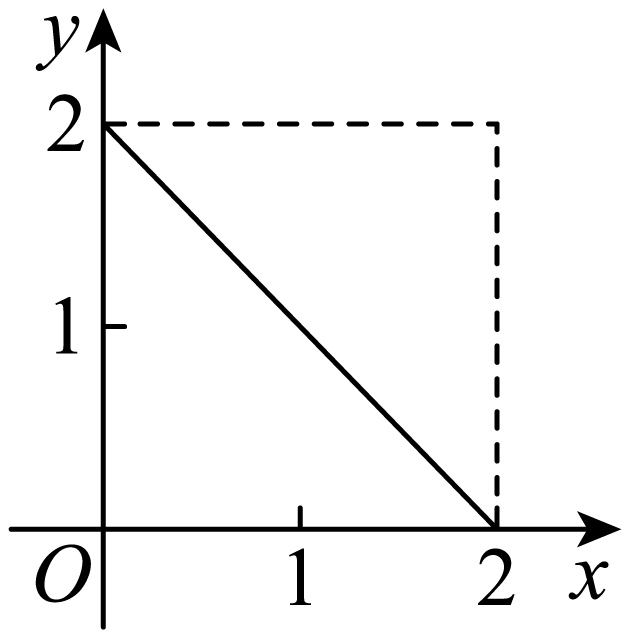
则只需，解得：；

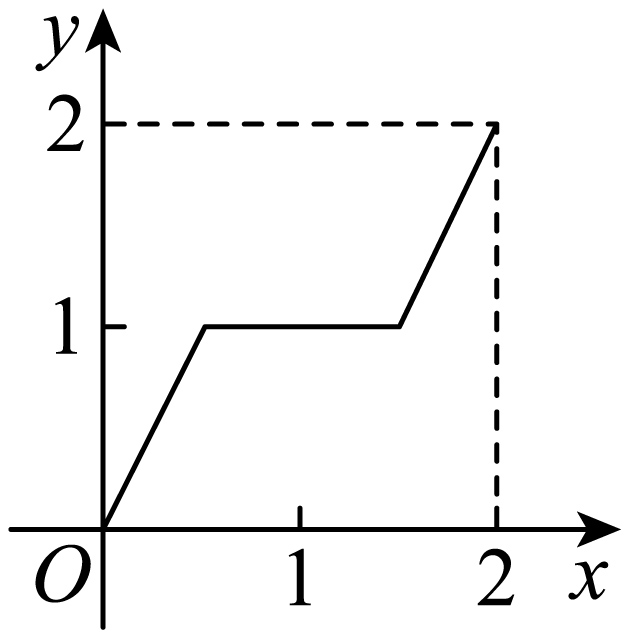
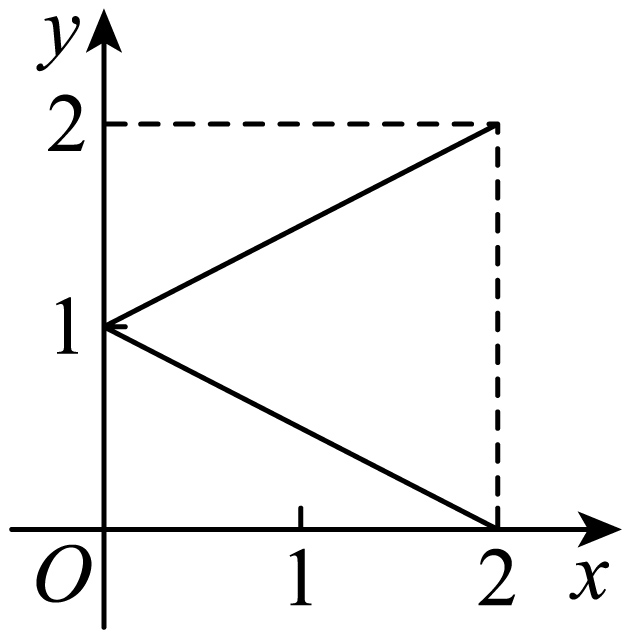
综上所述：的取值范围为.

故选：D.

**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 设集合，那么下列四个图形中，能表示集合*M*到集合*N*的函数关系得有( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】BC

【解析】

【分析】根据函数的定义,任意,存在唯一的与之对应分别判断即可.

【详解】根据函数的定义,任意,存在唯一的与之对应,

对于A,当时,没有与之对应,故A错误;

对于B,满足任意,存在唯一的与之对应,故B正确;

对于C, 满足任意,存在唯一的与之对应,故C正确;

对于D,当时,均有2个不用值与之对应,故C错误.

故选:BC.

10. 下列命题正确的是( )

A. 若，，则；

B. 若正数*a*、*b*满足，则；

C. 若，则的最大值是；

D. 若，，，则的最小值是9；

【答案】BC

【解析】

【分析】A选项用作差法即可，B，C，D选项都是利用基本不等式判断.

【详解】对于选项A，，

因为，，所以，

,即，故，所以A错误；

对于选项B，因为，所以，



当且仅当，即时，等号成立，故B正确；

对于选项C，因为，，当且仅当即 时，等号成立，所以，故C正确；

对于选项D，因为，所以，

所以，当且仅当即时，等号成立，所以的最小值是8，故D错误.

故选：BC.

11. 高斯是德国著名的数学家，近代数学奠基者之一，享有“数学王子”的称号，他和阿基米德、牛顿并列为世界三大数学家，用其名字命名的“高斯函数”为：设，用表示不超过*x*的最大整数，则称为高斯函数．例如：．已知函数，则下列结论正确的是( )

A. 的定义域为**R** B. 的值域为

C. 是偶函数 D. 的单调递增区间为

【答案】AD

【解析】

【分析】首先得到函数的定义域，再利用特殊值判断C、B，求出上的函数解析式，即可判断D；

【详解】解：因为，所以的定义域为，故A正确；

当时；

当时；

当时，

当，时，

当时，

当，时，

所以函数的值域不是，且函数在上单调递增，故B错误、D正确；

，，

，

不是偶函数，故C错误；

故选：AD

12. 设非空集合，满足：当时，，给出如下四个命题，其中是真命题的有( )

A. 若，则

B. 若，则*m*的取值集合为

C. 若，则的取值集合为

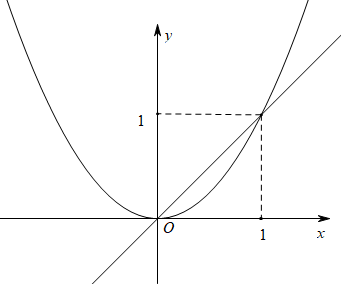
D. 若，则的取值集合为

【答案】ACD

【解析】

【分析】只需函数在上的值域为函数在上的值域的子集，然后对选项一一判断即可.

【详解】画出与的函数图像



由题意可知：，函数在上的值域为函数在上的值域的子集，所以的最大值大于等于的最大值，故；的最小值小于等于的最小值，所以或，

选项A：当时，因为，，所以，故，选项A正确；

选项B：因为或，故选项B错误；

选项C：当时，，因为此时的最大值大于等于，所以，又因为，所以得，所以选项C正确；

当，时，此时，得，又因为或，所以，故选项D正确.

故选：ACD

**三、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分．**

13. 若有意义，则实数*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】利用对数的定义进行求解.

【详解】要使有意义，

须，即，

解得或，

即实数*a*的取值范围是.

故答案为：.

14. 已知函数的定义域为，则实数*k*的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】0

【解析】

【分析】根据函数定义域为，分，两种情况分类讨论求解即可.

【详解】函数的定义域为使的实数的集合.

由函数的定义域为

当时，函数，函数定义域，

因此符合题意；

当时，无解，

即,不等式不成立.

所以实数的值为0.

故答案为：0.

15. 若函数满足对任意，都有成立，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据题中条件，可以先判断出函数f(x)在R上单调递增，再结合分段函数的解析式，要每一段都是增函数，且分界点时右段函数的函数值要大于等于左段函数的函数值，列出不等关系，求解即可得到a的取值范围．

【详解】：∵对任意x1≠x2，都有成立，  
∴x1-x2与f(x1)-f(x2)同号，  
根据函数单调性的定义，可知f(x)在R上是单调递增函数，  
∴当时，f(x)=(为增函数，则 ，即a＜3，①  
且当x=2时，有最小值 ；  
当时，f(x)=为二次函数，图象开口向下，对称轴为x=2，  
若f(x)在(-∞，2)上为增函数，且 ；  
又由题意，函数在定义域R上单调递增，  
则，解得 ；②  
综合①②可得a的取值范围： ，

即答案为.

【点睛】本题考查了分段函数的单调性的问题，一般选用分类讨论和数形结合的思想方法进行求解．注意解题方法的积累，属于中档题．

16. 若函数在区间上是严格增函数，而函数在区间上是严格减函数，那么称函数是区间上”缓增函数”，区间叫做“缓增区间”.已知函数是区间上的“缓增函数”，若定义为的区间长度，那么满足条件的“缓增区间”的区间长度最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】分别求出函数的单增区间，再求出的单减区间，即可求出函数的“缓增区间”，进而求出“缓增区间”的区间长度最大值.

【详解】二次函数的单增区间是.

而.

由对勾函数的性质可知：的单减区间为，.

所以及其非空真子集均为函数的“缓增区间”，其中区间的长度最长，为.

所以满足条件的“缓增区间”的区间长度最大值为.

故答案为：.

**四、解答题：本题共4小题，共40分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. (1)已知二次函数，且满足，，求的表达式；

(2)已知是一次函数，且，求的表达式.

【答案】(1)；(2)或.

【解析】

【分析】

(1)设的表达式为，由，可得，由，可列出关于和的方程组，解之即可；

(2)设的表达式为，由，可列出关于和的方程组，解之即可.

【详解】解：(1)设的表达式为，∵，，

∴，，

化简得，，∴，解得，

∴.

(2)设的表达式为，

∵，∴，即，

∴，解得或，

∴或.

18. (1)若，求的值．

(2)已知，求．

【答案】(1)(2)

【解析】

【分析】(1)根据对数运算求解，注意对数的真数大于0；(2)根据指数幂的运算求解.

【详解】(1)由题意可得，解得，则，

∵，则，

∴，整理得，解得或(舍去)，

故的值为.

(2)

.

19. 已知命题是假命题．

(1)求实数的取值集合；

(2)设不等式的解集为，若是的必要不充分条件，求实数*a*的取值范围．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)由题，是真命题，转化为二次不等式在区间内恒成立问题.

(2)是的必要不充分条件得到集合 是集合的真子集，解出集合*A*，分类讨论，可求实数的取值范围.

【小问1详解】

，是假命题，

，是真命题，

对恒成立

令，

，易知的最大值为，

所以实数的取值集合

【小问2详解】

不等式

对应方程的根为：

是的必要不充分条件，

集合 是集合的真子集

①当即时，，

集合 是集合的真子集，

，解得，此时；

②当即时，解集，

不满足题意；

③当即 时，，

集合 是集合的真子集，

得，此时无解，

综上所述，实数的取值范围是

20. 定义在上的函数满足：对任意的，都有，且当，．

(1)求证：函数是奇函数；

(2)求证：在上是减函数；

(3)解不等式：；

(4)求证：．

【答案】(1)证明见解析

(2)证明见解析 (3)

(4)证明见解析

【解析】

【分析】(1)令可求得；令可推导得到奇偶性；

(2)设，结合奇偶性可得，根据可得，由此可得单调性；

(3)利用奇偶性可将不等式化为，由单调性和函数定义域可构造不等式组求得结果；

(4)变形可得，由已知关系式可得，累加可求得，根据可得结论.

【小问1详解】

令，则，解得：；

令，则，

为定义在上的奇函数.

小问2详解】

设，则，；

，，，；

又，

，又当，，，

，即，在上是减函数.

【小问3详解】

由得：；

定义域为且在上是减函数，

，解得：，不等式的解集为.

【小问4详解】

；

，，

，

；

，，

，

.

【点睛】关键点点睛：本题考查抽象函数奇偶性、单调性相关问题的求解；本题证明不等式的关键是能够将自变量化为与已知关系式相同的形式，从而利用已知的抽象函数关系式对不等式左侧进行化简得到.