**金陵中学2022—2023学年第一学期期中考试**

**高一数学试卷2022.11**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 设，，且，则实数*a*的取值范围为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据即可求解参数．

【详解】∵集合，，且，

∴，

故选：B．

2. 已知命题*p*：，，则命题*p*的否定为( )

A ， B. ，

C. ， D. ，

【答案】D

【解析】

【分析】利用含有一个量词的命题的否定的定义求解.

【详解】解：因为命题*p*：，是全称量词命题，

所以命题*p*的否定为，，

故选：D．

3. “”是“函数在区间上单调递增”的( )

A. 充不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】根据函数的单调性结合充分不必要条件的定义求解.

【详解】解：函数在区间上单调递增，当时不符题意，当，即时，为单调减函数，不合题意；故，且，所以，

“”是“函数在区间上单调递增”的充分不必要条件

故选：A．

4. 设函数，其中*a*，*b*为常数，若，则( )

A.  B.  C. 2028 D. 4041

【答案】D

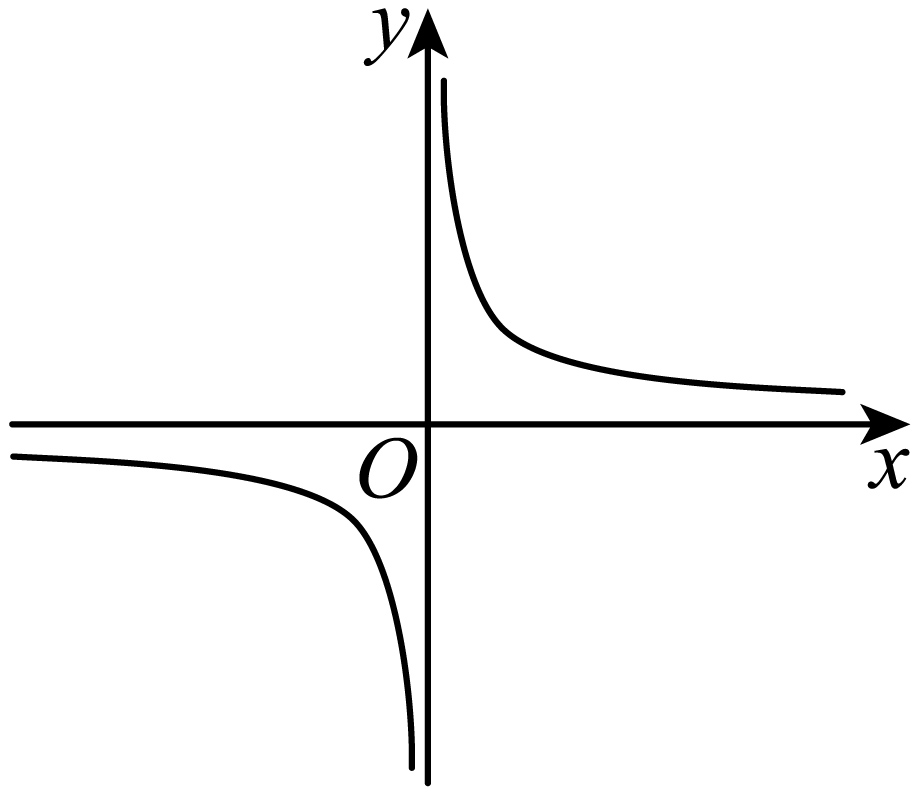
【解析】

【分析】构造，根据奇偶性即可求解.

【详解】令，则是奇函数，故，所以,所以，

故选:D．

5. 下列函数中，其图像如图所示的函数为( )



A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据函数的性质逐项分析即得．

【详解】由图象可知函数为奇函数，定义域为，且在单调递减，

对于A，，定义域为，，

所以函数为奇函数，在单调递减，故A正确；

对于B，，定义域为，故B错误；

对于C，，定义域为，故C错误；

对于D，，定义域为，，函数为偶函数，故D错误.

故选：A．

6. 在流行病学中，每名感染者平均可传染的人数叫做基本传染数，当基本传染数高于1时，每个感染者平均会感染1个以上的人，从而导致感染者人数急剧增长．当基本传染数低于1时，疫情才可能逐渐消散．而广泛接种疫苗是降低基本传染数的有效途径，假设某种传染病的基本传染数为，1个感染者平均会接触到*N*个新人()，这*N*人中有*V*个人接种过疫苗(为接种率)，那么1个感染者可传染的平均新感染人数．已知某病毒在某地的基本传染数，为了使1个感染者可传染的平均新感染人数不超过1，则该地疫苗的接种率至少为( )

A. 90% B. 80% C. 70% D. 60%

【答案】D

【解析】

【分析】根据已知条件可得出关于的不等式，解之即可得出结果.

【详解】因为，由题意，解得，

故选：D．

7. 设函数若存在，且，使得成立，则实数*a*的取值范围是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】考虑的对称轴与1比较，分与两种情况，结合函数的单调性，列出不等式，求出实数*a*的取值范围.

【详解】当时，，对称轴为，

当，即时，此时存在，使得，满足题意；

当，即时，当时，在上单调递增，

当时，在上单调递增，

要想存在，且，使得，

则，解得：，

与取交集得：

综上：的取值范圃为.

故选：A．

8. 已知，，若时，关于*x*的不等恒成立，则的最小值是( )

A.  B.  C. 4 D. 

【答案】B

【解析】

【分析】由韦达定理结合基本不等式即可求解.

【详解】有一根为，故若，恒成立，

则有一根为，由韦达定理知，另一根，

所以，即，

，

当且仅当 即取等号,

所以的最小值是.

故选：B．

**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 设，，若，则实数*a*的值可以是( )

A. 0 B.  C. 4 D. 1

【答案】ABD

【解析】

【分析】解方程，写出集合*A*的所有元素，根据集合*A*和集合*B*的关系，分析集合*B*中的元素的可能情况，解出相应的*a*.

【详解】，因为，所以，所以或或或，

若，则；

若，则；

若，则；

若，无解．

故选：ABD．

10. 设函数，则下列结论正确的是( )

A. 的值域为 B. 

C. 是偶函数 D. 是单调函数

【答案】BC

【解析】

【分析】由分段函数的定义作出判断AB，由偶函数的定义可判断C，由，可知函数不是单调函数.

【详解】的值域为，A错误；

，，所以B正确；

定义域关于数0对称，当时，，则；

当时，，则，所以是偶函数，所以C正确；

，所以不是单调函数，所以D错误．

故选：BC．

11. 已知关于*x*一元二次不等式的解集为，则下列说法正确的是( )

A. 

B. 不等式的解集为

C. 不等式的解集为

D. 

【答案】AC

【解析】

【分析】根据题意可得，且，然后对选项逐一判断即可.

【详解】关于*x*的不等式的解集为，

所以二次函数的开口方向向上，即，故选项A正确；

因为是方程的根，所以，解得，

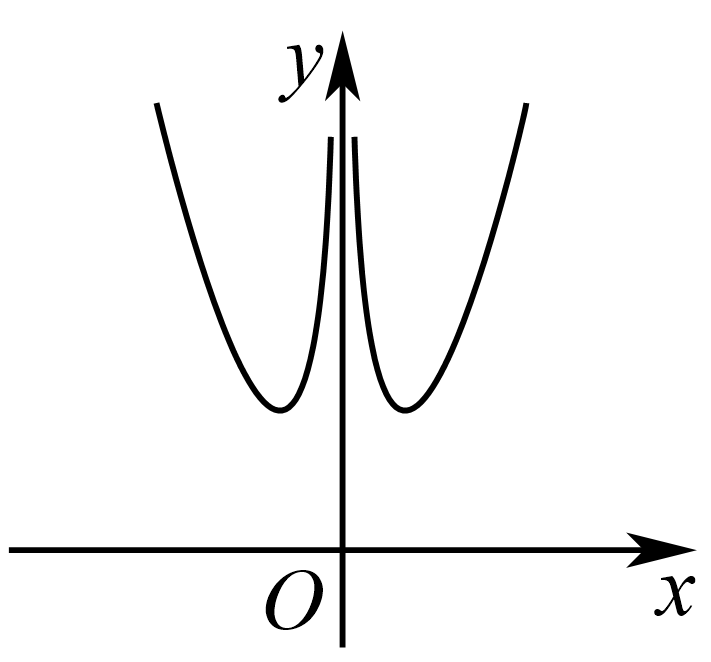
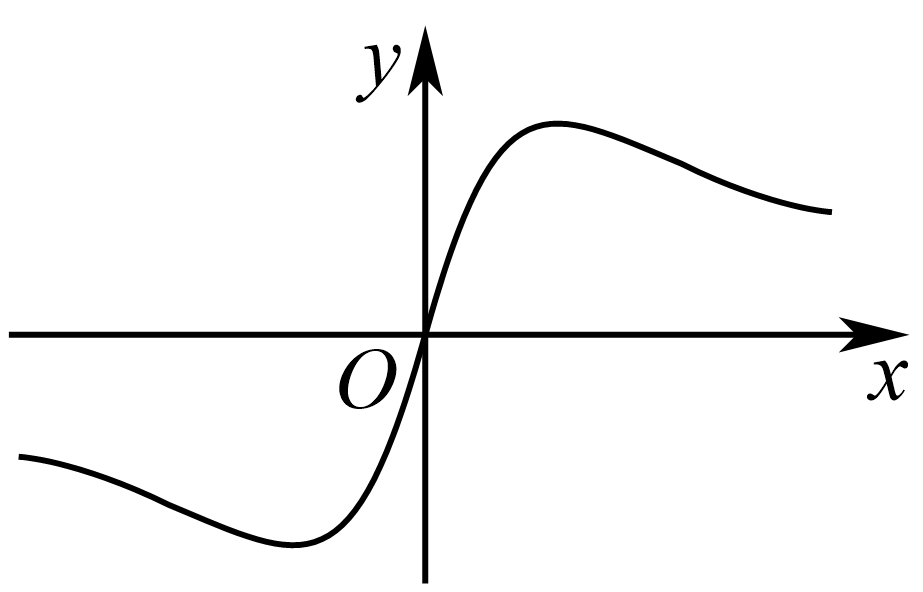
所以 也即，解得，故选项B错误；

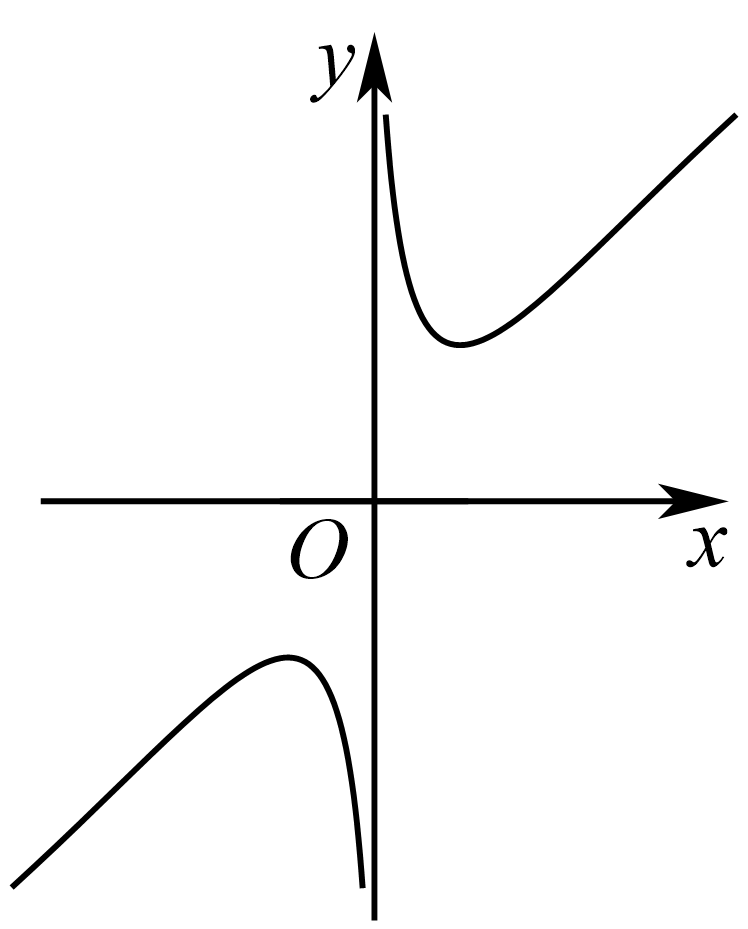
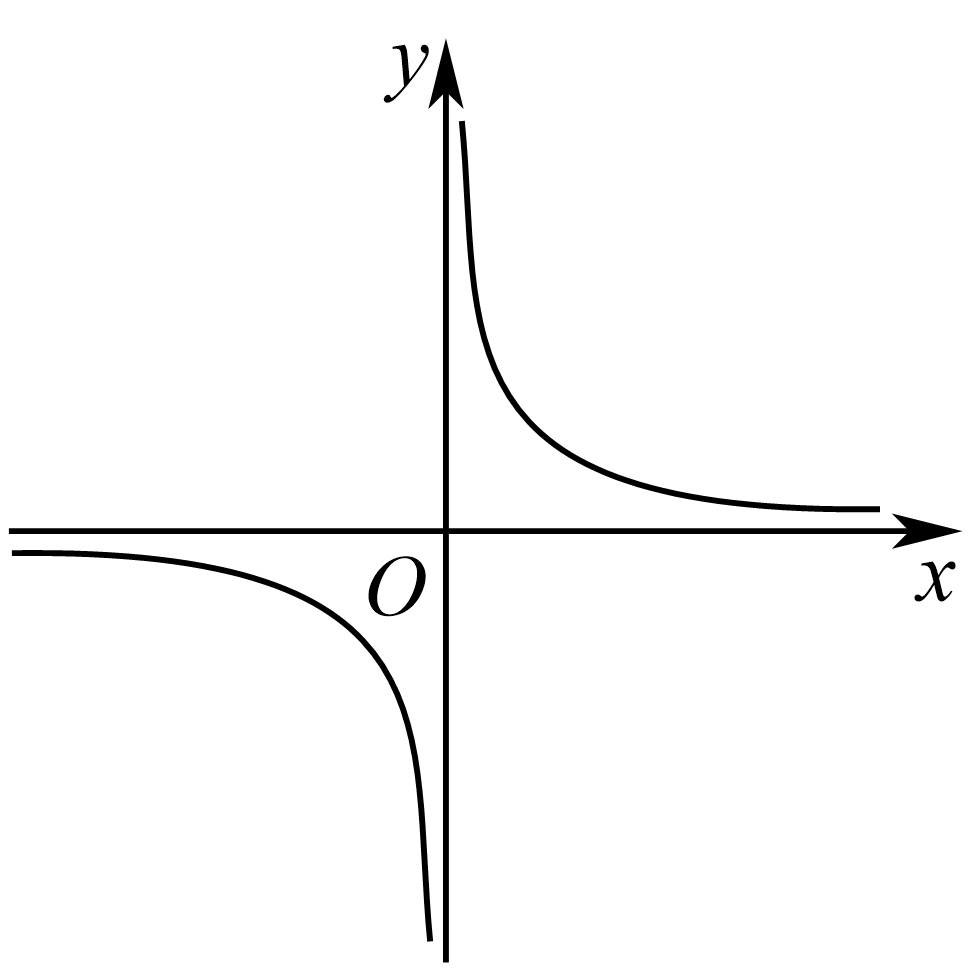
不等式等价于，也即，解得或，故选项C正确，

因为或，所以，故选项D错误，

故选:AC．

12. 图像可能是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】BD

【解析】

【分析】根据的奇偶性，以及分分别根据定义域以及图象的变化趋势即可求解.

【详解】由，所以是奇函数，故排除A,

当时，经过坐标原点，且当值越来越大时，的值越来越小，最终趋向于0，此时B符合，

当时，，此时D满足

当时，不经过坐标原点，当值越来越大时，的值越来越小，最终趋向于0，此时C不符合，

故选：BD．

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 已知函数则的值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】12

【解析】

【分析】根据解析式，由内而外，逐步计算，即可得结果．

【详解】因为，

所以，

所以，

故答案为：12

14. 不等式的解集为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】将分式不等式转化为整式不等式即可求解.

【详解】，解得．

故答案为：

15. 若正实数*a*满足，则*a*的值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】1000

【解析】

【分析】由题意可得，再根据对数的运算性质即可得出答案.

【详解】解：因为正数*a*满足，

所以，

即，

所以，解得.

故答案为：1000.

16. 已知函数，若，则实数*a*的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】判断出为偶函数，且在上单调递增，然后可得，解出即可．

【详解】因为的定义域为，又

所以是偶函数，且在上单调递增，

由于，即，

所以，即，解得．

故答案为：

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. (1)计算：；

(2)已知且，求的值．

【答案】(1)3；(2).

【解析】

【分析】(1)利用对数运算法则以及换底公式即可求解；(2)结合已知条件求出，然后代入即可求解.

【详解】(1)





．

(2)因，，所以，，

．

18. 设集合，或，全集．

(1)若，求实数*a*的取值范围；

(2)若，求实数*b*的取值范围．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据，可得，解之即可；

(2)由，可得，列出不等式组，解之即可.

【小问1详解】

解：因为，

所以，解得，

所以*a*的取值范围是；

【小问2详解】

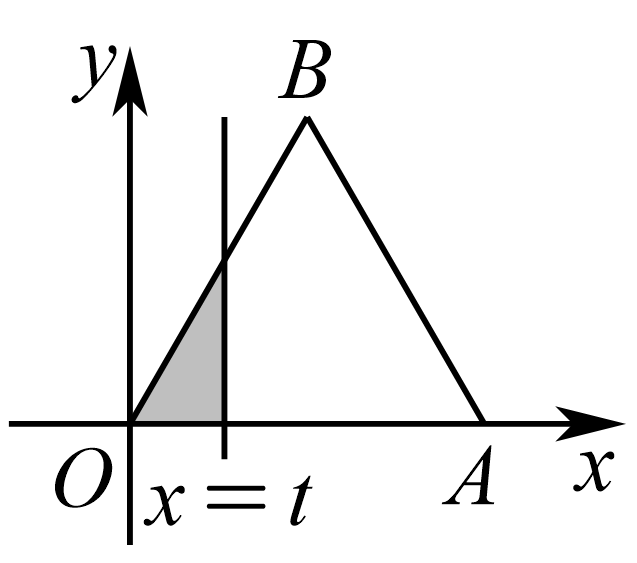
解：，

因为，所以，

所以，解得，

所以*b*的取值范围是．

19. 如图，是边长为2正三角形，记位于直线()左侧的图形的面积为．



(1)求函数的解析式；

(2)画出函数在区间上的图象．

【答案】(1)

(2)作图见解析

【解析】

【分析】(1)分、、三种情况讨论，分别求出函数的解析式，再写出分段函数形式；

(2)由(1)中解析式得到函数图象.

【小问1详解】

解：当时，；

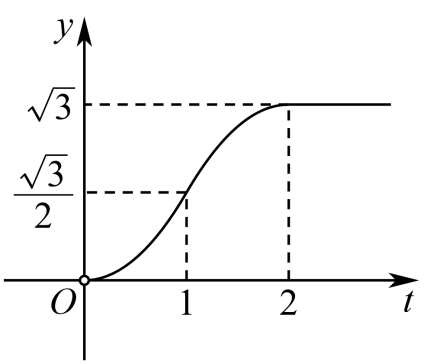
当时，；

当时，．

所以

【小问2详解】

解：由(1)可得函数图象如下所示：



20. 已知定义域为的奇函数满足：当时，．

(1)当时，求函数的解析式；

(2)指出在区间上的单调性，并证明．

【答案】(1)；

(2)在区间上单调递增，证明见解析.

【解析】

【分析】(1)奇函数若*x*=0时有意义，则*f*(0)=0；*x*<0时，-*x*>0，利用*x*>0时*f*(*x*)解析式可求*x*<0时的解析式；

(2)根据单调性的定义即可判断并证明．

【小问1详解】

，∴，∴，

当时，，，又，∴，

综上，当时，；

【小问2详解】

在区间上单调递增，证明如下：

任取，且，

，

∵，∴，，，，

∴，

∴，即，

∴在区间上单调递增．

21. 已知函数，*a*为常数．

(1)若，解关于*x*的不等式；

(2)若不等式对任意的恒成立，求实数*a*的取值范围．

【答案】(1)答案见解析；

(2)．

【解析】

【分析】(1)化简不等式，结合二次函数与二次不等式的关系即可求解该不等式；

(2)将参变分离，将问题转化为求解即可．

【小问1详解】

，

当时，，的解集为；

当时，，解集为；

当时，，的解集为．

综上所述，当时的解集为；

当时，的解集为；

当时，的解集为．

【小问2详解】

对任意，

，

∴．

令，则，，

，

当且仅当，即，时取“＝”，

∴，

故实数*a*的取值范围为．

22. 设函数的定义域为*D*，若存在区间，使得，则称区间为函数的“*H*区间”．

(1)写出函数所有的“*H*区间”；

(2)若为函数的一个“*H*区间”，求*m*的值；

(3)求函数的“*H*区间”．

【答案】(1)，和．

(2)

(3)

【解析】

【分析】(1)根据题意可知*a*，*b*是方程的根，且，从而可求出的值，从而可求出“*H*区间”；

(2)分，两种情况结合“*H*区间”求解即可；

(3)根据“*H*区间”的定义分，两种情况求解即可.

【小问1详解】

函数是上的递增函数，则，

所以*a*，*b*是方程的根，且，

解得，或，或，．

故函数的所有“*H*区间”为，和．

【小问2详解】

当时，在上单调递减，

所以，，解得；

当时，，，不可能．

综上，．

【小问3详解】

设的“*H*区间”为，由“*H*区间”定义知：

，所以或，，

所以，

又，所以，，

当时，在区间上单调递减，

所以即

由得：，因为，所以，

又因为，，

所以，当且仅当，时取“=”此时，舍去；

当时，在区间上单调递减，在上单调递增，

所以，，，

所以，．

所以函数的“*H*区间”为.