**南京师大附中2022-2023学年度第1学期**

**高一年级期末考试数学试卷**

**一､单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请把答案直接填写在答题卡相应位置上**

1. 已知，则( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】由并集和补集的概念即可得出结果.

【详解】∵

∴，则，

故选：C.

2. 已知，则( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】利用对数换底公式和对数的运算性质进行运算求解即可．

【详解】，

故选：B．

3. 设为实数，且，则“”是“的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【解析】

【分析】根据充分条件、必要条件的定义判断即可.

【详解】解：由不能推出，如，，，，

满足，但是，故充分性不成立；

当时，又，可得，即，故必要性成立；

所以“”是“的必要不充分条件.

故选：B.

4. 函数的零点所在的大致区间为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】由题意可知在递增，且，由零点存在性定理即可得出答案.

【详解】易判断在递增，.

由零点存在性定理知，函数的零点所在的大致区间为.

故选:D.

5. 已知，则的值是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】令，代入所求式子，结合诱导公式化简即可得出结果.

【详解】令，则，，

则.

故选：C.

6. 将函数的图象向右平移个单位长度，在纵坐标不变的情况下，再把平移后的函数图象上每个点的横坐标变为原来的2倍，得到函数的图象，则函数所具有的性质是( )

A. 图象关于直线对称

B. 图象关于点成中心对称

C. 的一个单调递增区间为

D. 曲线与直线的所有交点中，相邻交点距离的最小值为

【答案】D

【解析】

【分析】先利用题意得到，然后利用正弦函数的性质对每个选项进行判断即可

【详解】函数的图象向右平移个单位长度得到，

纵坐标不变，横坐标变为原来的2倍得到，

对于A，因为

所以直线不是的对称轴，故错误；

对于B，

所以图象不关于点成中心对称，故错误；

对于C，当，则，

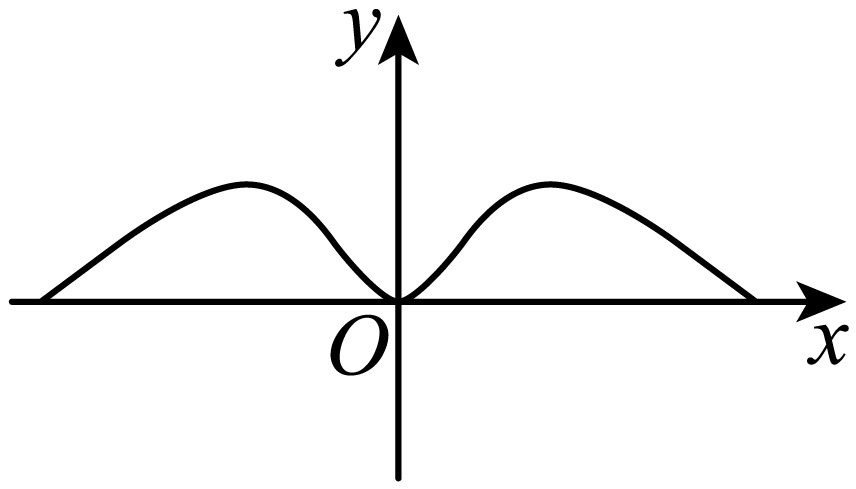
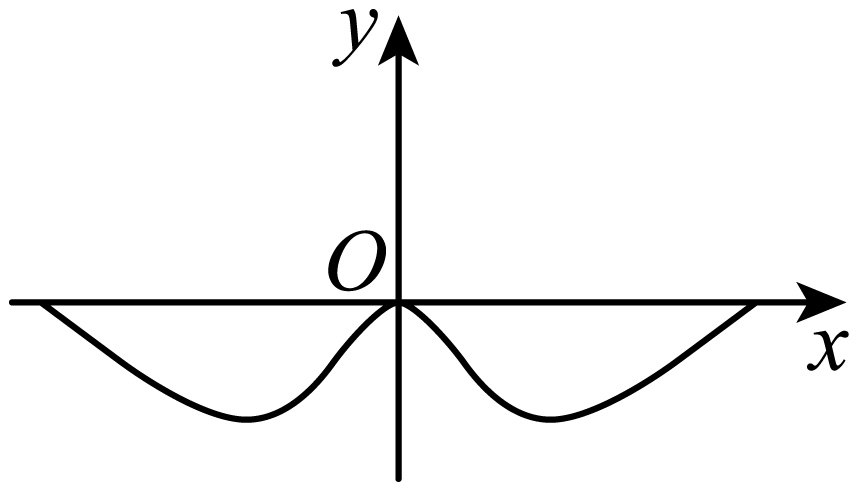
因为正弦函数在不单调，故不是的一个单调递增区间，故错误；

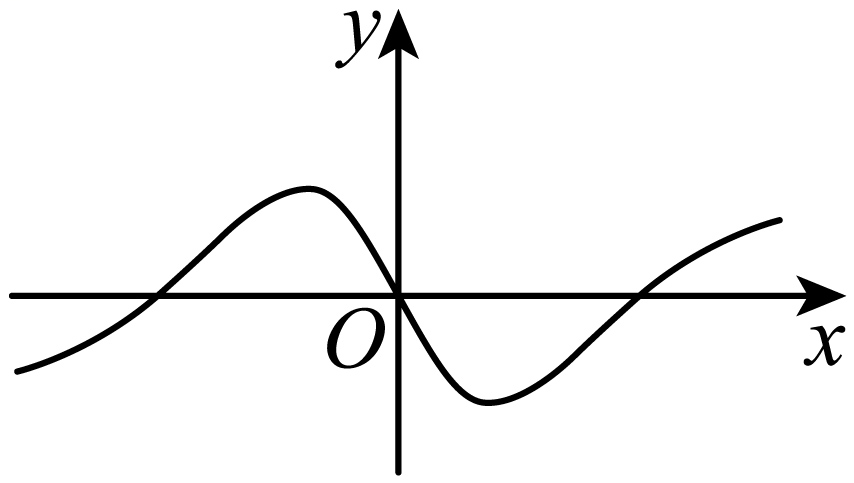
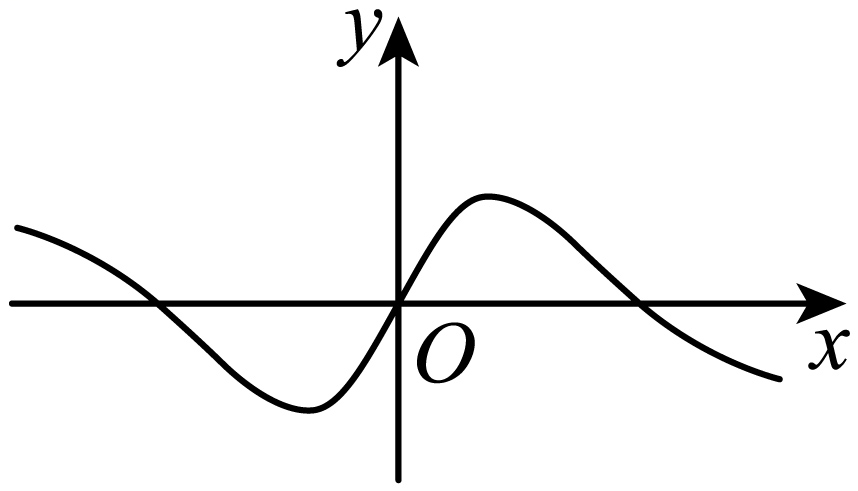
对于D，当时，则或，

则或，则相邻交点距离最小值为，故D正确

故选：D.

7. 函数的图象大致为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】利用函数的奇偶性及在上的函数值正负逐个选项判断即可．

【详解】因为，定义域为R，

所以，

所以为奇函数，又因为时，所以由图象知D选项正确，

故选D．

8. 高斯是德国著名的数学家，近代数学奠基者之一，用其名字命名的“高斯函数”为：设，用表示不超过的最大整数，则称为高斯函数.例如：.已知函数，则函数的值域是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】依题意可得，再根据指数函数的性质讨论，和时，函数的单调性与值域，即可得出答案.

【详解】因为，定义域为，

因为在定义域上单调递增，则在定义域上单调递减，

所以在定义域上单调递减，

时，，

时，；

则时，

时，，

时，.

故选：A.

【点睛】关键点睛：本题解题关键在于理解题中高斯函数的定义，才能通过研究的性质来研究的值域，突破难点.

**二､多项选择题：(本大题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对得5分，部分选对得2分，不选或有选错的得0分)**

9. 下列说法正确的是( )

A. 若为正整数，则

B. 若，则

C. 

D. 若，则

【答案】BC

【解析】

【分析】利用不等式性质、基本不等式及正弦函数的图象性质逐个选项判断即可得到答案．

【详解】对于A，若，则，故A错误；

对于B，时，，故B正确；

对于C，由，则，当且仅当时取等号，故C正确；

对于D，当时，，故D错误；

故选：BC．

10. 设为实数，已知关于的方程，则下列说法正确的是( )

A. 当时，方程的两个实数根之和为0

B. 方程无实数根的一个必要条件是

C. 方程有两个不相等的正根的充要条件是

D. 方程有一个正根和一个负根的充要条件是

【答案】BCD

【解析】

【分析】逐项分析每个选项方程根的情况对应的参数*m*满足的不等式，解出*m*的范围，判断正误.

【详解】对于A选项，时无实根，A错误；

对于B选项，当时方程有实根，当时，方程无实根则，解得，一个必要条件是，B正确；

对于C选项，方程有两个不等正根，则，，，，解得；

对于D选项，方程有一个正根和一个负根，则，，解得，D正确；

故选：BCD.

11. 设，已知，则下列说法正确的是( )

A. 有最小值 B. 没有最大值

C. 有最大值为 D. 有最小值为

【答案】ABD

【解析】

【分析】由均值不等式分别求出的最值，即可得出答案.

【详解】时正确，

时，则错误，D正确；

故选：ABD.

12. 设为正实数，为实数，已知函数，则下列结论正确的是( )

A. 若函数的最大值为2，则

B. 若对于任意的，都有成立，则

C. 当时，若在区间上单调递增，则的取值范围是

D. 当时，若对于任意的，函数在区间上至少有两个零点，则的取值范围是

【答案】ACD

【解析】

【分析】对A：根据正弦函数的有界性分析判断；对B：利用函数的周期的定义分析判断；对C：以为整体，结合正弦函数的单调性分析判断；对D：以为整体，结合正弦函数的性质分析判断.

【详解】A选项，由题意，则，A正确；

B选项，若，则的周期为，

设的最小正周期为，则，

解得，B错误；

C选项，当时，

∵，则，

若在区间上单调递增，则，

解得，C正确；

选项，由题意可得，对，在上至少两个零点，

∵，则，

若对，在上至少两个零点，则，解得，D正确；

故选：ACD.

【点睛】方法点睛：求解函数*y*＝*A*sin(*ωx*＋*φ*)的性质问题的三种意识

(1)转化意识：利用三角恒等变换将所求函数转化为*f*(*x*)＝*A*sin(*ωx*＋*φ*)的形式．

(2)整体意识：类比*y*＝sin*x*的性质，只需将*y*＝*A*sin(*ωx*＋*φ*)中的“*ωx*＋*φ*”看成*y*＝sin*x*中的“*x*”，采用整体代入求解．

①令*ωx*＋*φ*＝*k*π＋ (*k*∈**Z**)，可求得对称轴方程．

②令*ωx*＋*φ*＝*k*π(*k*∈**Z**)，可求得对称中心的横坐标．

③将*ωx*＋*φ*看作整体，可求得*y*＝*A*sin(*ωx*＋*φ*)的单调区间，注意*ω*的符号．

(3)讨论意识：当*A*为参数时，求最值应分情况讨论*A*>0，*A*<0.

**三､填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分，请把答案直接填写在答题卡相应位置上**

13. 命题“”的否定是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据特称命题的否定，可得答案.

【详解】由题意，则其否定为.

故答案为：.

14. 已知，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】3

【解析】

【分析】将已知式中分子，再分子分母同时除以，解方程即可得出答案.

【详解】由题意，

即，则.

故答案为：3.

15. 设函数，则满足的的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】结合函数解析式，对分三种情况讨论，分别计算可得.

【详解】当时，，则在时无解；

当时，，在单调递增，时，则的解集为；

当时，，则时恒成立；

综上，的解集为.

故答案为：．

16. 已知函数是定义在上不恒为零的偶函数，且对于任意实数都有成立，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】0

【解析】

【分析】根据解析式求出，进而得到若，则，从而求出.

【详解】由，令可得，今可得，

由是偶函数可得，则，

时，若，则，

则，

则.

故答案为：0.

**三､解答题：本大题共6小题，共70分，请把答案填写在答题卡相应位置上**

17. 设，已知集合.

(1)当时，求；

(2)若“”是“”的必要条件，求的取值范围.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)求出集合，由并集的定义即可得出答案.

(2)由“”是“”必要条件可得，则，解不等式即可得出答案.

【小问1详解】

由可得，即，则，

时，.

【小问2详解】

由“”是“”的必要条件可得，

则，则，实数的取值范围是.

18. 设，计算下列各式的值：

(1)；

(2).

【答案】(1)1 (2)5

【解析】

【分析】(1)所求表达式分子分母同时除以，代入求解即可；

(2)将分子看成，所求表达式分子分母同时除以，代入求解即可；

小问1详解】

原式；

【小问2详解】

原式.

19. 设函数和的定义域为，若是偶函数，是奇函数，且.

(1)求函数和的解析式；

(2)判断在上的单调性，并给出证明.

【答案】(1)，

(2)单调递减，证明见解析

【解析】

【分析】(1)根据函数奇偶性构造关于和得方程组，进而求出它们的解析式；

(2)根据函数单调性定义进行证明.

【小问1详解】

由，可得，

由为偶函数，为奇函数，可得，

则，；

【小问2详解】

由(1)得

在单调递减，证明如下：

取任意，

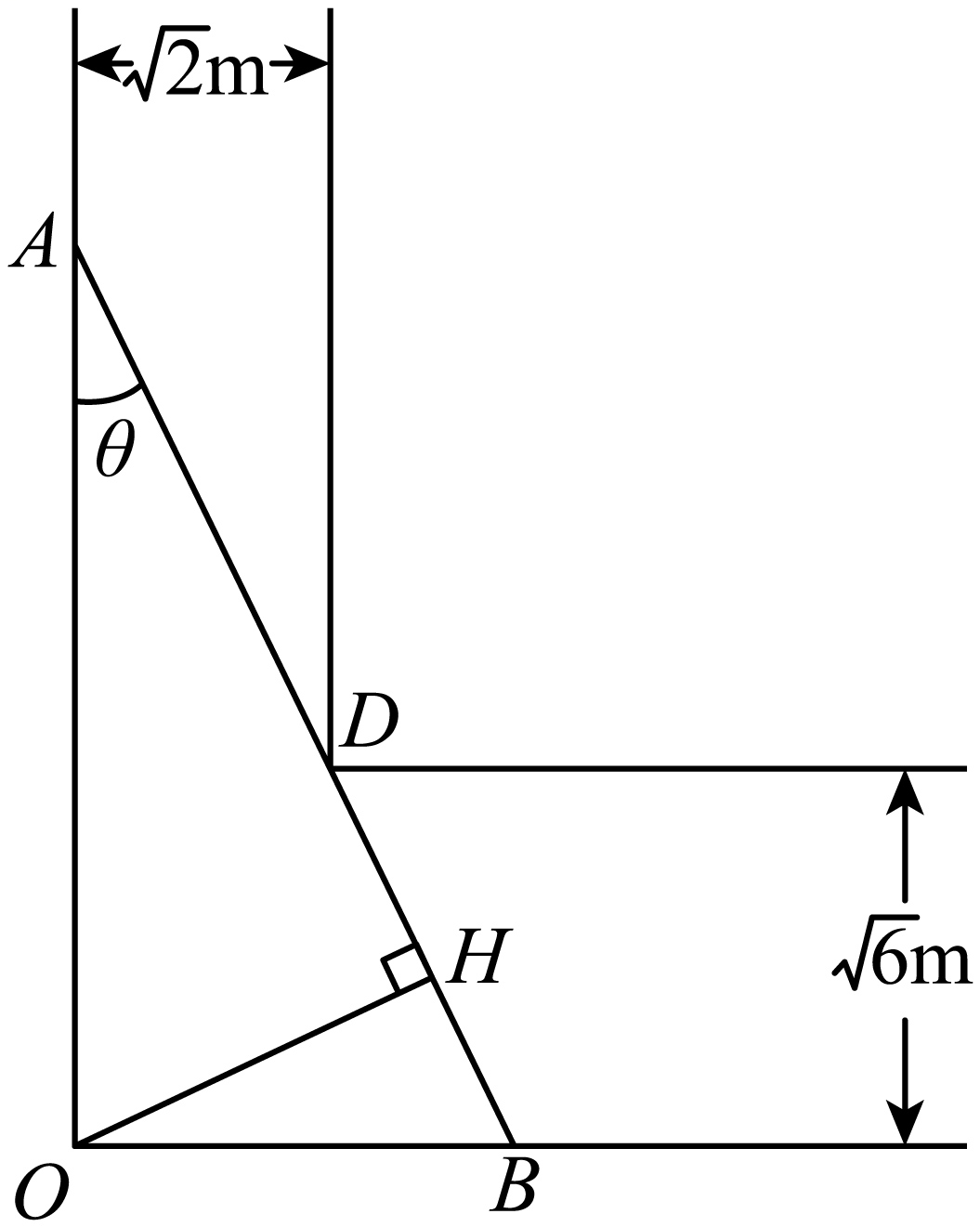


由，可得，则，

则，

则，则在单调递减.

20. 如图所示，有一条“*L*”形河道，其中上方河道宽，右侧河道宽，河道均足够长.现过点修建一条长为的栈道，开辟出直角三角形区域(图中)养殖观赏鱼，且.点在线段上，且.线段将养殖区域分为两部分，其中上方养殖金鱼，下方养殖锦鲤.



(1)当养殖观赏鱼的面积最小时，求的长度；

(2)若游客可以在河岸与栈道上投喂金鱼，在栈道上投喂锦鲤，且希望投喂锦鲤的道路长度与投喂金鱼的道路长度之比不小于，求的取值范围.

【答案】(1)；

(2).

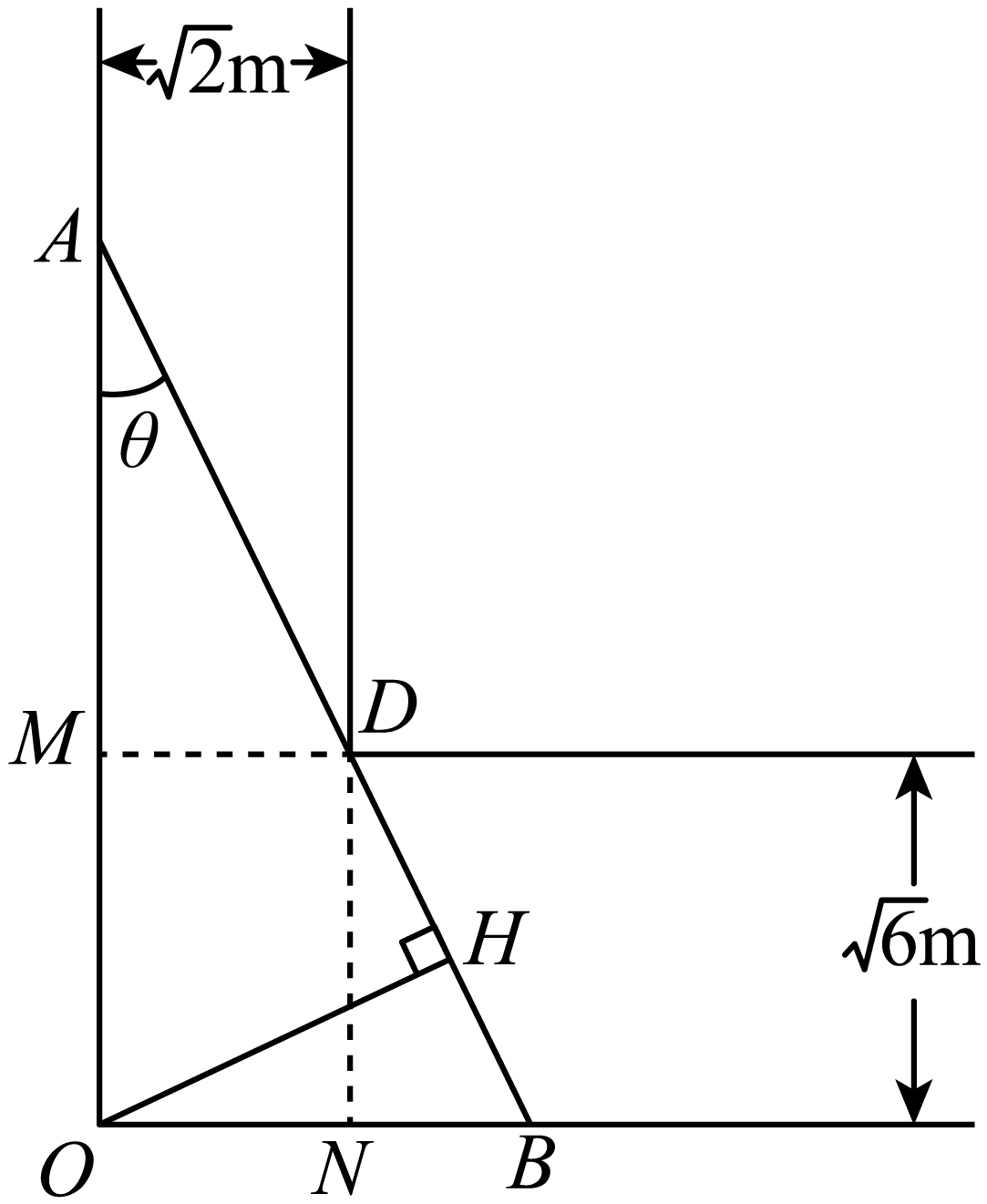
【解析】

【分析】(1)过作垂直于，求得，从而得出养殖观赏鱼的面积，利用基本不等式可求得最小时的值，进而求得的长度；

(2)由，可得，则，由题意，则，化切为弦可得，结合即可求得结果.

【小问1详解】

过作垂直于，垂足分别为，



则，

，

养殖观赏鱼的面积，

由可得，则，当且仅当即时取等号，

则最小时，，此时*l* 的长度为；

【小问2详解】

由，可得，

则，

由题意，则，

而，

则，由可得，则，则.

21. 设为实数，已知函数，.

(1)若函数和的定义域为，记的最小值为，的最小值为.当时，求的取值范围；

(2)设为正实数，当恒成立时，关于的方程是否存在实数解？若存在，求出此方程的解；若不存在，请说明理由.

【答案】(1)

(2)不存在，理由见解析

【解析】

【分析】(1)利用指数函数的单调性及二次函数的性质，分别求出和的最小值，然后解不等式即可；

(2)利用二次函数性质，求得的最小值为，由题意可得，当时,，，可得，即可得出结论.

【小问1详解】

当时，函数和均单调递增，所以函数单调递增，故当时，取最小值，则；

当时，，，

则当，即时，取最小值，即，

由题意得，则，即的取值范围是；

【小问2详解】

当时，，，

则当，即时，取最小值为，

则恒成立时，有，即，

当时，，，

则，则，

故关于的方程不存在实数解.

22. 设，函数.

(1)讨论函数的零点个数；

(2)若函数有两个零点，求证：.

【答案】(1)答案见解析

(2)证明见解析

【解析】

【分析】(1)利用分离参数法分类讨论函数的零点个数；

(2)利用根与系数关系和三角函数单调性证明.

【小问1详解】

，

令，即，

时，即，

或即时，无解；

即时，仅有一解，此时仅有一解；

即时，有两解，

各有一解，此时有两个零点；

综上，时，无零点，

时，有一个零点，

时，有两个零点；

【小问2详解】

有两个零点时，令，则为两解，

则，则，

则，

由可得，

则，则，

则，

由可得，

则，由在递减，

可得，则.

【点睛】函数零点的求解与判断方法：

(1)直接求零点：令*f*(*x*)＝0，如果能求出解，则有几个解就有几个零点．

(2)零点存在性定理：利用定理不仅要函数在区间[*a*，*b*]上是连续不断的曲线，且*f*(*a*)·*f*(*b*)＜0，还必须结合函数的图象与性质(如单调性、奇偶性)才能确定函数有多少个零点．

(3)利用图象交点的个数：将函数变形为两个函数的差，画两个函数的图象，看其交点的横坐标有几个不同的值，就有几个不同的零点．