**高一调研测试数学试题**

**(考试时间：120分钟；总分：150分)**

**命题人：夏长海 张敏 邹勇泉 范继荣**

**审题人：吴春胜 韩兵 唐咸胜**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 的值是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据诱导公式化简，然后可得.

【详解】.

故选：B

2. 已知“，”为真命题，则实数*a*的取值范围为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】由题知，再根据二次函数求最值即可求解.

【详解】因为命题“，”为真命题，

所以命题“，”为真命题，

所以时，，

因为，

所以当时，，

所以.

故选：A

3. 函数在上的最小值为( )

A. －1 B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据正弦型三角函数在区间上的最值的求解方法得出答案.

【详解】当时，，

则当时，，

故选：B.

4. 已知，，，则*a*，*b*，*c*的大小关系为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据三角函数、对数函数的知识求得正确答案.

【详解】，

，

所以.

故选：C

5. 已知函数，则的值为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据分段函数解析式计算可得.

【详解】因为，

所以.

故选：D

6. 党的二十大报告指出，“坚持精准治污、科学治污、依法治污，持续深入打好蓝天、碧水、净土保卫战.加强污染物协同控制，基本消除重污染天气.”按照相关规定，某化工厂产生的废气中的某类污染物经过过滤装置的处理，含量降至过滤前的以下才能排放.已知过滤过程中，废气中污染物的含量(单位：mg/L)与时间(单位：min)的关系为，其中，是常数.若时，该类污染物的含量降为过滤前的，那么废气至少需要过滤( )才能排放(结果保留整数，参考数据：).

A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

【答案】C

【解析】

【分析】依题意可得，两边取对数求出的值，再令，根据指数与对数的关系及对数的运算法则计算可得.

【详解】解：依题意可得，所以，两边取对数可得，

所以，则，

所以，令，即，所以，

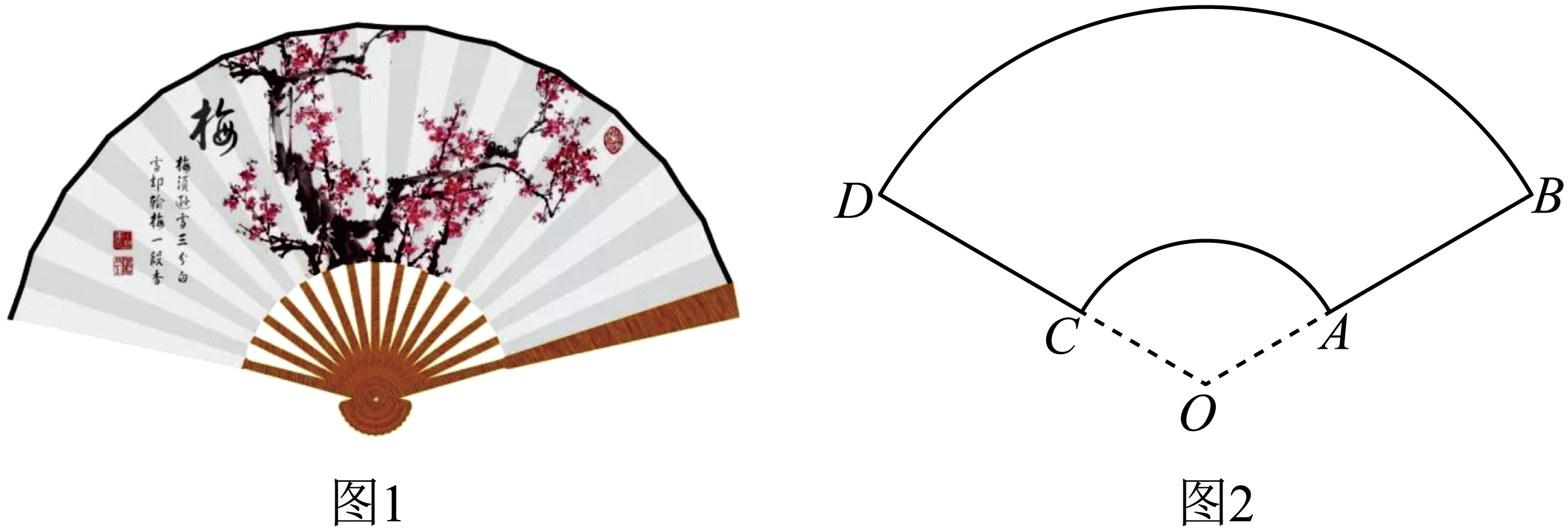
即，

所以，

所以废气至少需要过滤才能排放.

故选：C

7. 中国的扇文化有着极其深厚的人文底蕴，折扇从明代开始流行，扇面书画、扇骨雕琢，深得文人雅士的喜爱(如图1).制作折扇的扇面时，先从一个圆面中剪下扇形，再从扇形中剪去扇形(如图2).记圆面面积为，扇形的面积为，把满足且的扇面称为“完美扇面”，现有用半径为的圆面制作而成的“完美扇面”，则弧的长为( ).



A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】首先求出，设圆心角，圆的半径为，表示出，，根据求出，再根据弧长公式计算可得.

【详解】依题意，，即，即，

所以，则，

设圆心角，圆的半径为，则，，

所以，

因为，所以，即，解得，

所以弧的长为.

故选：D

8. 已知函数，.若对于，，使得成立，则实数*m*的取值范围是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】把，，成立，转化为，逐步求解，即可得到本题答案.

【详解】因为，所以，

所以.

设，因为，即

所以在单调递增，最小值为，

因为，，，即，

所以，

令，易得，所以，即，

显然在的最小值为0，所以，即的取值范围为.

故选：B

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 已知函数的值域为，则的定义域可以是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】AB

【解析】

【分析】根据的图象求得正确答案.

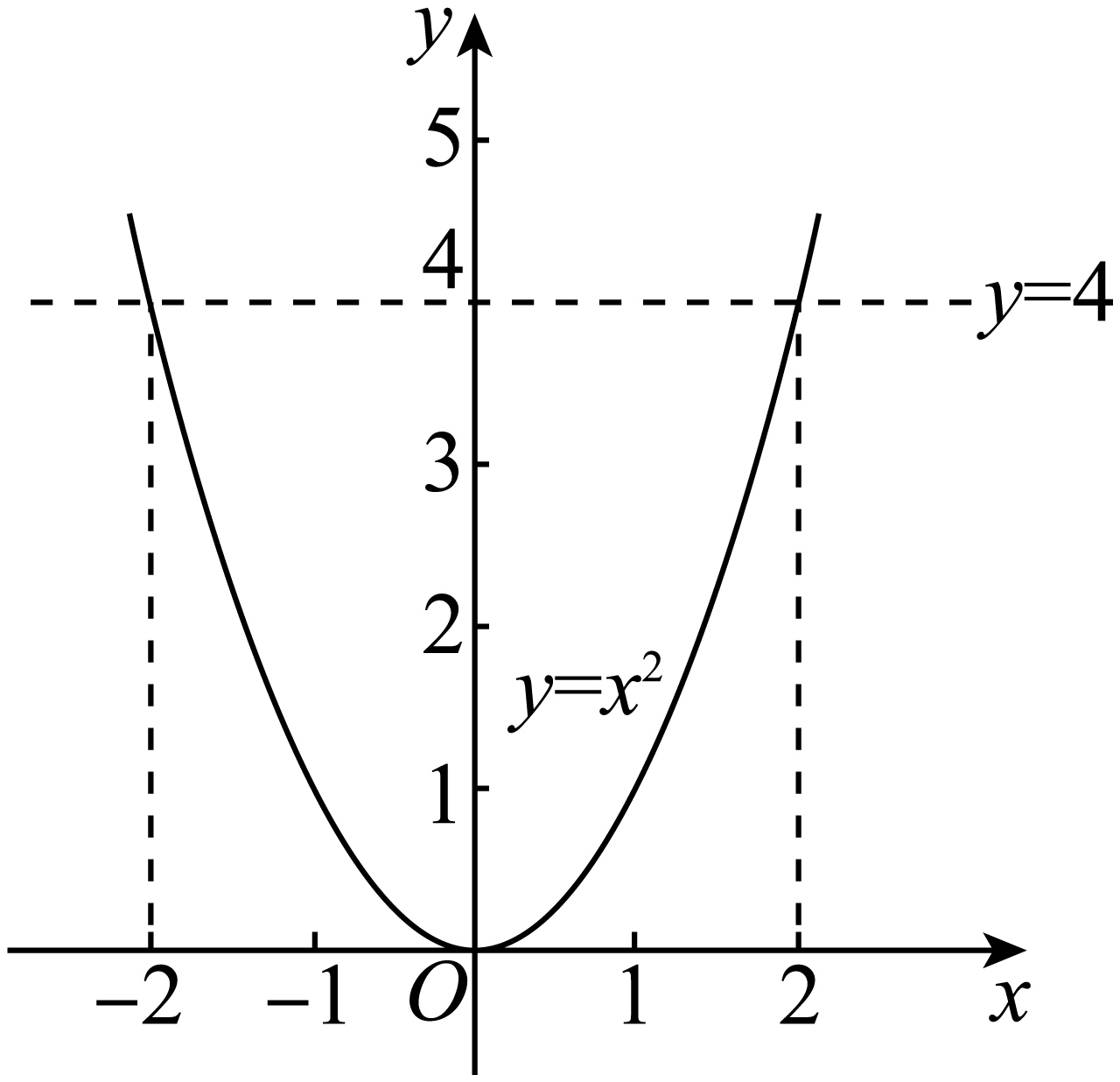
【详解】画出的图象如下图所示，由解得，

的图象是函数的图象的一部分，

依题意，的值域为，

由图可知，的定义域可以是、.

故选：AB



10. 已知函数的图象是一条不间断的曲线，它的部分函数值如下表，则( )

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|  |  |  |  |  |  |  |

A. 在区间上不一定单调

B. 在区间内可能存在零点

C. 在区间内一定不存在零点

D. 至少有个零点

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据零点存在性定理判断即可.

【详解】由所给表格可知，，，，

所以，，，

又函数的图象是一条不间断的曲线，所以函数在区间、、存在零点，

即至少有个零点，故D正确；

对于A，由于只知道，的函数值，故无法判断在区间上的单调性，故A正确；

对于B、C，虽然，，由于不知道函数在内的取值情况，

所以函数在内可能存在零点，故B正确，C错误；

故选：ABD

11. 已知函数为奇函数，则( )

A.  B. 为上的增函数

C. 的解集为 D. 的值域为

【答案】AC

【解析】

【分析】由奇函数的性质求出的值，再代入检验，即可判断A，再根据指数型复合函数的单调性判断B，由及指数函数的性质求出不等式的解集，即可判断C，首先求出，即得到的取值范围，即可求出的值域，从而判断D.

【详解】解：因为函数为奇函数，

所以，即，解得，

此时，则，符合题意，

故，即A正确；

因为在定义域上单调递增，且，又在上单调递减，

所以在定义域上单调递减，故B错误；

由，即，所以，即，即，解得，

所以不等式的解集为，故C正确；

因为，所以，所以，即的值域为，故D错误；

故选：AC

12. 已知函数，其中，若，则下列说法正确的是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】BCD

【解析】

【分析】由题意把方程变形，利用函数单调性找到，然后利用指数、对数运算即可判断

【详解】因为，所以，

即，

又，所以函数单调递增，所以，所以，即，故D正确；

所以，所以，

所以，故C正确；

因为，所以，故，所以，解得，

所以，故B正确；

因为，所以，所以，

又，所以，故A错误.

故选：BCD

【点睛】关键点睛：本题的关键在于利用同构的思想对原等式进行合理的变形，从而构造出函数，利用其单调性得到，即得到，从而判断出D选项，那么其他选项则变得水到渠成.

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 已知关于的不等式的解集为，若，则实数的取值范围为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】依题意满足等式，代入得到关于的不等式，解之即可.

【详解】因为关于的不等式的解集为且，

所以，即，即，

解得，即实数的取值范围为.

故答案为：.

14. 函数的单调递增区间为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】分别求出内层函数和外层函数的单调增区间即可．

【详解】解：令，则在上单调递增，在上单调递增，根据复合函数函数同增异减的规律，得函数的单调递增区间为．

故答案为

【点睛】本题考查复合函数的单调性，由于内外层函数均不复杂，故是基础题

15. 将函数(且)的图象上所有点的横坐标变为原来的2倍，纵坐标保持不变，若所得函数的图象与函数的图象重合，则\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】先求出变换之后的函数解析式，然后根据两函数为同一函数，结合诱导公式可得，然后可解.

【详解】将函数(且)的图象上所有点的横坐标变为原来的2倍，纵坐标保持不变，所得图象的函数为，

所以与为同一函数，

故，即

所以

故答案为：

16. 已知函数，若关于的方程恰有三个实数解，则实数的取值集合为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

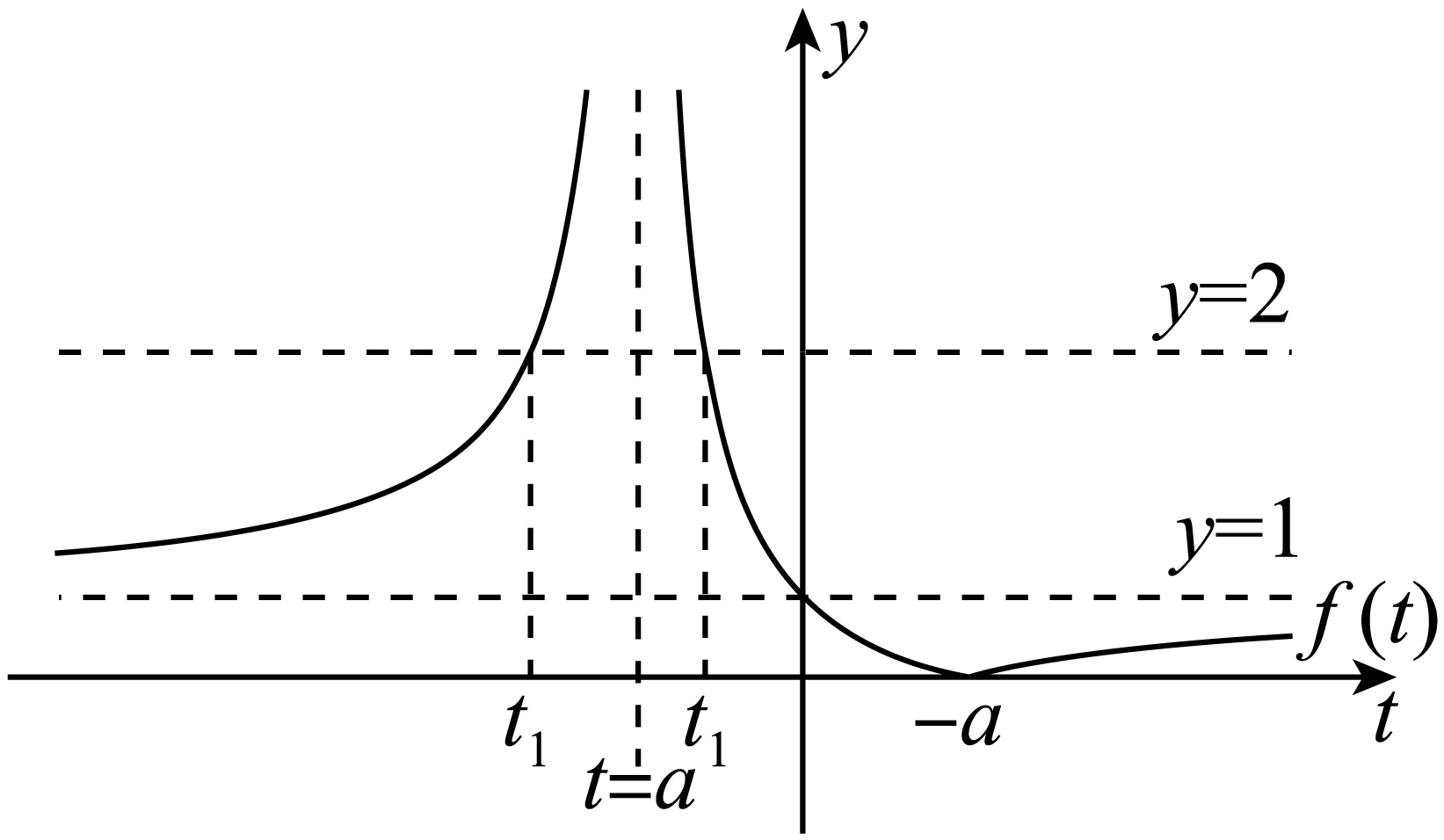
【解析】

【分析】当时，易知无解；当时，设，采用数形结合的方式可知，可知无解；当时，设，采用数形结合的方式可知，通过讨论的范围可确定或的取值，由此可构造方程求得的值.

【详解】；

当时，，此时无解，不合题意；

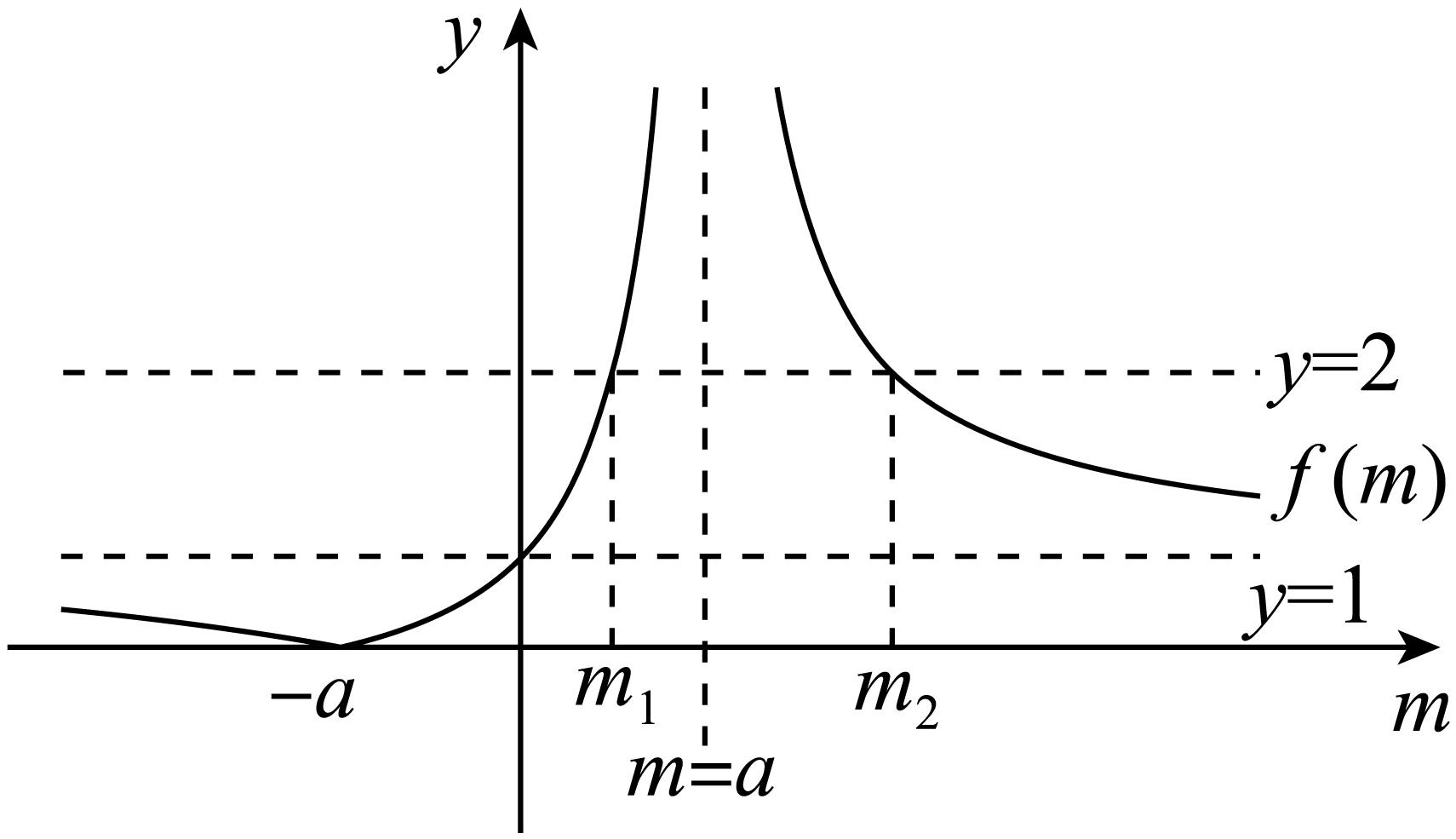
当时，设，则与的大致图象如下图所示，



则对应的两根为，

此时与无解，即方程无解，不合题意；

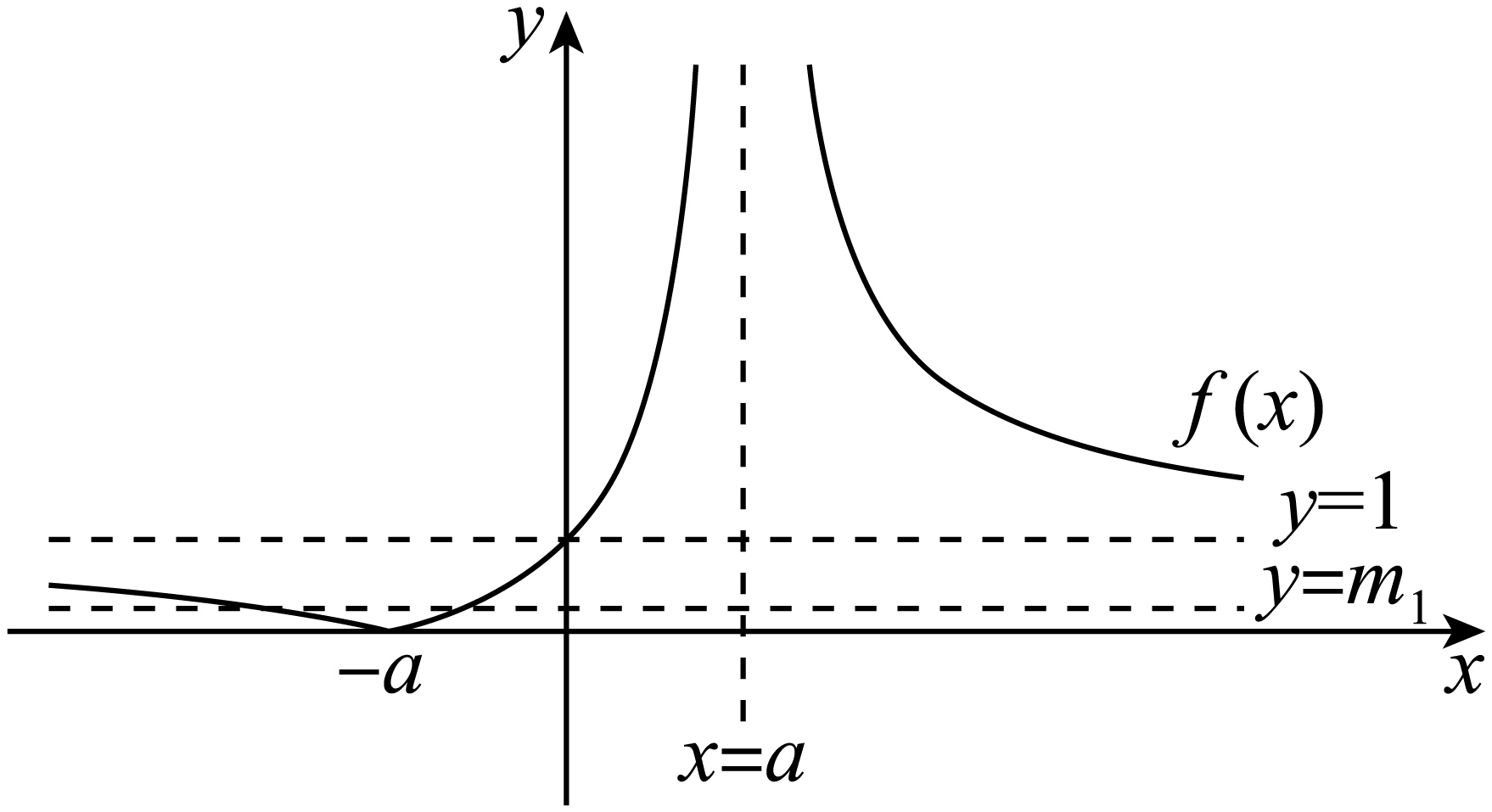
当时，设，则与的大致图象如下图所示，



则对应两根为，

若恰有三个实数解，则和与共有个不同的交点，

①当时，与有两个不同交点，如图所示，

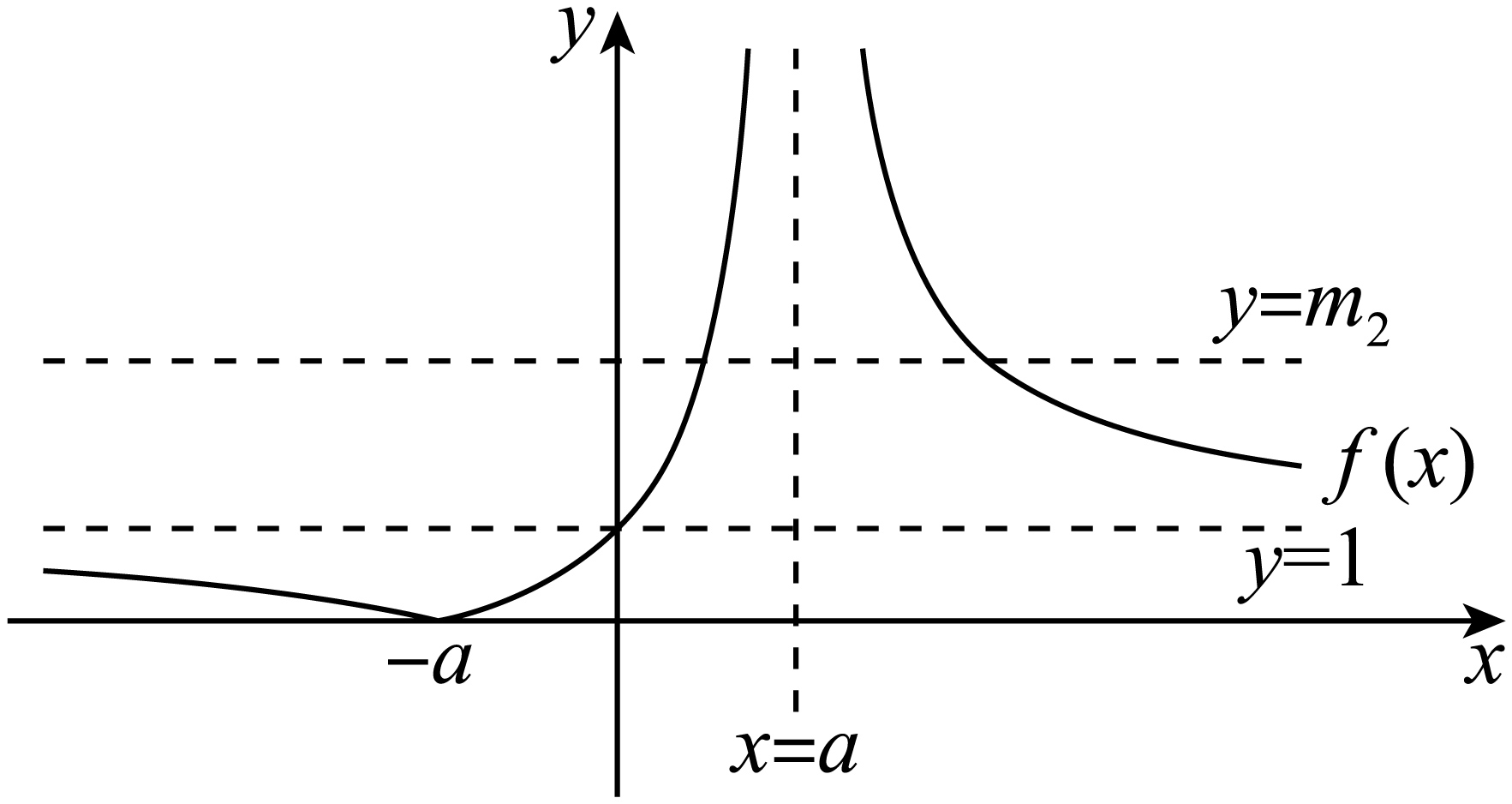


与有且仅有一个交点，则，，解得：；

②当时，与有两个不同交点，

与有且仅有一个交点，则，与矛盾，不合题意；

③当时，与有两个不同交点，如图所示，



与有且仅有一个交点，则，，解得：；

综上所述：实数的取值集合为.

故答案为：.

【点睛】方法点睛：已知函数零点(方程根)的个数求参数值(取值范围)常用的方法：

(1)直接法：直接求解方程得到方程的根，再通过解不等式确定参数范围；

(2)分离参数法：先将参数分离，转化成求函数的值域问题加以解决；

(3)数形结合法：先对解析式变形，进而构造两个函数，然后在同一平面直角坐标系中画出函数的图象，利用数形结合的方法求解.

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.**

17. 已知集合，.

(1)若，求实数的取值范围；

(2)若，求实数的取值范围.

【答案】(1)

(2).

【解析】

【分析】(1)依题意可得，即可得到不等式组，解得即可；

(2)依题意可得或，即可求出参数的取值范围.

【小问1详解】

解：因为，所以，

所以，即；

【小问2详解】

解：因为，

所以或，

所以

18. 从下面①②③中选取一个作为条件，完成所给两个问题.

① ② ③

(1)求的值；

(2)若，求的值.

注：若选择多个条件分别解答，则按第一个解答计分.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)首先判断选①、②、③结果均相同，则按照选①进行解答，利用诱导公式计算可得；

(2)首先判断的取值范围，利用平方关系求出，再由诱导公式计算可得.

【小问1详解】

解：因为，

，

故不论选①、②、③结果均相同，以下按照选①进行解答，

因为







.

【小问2详解】

解：因为，所以.

若，则，与矛盾，

所以，

所以，

因为.

19. 已知正数*x*，*y*满足.

(1)将*y*表示为*x*的函数，并证明在其定义域内单调递减；

(2)求的最小值.

【答案】(1)，证明见解析

(2)

【解析】

【分析】(1)先求得的解析式，然后根据函数单调性的定义证得结论成立.

(2)利用基本不等式求得的最小值.

【小问1详解】

因为，所以，

又*x*，*y*为正数，故，解得，

从而，，

任取，且，

，

因为，且，所以，，，

从而，即，

故在其定义域上单调递减.

【小问2详解】

由(1)得，，

所以，

(当且仅当，即时取等号)

所以当时，取得最小值.

20. 在平面直角坐标系*xOy*中，点*P*从点出发，在以原点*O*为圆心，2为半径的圆上按逆时针方向做匀速圆周运动，且每秒钟转动3弧度，记*t*秒时点*P*的纵坐标为.

(1)求的解析式；

(2)若点*P*纵坐标第*n*次等于的时刻记为，求的值.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据三角函数的定义求得的解析式.

(2)先求得的对称轴方程，根据对称性求得的值.

【小问1详解】

因为终边过的锐角为，*t*秒时点*P*所转过的角为3*t*，

所以*t*秒时点*P*在的终边上，

因为点*P*在以原点*O*为圆心，2为半径的圆上，

由三角函数定义可知.

【小问2详解】

由，得的对称轴方程为，，

由题意，，，，依次为方程的由小到大排列的4个正根，

因为，

所以与，与、与分别关于直线，，对称，

从而有，，，

于是.

21. 已知函数，，其中，.

(1)判断函数的奇偶性，并说明理由；

(2)若，都有成立，求的取值范围.

【答案】(1)奇函数，理由见解析

(2)

【解析】

【分析】(1)首先求出函数解析式，从而求出函数的定义域，再根据奇偶性的定义判断即可；

(2)依题意可得，则问题转化为，都有成立，分和两种情况讨论，结合函数的单调性，转化为二次函数恒成立，即可求出参数的取值范围.

【小问1详解】

解：为奇函数，

因为，

由，解得，即的定义域为，

因为对任意，都有，

且，

所以为奇函数.

【小问2详解】

解：化为，

因为，且，所以且，

所以问题转化为，都有成立，

①当时，，都有成立，

即对恒成立，

因为对称轴，故在上单调递减，

所以，解得.

②当时，，都有成立，

即对恒成立，

因为对称轴，故在上单调递减，

所以，解得.

综上①②可知：的取值范围为.

22. 已知函数.

(1)求证：①；

②函数零点个数为奇数；

(2)记函数的值域为*A*，若至少有两个不同的，使得，求正数的取值范围.

【答案】(1)①证明见解析；②证明见解析

(2)

【解析】

【分析】(1)①列式计算即可证明；②先确定1是函数的零点，再利用①的结论得到，由此即可证明函数的零点个数为奇数；

(2)计算出的值域，确定即是，说明时，存在至少两个最小值，由此列出满足要求的不等式解出即可.

【小问1详解】

①，即；

②因为，所以1是函数的零点

因为,

所以若是函数的零点，则也是函数的零点，

若，则，

综上可知，函数的零点个数为奇数.

【小问2详解】

因为，

所以，即

因为至少有两个不同的，使得

所以至少有两个不同的，使得

因为，所以，

令，解得

所以