**苏州市2022~2023学年第一学期学业质量阳光指标调研卷**

**高一数学**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1. 已知角，那么终边在( )

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】C

【解析】

【分析】利用角终边相同公式得到的终边与的终边相同，从而得到的终边所在象限．

【详解】因为，又，所以的终边在第三象限．

故选：C．

2. 命题“”的否定为( )

A. “” B. “”

C. “” D. “”

【答案】D

【解析】

【分析】根据全称命题的否定形式可直接得到结果.

【详解】由全称命题的否定可知: 的否定为

故选：D

3. 已知一个面积为的扇形所对的弧长为，则该扇形圆心角的弧度数为( )

A.  B.  C. 2 D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据扇形面积和弧长公式求得正确答案.

【详解】设扇形的半径为，圆心角为，

则，解得.

故选：B

4. 已知，，则“”是“”成立的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】由条件推结论可判断充分性，由结论推条件可判断必要性.

【详解】若“”，则“”必成立；

但是“”，未必有“”，例如.

所以“”是“”成立的充分不必要条件.

故选：A.

5. 下列四个函数中，以为最小正周期，且在区间上单调递减的是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据函数的周期性、单调性确定正确选项.

【详解】的最小正周期是，不符合题意.

在区间上单调递增，不符合题意.

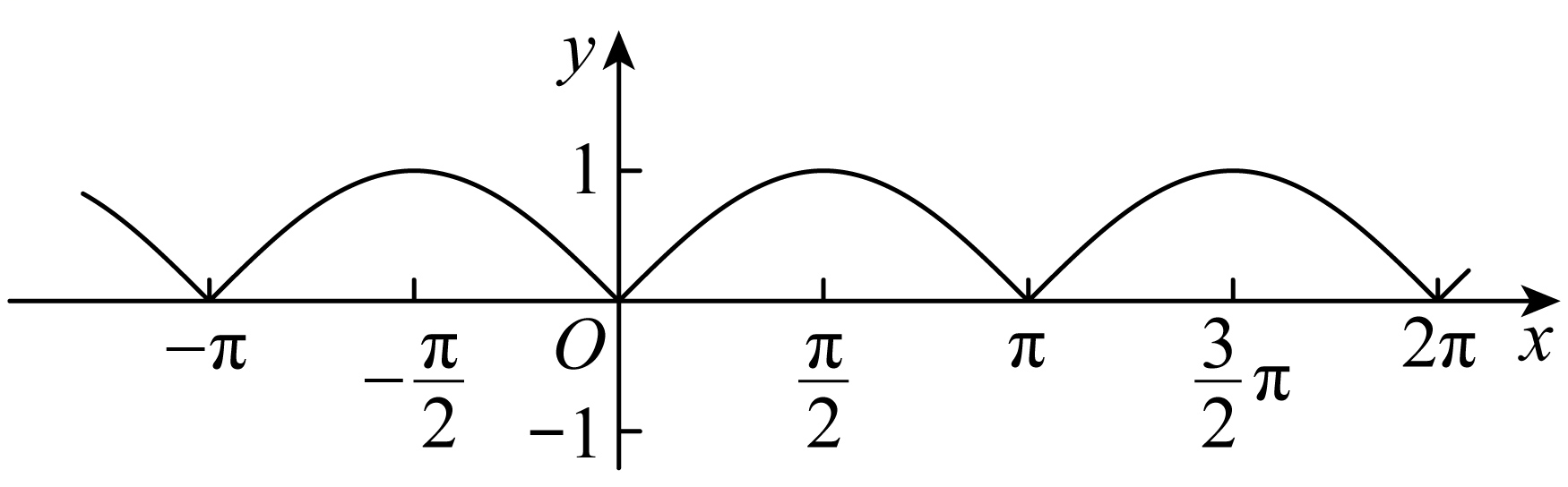
对于，，

所以在区间上单调递增，不符合题意.

对于，画出图象如下图所示，由图可知的最小正周期为，

且在区间上单调递减，B选项正确.

故选：B



6. 已知的定义域为*A*，集合，若，则实数*a*的取值范围是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】先根据二次不等式求出集合*A*，再分类讨论集合*B，*根据集合间包含关系即可求解.

【详解】的定义域为*A，*

所以，

所以或，

①当时，,

满足，

所以符合题意；

②当时，

，

所以若，

则有或，

所以或(舍)

③当时，

，

所以若，

则有或(舍)，

，

综上所述，，

故选：B.

7. 三个数， 之间的大小关系为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】结合指数函数、对数函数的单调性，以及临界值，求解即可.

【详解】由题意，即，

，即，

，

综上：

故选：A

8. 已知函数，若函数有两个零点，则实数*a*的取值范围是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】画出、和的图象，结合图象以及函数有两个零点求得的取值范围.

【详解】函数有两个零点，

即有两个不相等的实数根，

即与的图象有两个交点.

画出、和的图象如下图所示，

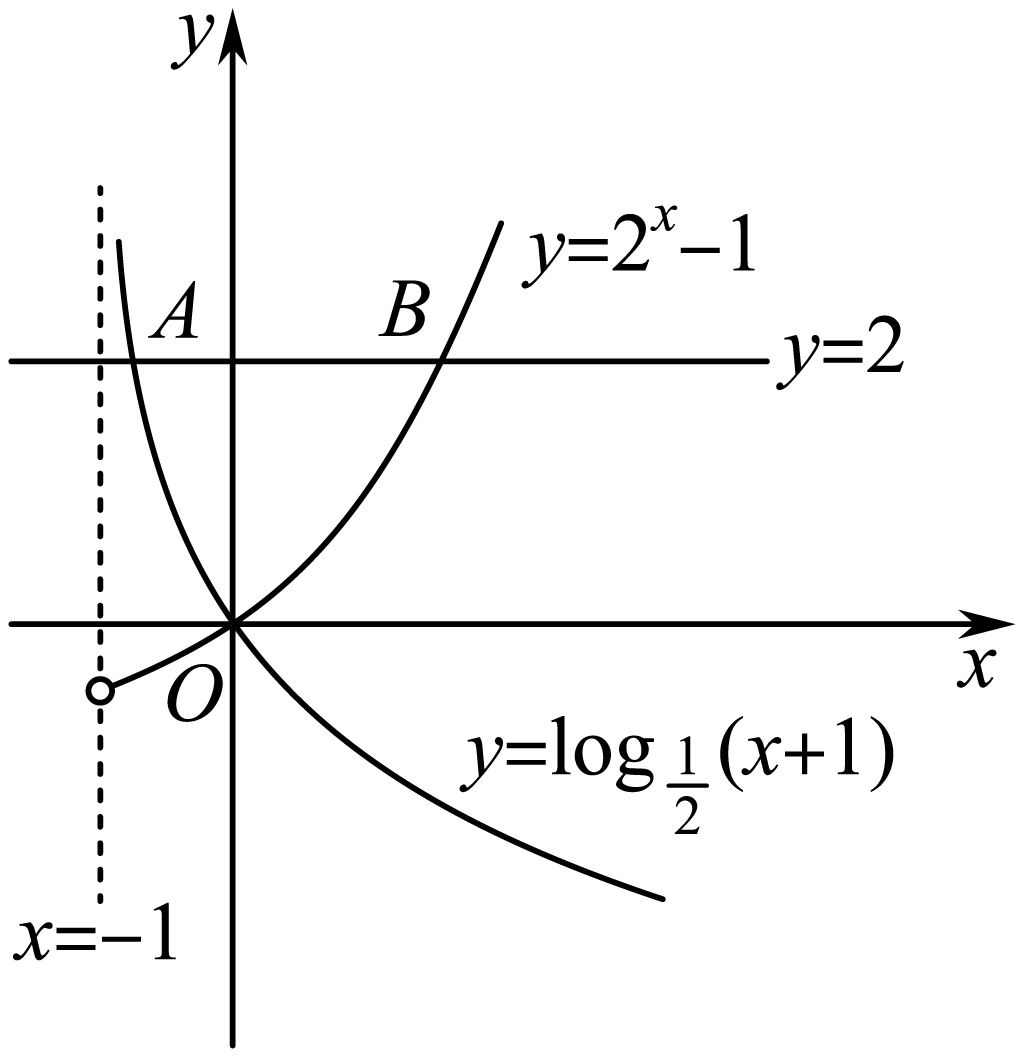
由解得，设.

由解得，设.

对于函数，

要使与的图象有两个交点，结合图象可知，.

故选：D



**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．**

9. 设集合，集合，则下列对应关系中是从集合*A*到集合*B*的一个函数的有( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据函数的定义一一判断求解.

【详解】对于A，任意，，

即任意，都有唯一的与之对应，所以A正确；

对于B，存在，，所以B错误；

对于C，任意，，

即任意，都有唯一的与之对应，所以C正确；

对于D，任意，，

即任意，都有唯一的与之对应，所以D正确；

故选:ACD.

10. 已知函数，则下列结论中正确的有( )

A.  B. 的定义域为

C. 在区间上单调递增 D. 若，则的最小值为

【答案】BC

【解析】

【分析】根据正切函数的性质周期,定义域,函数值和单调性等选项逐个判断即可.

【详解】已知函数,函数的定义域为,

即函数的定义域为,故选项正确;



则,故选项错误;

当,则在区间上单调递增, 故选项正确;

因为的周期,

所以若，则的最小值为,故选项错误;

故选: .

11. 若*a*，*b*均为正数，且满足，则( )

A. 的最大值为2 B. 的最小值为4

C. 的最小值是6 D. 的最小值为

【答案】AD

【解析】

【分析】根据基本不等式、二次函数的性质对选项进行分析，从而确定正确答案.

【详解】A选项，，

当且仅当时等号成立，A选项正确.

B选项，

，但由解得，不满足，

所以等号不成立，所以B选项错误.

C选项，，

当且仅当时等号成立，所以C选项错误.

D选项，，

所以当，时，

取得最小值，D选项正确.

故选：AD

12. 已知指数函数(，且)与对数函数(，且)互为反函数，它们的定义域和值域正好互换．若方程与的解分别为，，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】ABC

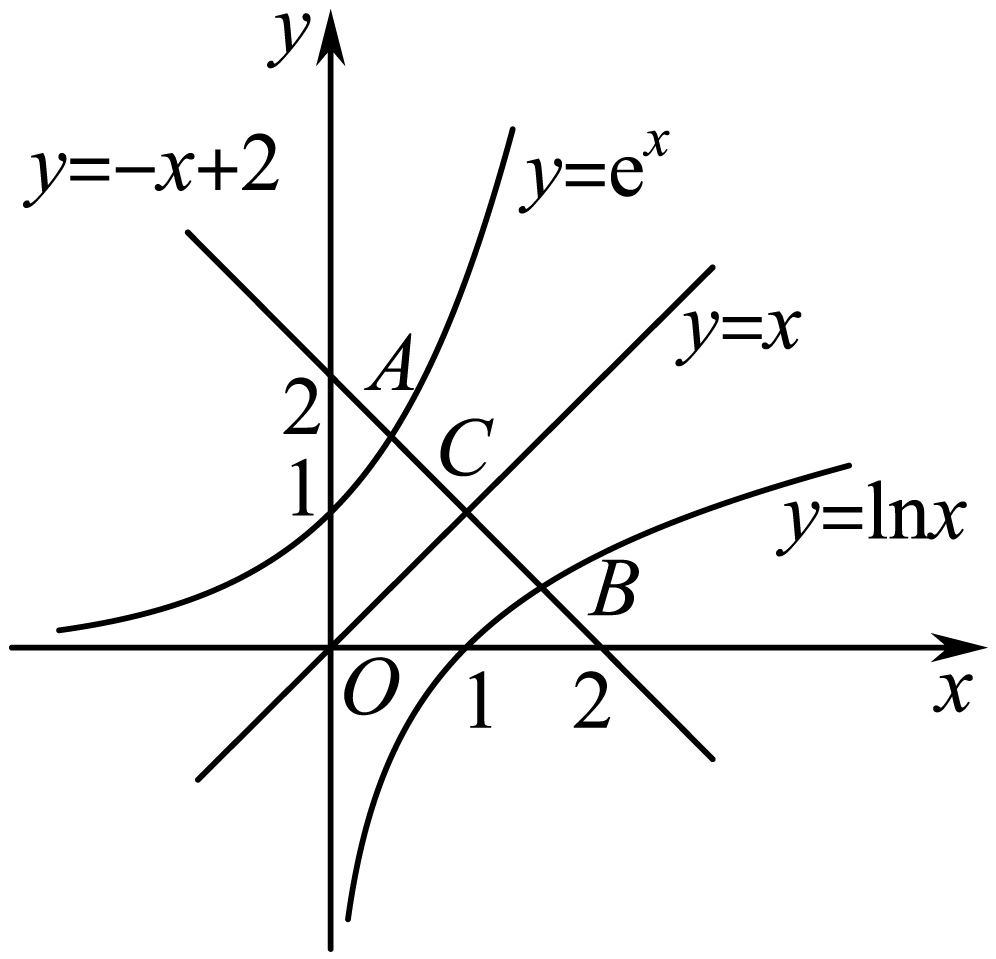
【解析】

【分析】由题意可得，直线与两函数和的交点横坐标分别为、，结合图像即可判断各选项.

【详解】由方程和可化为和，

即直线与两函数和的交点横坐标分别为、，

由于和互为反函数，则它们的图像关于直线对称，



如图所示，点、关于点对称，，且，

所以，故A正确；

因为，所以，

又，所以，故B正确；

由和它们的图像关于直线对称，所以，，

所以，故C正确；

对于D，由，则，即，与矛盾，故D错误.

故选：ABC.

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13. 求值：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】1

【解析】

【分析】利用指数对数的运算性质化简即可得到结果.

【详解】



故答案为：1

14. 已知幂函数满足：①是偶函数；②在区间上单调递减，请写出一个这样的函数\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】(答案不唯一)

【解析】

【分析】根据幂函数的性质即得.

【详解】因为幂函数为偶函数，且在区间上单调递减，

所以函数满足题意.

故答案为：.

15. 已知，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】利用同角三角函数平方关系可构造方程求得,再求,进而运算求得结果.

【详解】由得：

，

解得：；

由得：

又因为,且,所以即

所以

则

故答案为：.

16. 我们知道，设函数的定义域为*I*，如果对任意，都有，且，那么函数的图象关于点成中心对称图形．若函数的图象关于点成中心对称图形，则实数*c*的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；若，则实数*t*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】 ①. 2 ②. 

【解析】

【分析】(1)根据题意可得即可求出*c*的值；(2)根据解析式判断函数的单调性，并根据不等式得，利用函数的对称性和单调性即可求解不等式.

【详解】因为函数的图象关于点成中心对称图形，

所以，

即，

即，所以，

所以在定义域上单调递减，

令，

因为函数的图象关于点成中心对称，

所以的图象关于对称，

且单调递减，

因为，即，

即，也即，

所以则解得或，

故实数*t*的取值范围是.

**四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17. 设集合．

(1)若，；

(2)若，．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)解不等式求得集合，由此求得.

(2)根据并集、补集、交集的知识求得正确答案.

【小问1详解】

，所以，所以.

，解得，所以.

若，则，所以.

【小问2详解】

或，

若，则，

所以.

18. 已知．

(1)若角的终边过点，求；

(2)若，分别求和值．

【答案】(1)

(2)，

【解析】

【分析】(1)利用诱导公式化简，根据三角函数的定义求得.

(2)根据齐次式的知识求得正确答案.

【小问1详解】



，

若角的终边过点，则，

所以.

【小问2详解】

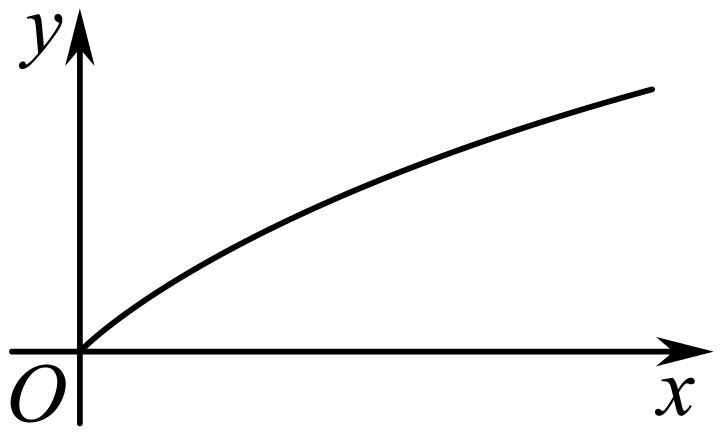
若，

所以；



.

19. 某公司为了提升销售利润，准备制定一个激励销售人员的奖励方案．公司规定奖励方案中的总奖金额*y*(单位：万元)是销售利润*x*(单位：万元)的函数，并且满足如下条件：①图象接近图示；②销售利润*x*为0万元时，总奖金*y*为0万元；③销售利润*x*为30万元时，总奖金*y*为3万元．现有以下三个函数模型供公司选择：



A．；B．；C．．

(1)请你帮助该公司从中选择一个最合适函数模型，并说明理由；

(2)根据你在(1)中选择的函数模型，解决如下问题：

①如果总奖金不少于9万元，则至少应完成销售利润多少万元？

②总奖金能否超过销售利润的五分之一？

【答案】(1)模型C,理由见解析

(2)①210万元; ②不会.

【解析】

【分析】(1)根据函数的图象性质即可选择模型；

(2)①令解对数不等式求解，②即，结合函数图象的增长速度解释.

【小问1详解】

模型A．，因为，所以匀速增长，

模型B．，因为，先慢后快增长，

模型C．，因为，先快后慢增长，

所以模型C最符合题意.

【小问2详解】

因为销售利润*x*为0万元时，总奖金*y*为0万元，

所以，即，

又因为销售利润*x*为30万元时，总奖金*y*为3万元，

所以，即，

由解得，所以，

①如果总奖金不少于9万元，即，

即，即，解得，

所以至少应完成销售利润210万元.

②设，即，

因为与有交点，

且增长速度比慢，

所以当时，恒在的下方，

所以无解，

所以总奖金不会超过销售利润的五分之一.

20. 已知函数的图象经过点．

(1)求在区间上的最大值和最小值；

(2)记关于*x*的方程在区间上的解从小到大依次为，试确定正整数*n*的值，并求的值．

【答案】(1)最大值为，最小值为；

(2)，.

【解析】

【分析】(1)将代入，求出函数的解析式，根据求出的范围，即可求出函数的最大值和最小值；

(2)由方程可得，利用余弦函数的性质，可求得*n*的值和的值.

【小问1详解】

将代入，

得，即，

解得，，因为，所以，

所以，

当时，，

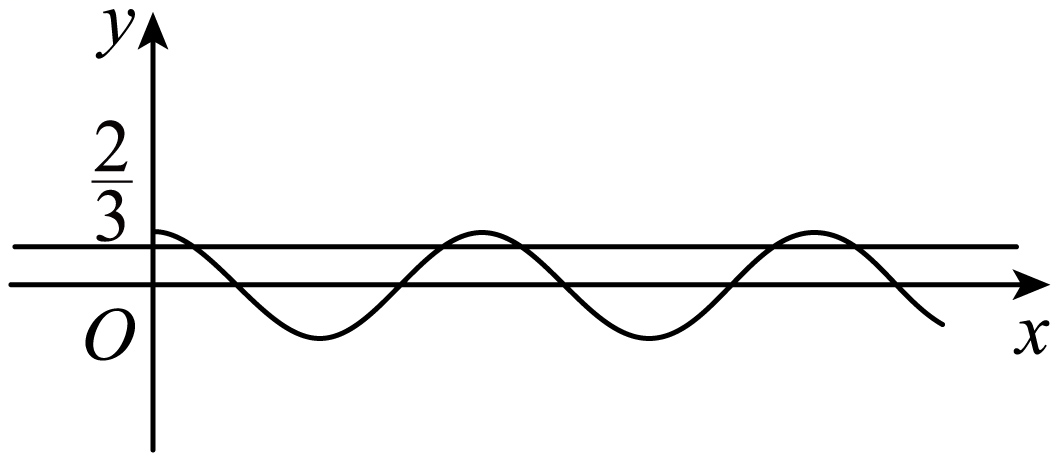
所以，所以，

所以在区间上的最大值为，最小值为；

【小问2详解】

因为，所以，

即，，



由余弦函数性质可知，在上有4个解，

所以，即，，，

累加可得，.

21. 已知为奇函数．

(1)判断函数在区间上的单调性，并证明你的判断；

(2)若关于*x*的方程有8个不同的解，求实数*m*的取值范围．

【答案】(1)在单调递增，在上单调递减；证明见解析.

(2)

【解析】

【分析】(1)根据奇函数的性质可求得的值，用单调性的定义即可证明函数的单调性.

(2)将已知方程因式分解得，，作出的图像，数形结合即可得到的取值范围.

【小问1详解】

因为函数为奇函数，且定义域为，则，解得，所以，

当时，，，所以函数为奇函数.

则在单调递增，在上单调递减.

证明如下：

，且

，

当时，，，，所以，即，所以函数在上单调递增；

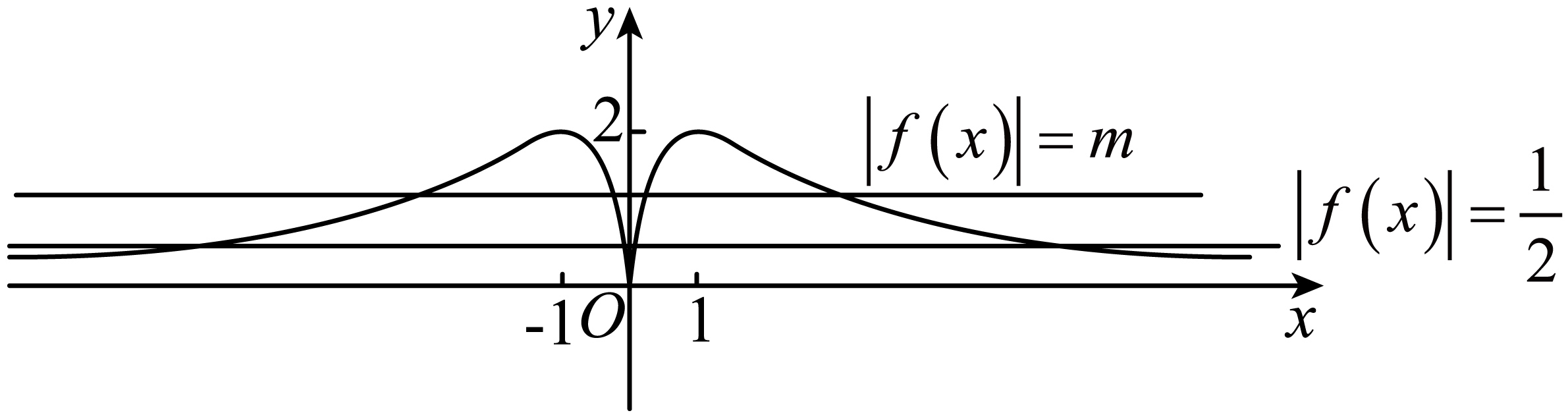
当时，，，，所以，即，所以函数在上单调递减.

【小问2详解】

因为，则，即，

解得或，因为有4个解，

要使关于*x*的方程有8个不同的解，则有4个不同的解，如图所示，



根据第一问函数单调性可知，当时，，所以的取值范围是且，综上，的取值范围是.

22. 已知，分别为定义在上的奇函数和偶函数，且．

(1)求和的解析式；

(2)若函数在上的值域为，求正实数*a*的值；

(3)证明：对任意实数*k*，曲线与曲线总存在公共点．

【答案】(1)，

(2)

(3)证明见详解

【解析】

【分析】(1)利用解方程组法即可求得解析式.

(2)构造函数通过换元法利用二次函数的最值即可求得的值.

(3)分类讨论利用零点存在性定理即可证明.

【小问1详解】

，分别为定义在上奇函数和偶函数

所以，又因为①，

所以②，

有①②可知， ，.

【小问2详解】

令，由(1)知，，

又因为，令，所以

所以，

函数在上的值域为，

所以，故,

当时，得，又因为，所以

【小问3详解】

由(1)知，所以

与曲线总存在公共点，

即在有实数根，令，

当时，易知为函数的零点，

当时，易知函数在单调递减，

又因为，，由零点存在性定理可知:

,使得成立.

当时，，

又因为，，所以.

由零点存在性定理可知:,使得成立.

故对任意实数函数在有零点.

即对任意实数曲线与曲线总存在公共点.