**2022-2023学年江苏省镇江市高一(上)期末数学试卷**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知全集，集合，，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】先求出，进而求出.

【详解】，故

故选：B

2. 命题“对任意，都有”的否定为( )

A. 存在，使得 B. 不存在，使得

C. 存在，使得 D. 存在，使得

【答案】D

【解析】

【分析】利用全称量词命题的否定是特称命题可得出结论.

【详解】由全称量词命题的否定可知，原命题的否定为“存在，使得”.

故选：D.

3. 幂函数为偶函数，且在上为减函数是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据函数性质逐项分析判断.

【详解】对A：，则，

故为偶函数，且在上为减函数，A正确；

对B：的定义域为，即定义域不关于原点对称，故为非奇非偶函数，B错误；

对C：，

故为偶函数，且在上为增函数，C正确；

对D：，故为奇函数，D错误.

故选：A.

4. 已知方程解在内，则( )

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【答案】B

【解析】

【分析】根据函数单调性结合零点存在性定理分析运算.

【详解】构建，则在定义域内单调递增，故在定义域内至多有一个零点，

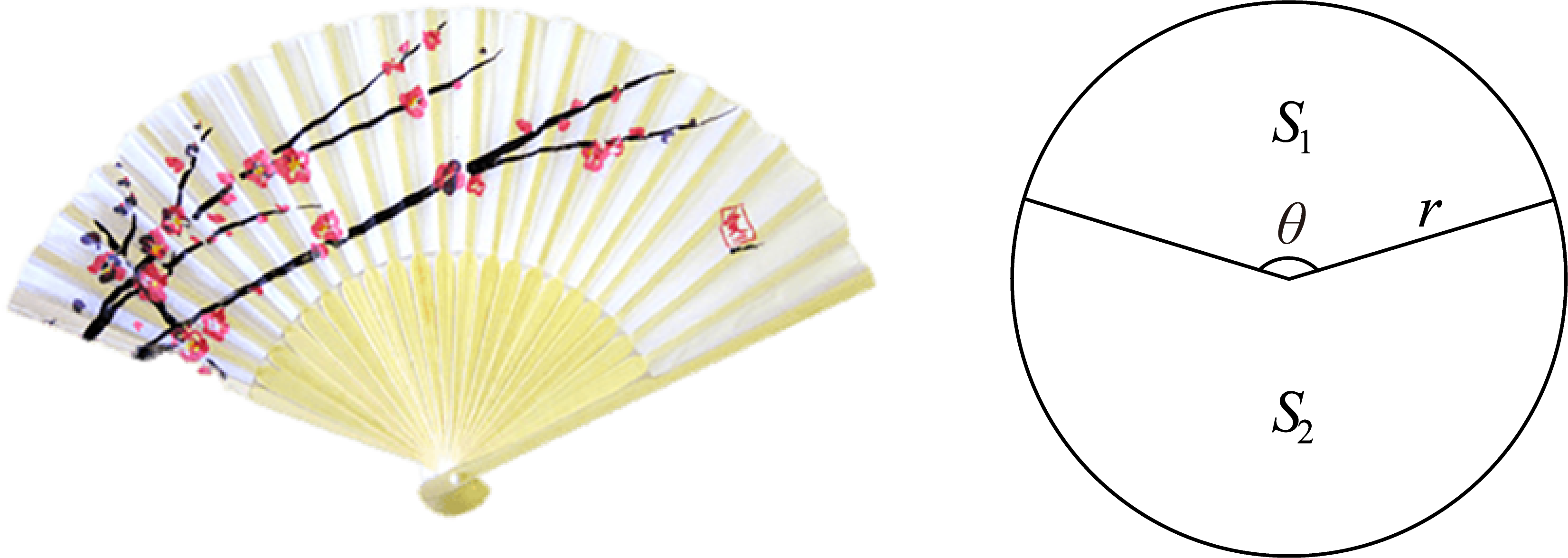
∵，

∴仅在内存在零点，即方程的解仅在内，

故.

故选：B.

5. 中国折扇有着深厚的文化底蕴.用黄金分割比例设计一把富有美感的纸扇，如图所示，在设计折扇的圆心角时，可把折扇考虑为从一圆形(半径为)分割出来的扇形，使扇形的面积与圆的面积的乘积等于剩余面积的平方.则扇形的圆心角为( )



A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】计算出、，根据已知条件可得出关于的方程，结合可求得的值.

【详解】由题意可知，，则且，

即，整理可得，

由题意可知，，解得.

故选：C.

6. 若，，，则*a*，*b*，*c*的大小关系为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

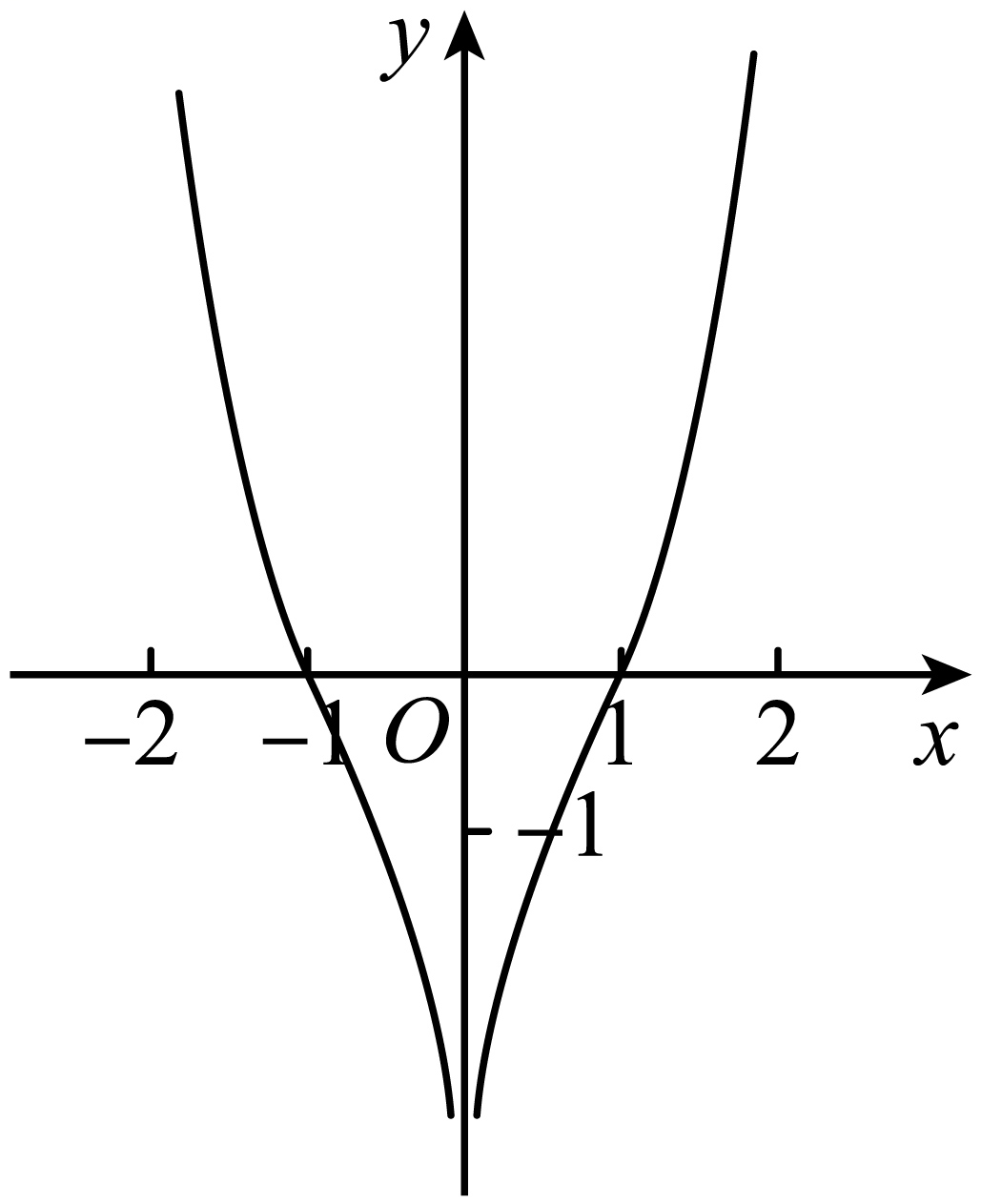
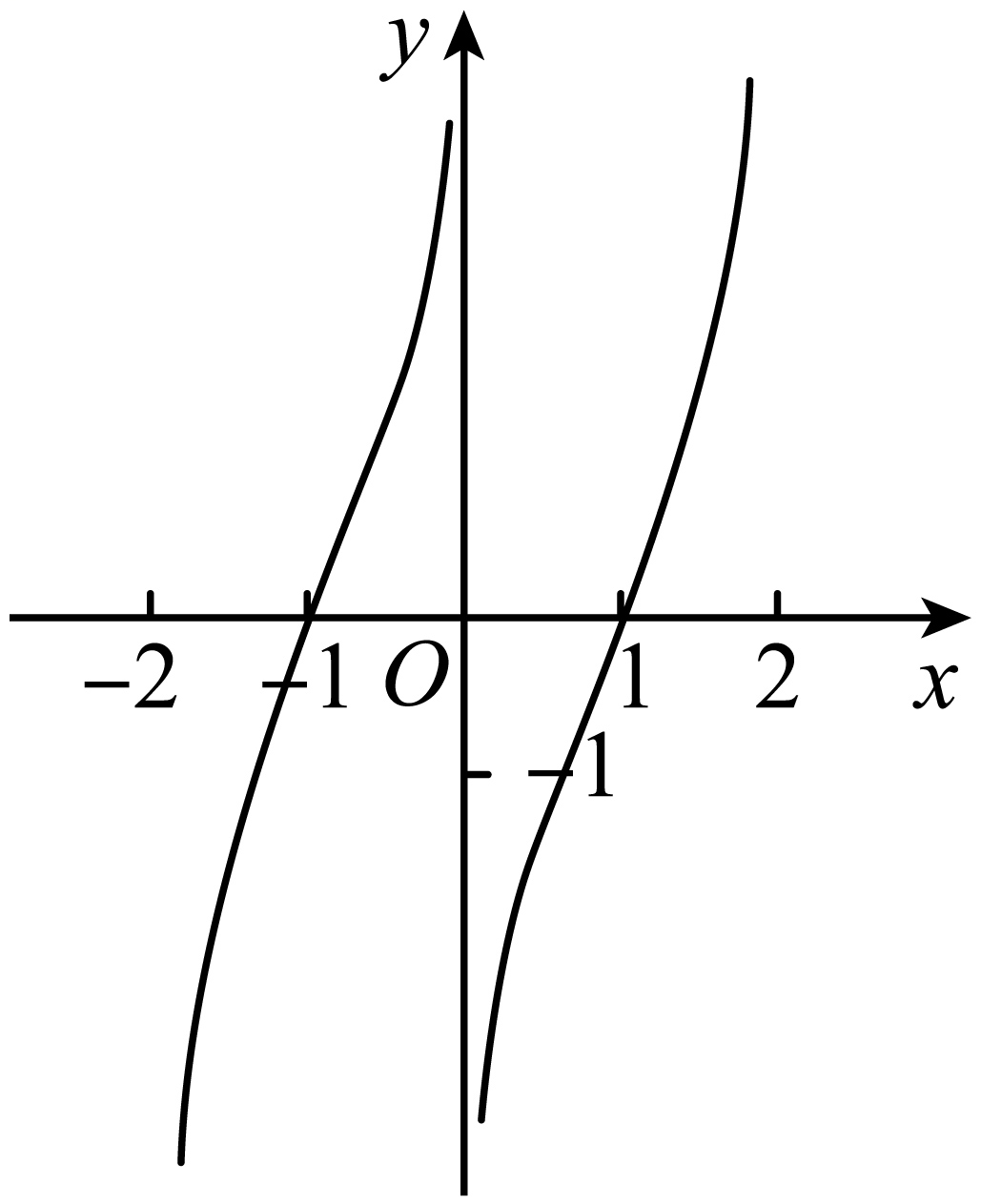
【解析】

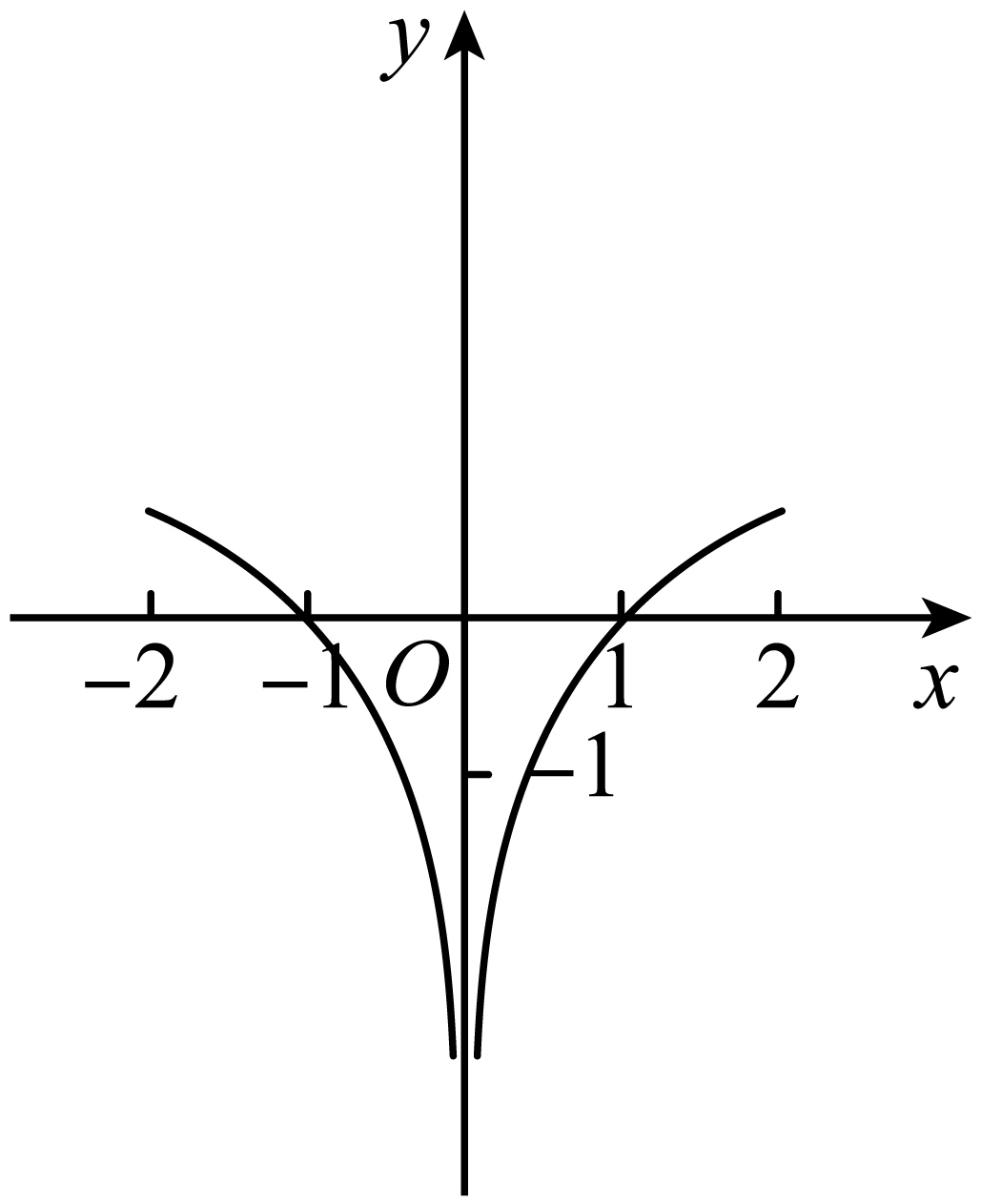
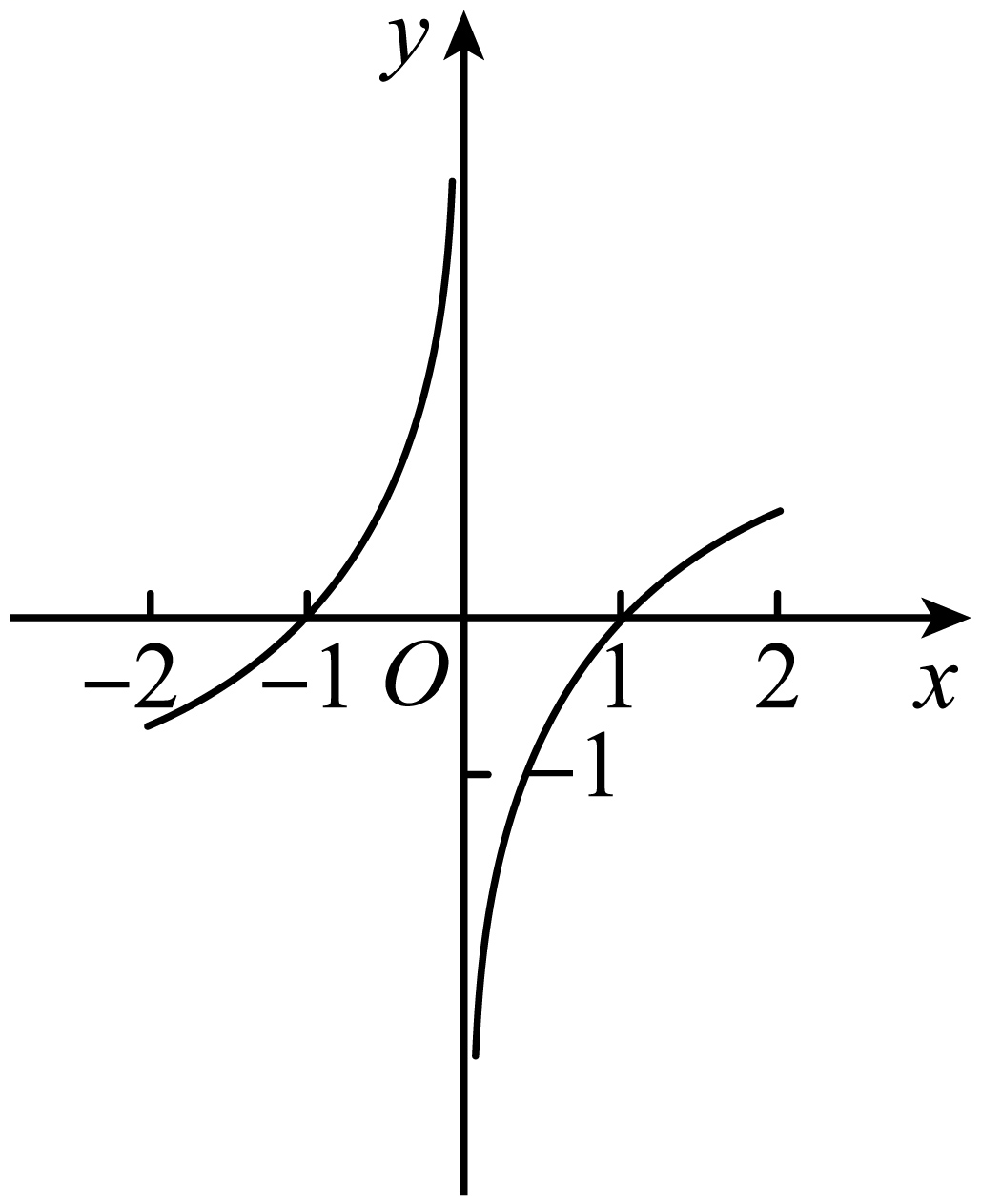
【分析】根据指数函数以及对数函数的单调性可得，根据三角函数的有界性可判断，即可求解.

【详解】，，，所以，

故选：B

7. 函数的图象大致是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】分析函数的奇偶性及其在上的增长速度，结合排除法可得出合适的选项.

【详解】函数的定义域为，

当时，，，

当时，，，

故对任意的，，所以，函数为偶函数，排除BD选项；

当时，，则函数在的增长速度快于函数的增长速度，排除C选项.

故选：A.

8. 已知函数，正实数*a*，*b*满足，则的最小值为( )

A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

【答案】B

【解析】

【分析】先证明函数为奇函数，由可得，再利用基本不等式求的最小值.

【详解】，函数定义域为R，关于原点对称，

，

所以为奇函数，有，由解析式可以看出单调递增，

由，得，即，

为正实数，则有，当且仅当即时等号成立，

则有，所以，

得，当且仅当时等号成立，则的最小值为4.

故选：B.

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 下列命题为真命题的是( )

A. 若，则 B. 若，则

C. 若，则 D. 若，，则

【答案】BC

【解析】

【分析】对A、B、D：根据不等式的性质结合作差法分析判断；对C：根据指数函数单调性分析判断.

【详解】对A：当时，若，则；

当时，则，A为假命题；

对B：∵，

若，则，

∴，即，B为真命题；

对C：∵在定义域内单调递增，

若，则，C为真命题；

对D：∵，

若，则，即，

当时，则；

当时，则；D为假命题.

故选：BC.

10. 已知，，则下列等式正确的是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】ABD

【解析】

【分析】利用同角三角函数的平方关系可判断AB选项；求出、的值，可判断CD选项的正误.

【详解】因为，则.

对于A选项，，可得，A对；

对于B选项，由A选项可知，，则，

所以，，则，B对；

对于C选项，，可得，则，C错；

对于D选项，，D对.

故选：ABD.

11. 已知函数，下列结论正确的是( )

A. 函数恒满足

B. 直线为函数图象的一条对称轴

C. 点是函数图象的一个对称中心

D. 函数在上为增函数

【答案】AC

【解析】

【分析】根据诱导公式可判断A选项；利用正切型函数的对称性可判断BC选项；利用正切型函数的单调性可判断D选项.

【详解】对于A选项， ， A正确；

对于B选项，函数无对称轴，B错；

对于C选项，由可得，

当时，可得，所以，点是函数图象的一个对称中心，C对；

对于D选项，当时，，

所以，函数在上不单调，D错.

故选：AC.

12. 已知函数，则下列结论正确的有( )

A. 若为锐角，则

B. 

C. 方程有且只有一个根

D. 方程的解都在区间内

【答案】BCD

【解析】

【分析】对A：利用放缩可得；对B：利用做差法分析判断；对C：根据函数的单调性分析判断；对D：分类讨论，结合零点存在性定理分析判断.

【详解】对A：若为锐角，则，可得，

故，A错误；

对B：当时，，

故，即，B正确；

对C：∵，且在上单调递增，

∴，解得，C正确；

对D：构建，则在上连续不断，则有：

当时，则，故，可得在内无零点；

当时，则，故，可得在内无零点；

当时，则，故在区间内存在零点；

综上所述：只在区间内存在零点，即方程的解都在区间内，D正确.

故选：BCD.

【点睛】方法点睛：判断函数零点的方法

(1)直接求零点：令*f*(*x*)＝0，则方程解的个数即为零点的个数．

(2)零点存在性定理：利用该定理不仅要求函数在[*a*，*b*]上是连续曲线，且*f*(*a*)·*f*(*b*)<0，还必须结合函数的图象和性质(如单调性)才能确定函数有多少个零点．

(3)数形结合：对于给定的函数不能直接求解或画出图形，常会通过分解转化为两个函数图象，然后数形结合，看其交点的个数有几个，其中交点的横坐标有几个不同的值，就有几个不同的零点．

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. \_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】##

【解析】

【分析】利用对数的运算性质计算可得所求代数式的值.

【详解】原式.

故答案：.

14. 已知函数对任意实数恒成立，则实数的范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】对任意实数恒成立，则，讨论与0的大小可得答案.

【详解】因对任意实数恒成立，则.

当时，符合题意；

当时，；

当时，.

综上，.

故答案为：

15. 已知某种果蔬的有效保鲜时间(单位：小时)与储藏温度(单位：℃)近似满足函数关系(*a*，*b*为常数，e为自然对数底数)，若该果蔬在7℃的保鲜时间为216小时，在28℃的有效保鲜时间为8小时，那么在14℃时，该果蔬的有效保鲜时间大约为\_\_\_\_\_\_\_小时.

【答案】72

【解析】

【分析】根据题意列出方程组，求出，确定函数解析式，再代入求值即可.

【详解】由题意得：，①÷②得：，故，

则，，故

故当时，.

故答案为：72

16. 已知函数，则的值域为\_\_\_\_\_\_\_\_﹔函数图象的对称中心为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】 ①.  ②. 

【解析】

【分析】将函数的解析式变形为，结合不等式的基本性质可求得的值域；利用函数对称性的定义可求得函数的对称中心的坐标.

【详解】因为，则，所以，，

所以，函数的值域为，

因为，则，

因此，函数图象的对称中心为.

故答案为：；.

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 已知集合，.

(1)若，求；

(2)若“”是“”的充分不必要条件，求实数的取值范围.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)分别解出集合中的不等式，得到两个集合，再取交集；

(2)依题意有有，列方程组求实数的取值范围.

【小问1详解】

，若，，

，

.

【小问2详解】

因为“”是“”的充分不必要条件，有*A*是*B*的真子集

可得等号不同时取，解得，

所以实数的取值范围为

18. 已知，.

(1)求的值；

(2)若角的终边与角关于轴对称，求的值.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)利用平方关系式求出和，再根据商数关系式求出；

(2)根据角的终边与角关于轴对称，推出，，，，再根据诱导公式化简所求式子，代入可求出结果.

【小问1详解】

因为，所以，

由，得，得，

得，得或，

当时，由得，不符合题意；

当时，由得，所以.

小问2详解】

若角的终边与角关于轴对称，则，，即，，

所以,,,,





.

19. 用“五点法”作函数在一个周期内的图象时，列表计算了部分数据：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 2 | 0 | *d* | 0 |

(1)请根据上表数据，求出函数的表达式并写出表内实数*a*，*b*，*c*，*d*的值；

(2)请在给定的坐标系内，作出函数在一个周期内的图象；

(3)若存在，使得成立，求实数的取值范围.

【答案】(1)，

(2)图象见详解 (3)

【解析】

【分析】(1)根据表中数据结合正弦函数性质运算求解；

(2)根据题意结合五点作图法作图；

(3)以为整体，结合正弦函数求的值域，再结合存在性问题分析求解.

【小问1详解】

由题意可得：，即，

设函数的最小正周期为，则，即，

可得，

∵，解得，

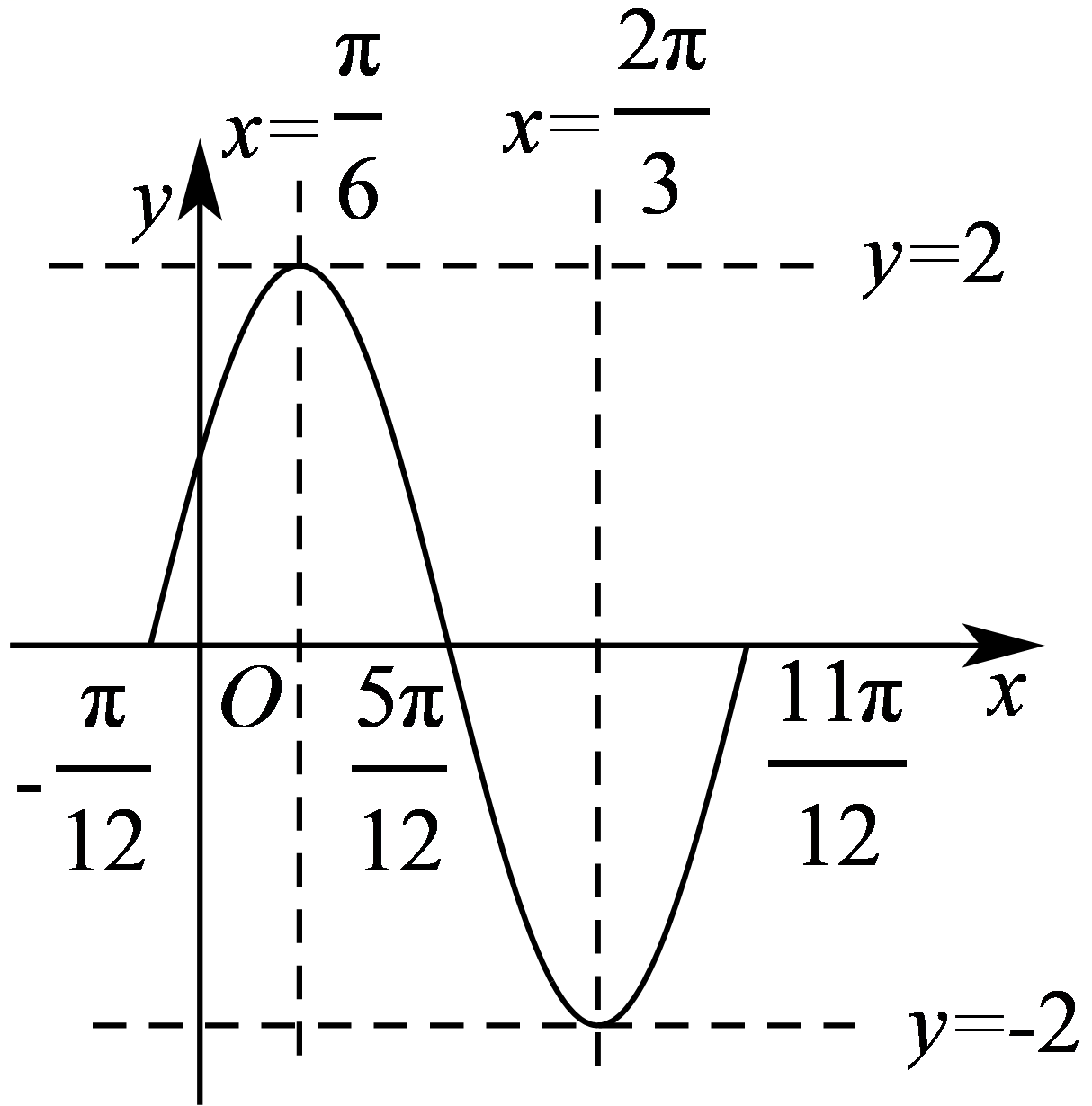
故，.

【小问2详解】

补全表格得：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 2 | 0 |  | 0 |

则函数在一个周期内的图象如图所示：

【小问3详解】

∵，则，可得，

∴，

若存在，使得成立，则，即，

故实数的取值范围.

20. 已知函数(且).

(1)求函数的奇偶性；

(2)若关于的方程有实数解，求实数的取值范围.

【答案】(1)奇函数 (2)

【解析】

【分析】(1)求出函数的定义域，利用函数奇偶性的定义可得出结论；

(2)由可得出，求出函数在上的值域，可得出实数的取值范围.

【小问1详解】

解：对于函数，有，则，解得，

所以函数的定义域为，

，故函数为奇函数.

【小问2详解】

解：由可得，

则，

令，其中，

因为函数、在上为增函数，故函数在上为增函数，

当时，，

因此，实数的取值范围是.

21. 某企业参加国际商品展览会，向主办方申请了平方米的矩形展位，展位由展示区(图中阴影部分)和过道(图中空白部分)两部分组成，其中展示区左右两侧过道宽度都为米，前方过道宽度为米.后期将对展位进行装修，其中展示区的装修费为元/平方米，过道的装修费为元/平方米.记展位的一条边长为米，整个展位的装修总费用为元.



(1)请写出装修总费用关于边长的表达式；

(2)如何设计展位的边长使得装修总费用最低?并求出最低费用.

【答案】(1)，其中

(2)当展位区域是边长为米的矩形区域时，装修费用最低为元

【解析】

【分析】(1)设展位靠墙的一边边长为米，则展示区靠墙的一边的边长为米，计算出展示区的面积，即可得出装修总费用关于边长的表达式；

(2)利用基本不等式可求得的最小值，利用等号成立的条件可得出结论.

【小问1详解】

解：设展位靠墙的一边边长为米，则展示区靠墙的一边的边长为米，

展示区另一边边长为米，由可得，

所以，

，

即，其中.

【小问2详解】

解：由基本不等式可得，

当且仅当时，等号成立，

因此，当展位区域是边长为米的矩形区域时，装修费用最小为元.

22. 已知函数，.

(1)判断并证明在上的单调性；

(2)当时，都有成立，求实数的取值范围；

(3)若方程在上有个实数解，求实数的取值范围.

【答案】(1)函数在上为增函数，证明见解析

(2)

(3)

【解析】

【分析】(1)判断出函数在上为增函数，然后任取、且，作差，因式分解后判断的符号，结合函数单调性的定义可证得结论成立；

(2)令，由可得出，利用对勾函数的单调性可求得实数的取值范围；

(3)令，令，分析可知函数在上有两个不等的零点，根据二次函数的零点分布可得出关于实数的不等式组，即可解得实数的取值范围.

【小问1详解】

证明：任取、且，则，

所以，

，

，所以，函数在上为增函数.

【小问2详解】

解：当时，令，

则，

则，由可得，

因为函数在上单调递增，所以，，

所以，实数的取值范围是.

【小问3详解】

解：对任意的，，

所以，函数为偶函数，

由(1)可知，函数在上为增函数，则该函数在上为减函数，

令，当时，，则，

由可得，

令，则函数在上有两个不等的零点，

所以，，解得.

因此，实数的取值范围是.