**唐山市2022~2023学年度高一年级第一学期学业水平调研考试**

**数学**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1. 已知集合，集合，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据指数函数的单调性求出集合，再根据交集的定义即可得解.

【详解】，

所以.

故选：B.

2. ( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】由诱导公式一求解即可.

【详解】

故选：A

3. 命题“，”的否定为( )

A. ， B. ，

C. ， D. ，

【答案】C

【解析】

【分析】根据含有一个量词的命题的否定，即可判断出答案.

【详解】由题意知命题“，”为存在量词命题，

其否定为全程量词命题，即，，

故选：C

4. 若幂函数的图象经过第三象限，则*a*的值可以是( )

A.  B. 2 C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据幂函数的图象和性质，一一判断各选项，即得答案.

【详解】当时，为偶函数，图象在第一和第二象限，

不经过第三象限，A不合题意；

当时，为偶函数，图象过原点分布在第一和第二象限，

图象不经过第三象限，B不合题意；

当时，，图象过原点分布在第一象限，不经过第三象限，C不合题意；

当时，为奇函数，图象经过原点和第一、三象限，D符合题意，

故选：D

5. 方程的解一定位于区间( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】令，再根据零点的存在性定理即可得出答案.

【详解】令，定义域为，

因为函数在都是增函数，

所以函数在是增函数，

又因，则，

所以函数在区间上，

即方程的解一定位于区间上.

故选：C.

6. 已知函数满足，则( )

A.  B. 1 C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】分别令，，然后解方程组可得.

【详解】分别令，，则，解得.

故选：A

7. 已知，则“”是“”成立的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】先解不等式，然后根据集合的包含关系可得.

【详解】不等式，解得

记，

因为，所以“”是“”成立充分不必要条件.

故选：A

8. 下列结论正确的是( )

A.  B. 

C. 若，则 D. 若，则

【答案】D

【解析】

【分析】根据指数函数的单调性即可判断A；根据指数函数与对数函数的单调性结合中间量法即可判断B；根据不等式的性质即可判断CD.

【详解】对于A，因为，所以，

即，故A错误；

对于B，因为，所以，故B错误；

对于C，当时，，

此时，故C错误；

对于D，若，则，所以，故D正确.

故选：D.

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分，在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得2分．**

9. 将函数图象上的所有点的横坐标缩短为原来的，纵坐标不变；再向右平移个单位长度，然后再向下平移2个单位长度，得到函数的图象，则( )

A.  B. 函数为奇函数

C. 的图象关于点对称 D. 的图象关于直线对称

【答案】BD

【解析】

【分析】根据周期变换和平移变换的原则求出函数的解析式，再根据正余弦函数的性质逐一判断即可.

【详解】函数图象上的所有点的横坐标缩短为原来的，

可得，

再向右平移个单位长度，

可得，

然后再向下平移2个单位长度，可得，故A错误；

，

因为，

所以函数为奇函数，故B正确；

因为，所以点不是函数的对称中心，故C错误；

因为，所以的图象关于直线对称，故D正确.

故选：BD.

10. 已知关于*x*的不等式的解集为，则下列结论正确的是( )

A. 

B. 

C. 

D. 关于*x*的不等式的解集为

【答案】BC

【解析】

【分析】根据一元二次不等式的解与一元二次方程根的关系，即可由根与系数的关系得，进而结合选项即可求解.

【详解】由不等式的解集为，所以和1是方程的两个根，由根与系数的关系可得 ，解得

，

故A错误，B正确，，故C正确，

不等式变为，解得，故D错误，

故选：BC

11. 定义域为**R**的函数满足，，当时，，已知，则( )

A. 的最大值是1 B. 

C.  D. 与的图像有4个交点

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据的对称性以及周期性即可判断ABC,根据画图，即可根据

函数图象的交点个数求解.

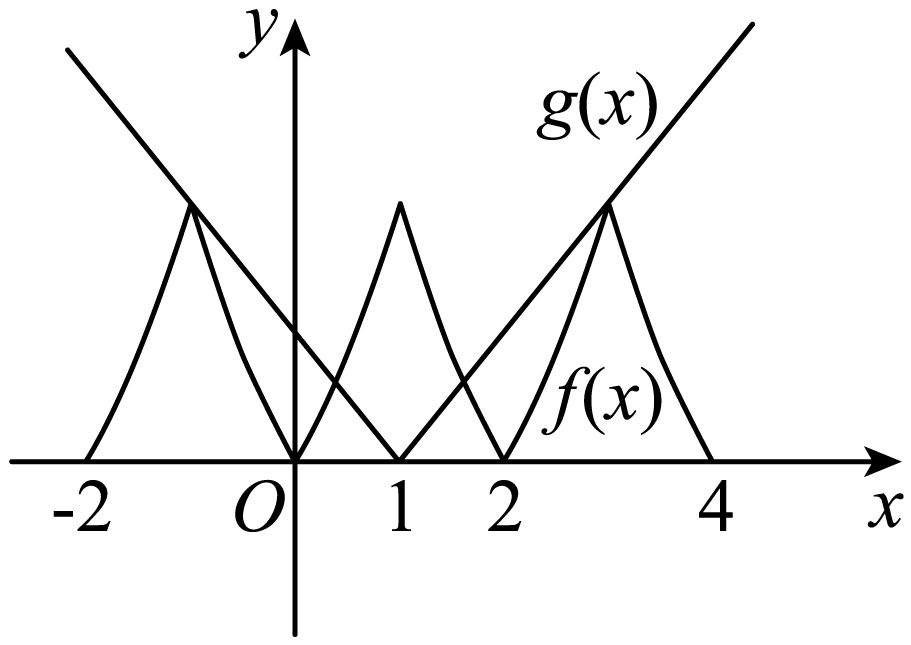
【详解】对于A，由于在单调递增,故此时，由可知关于对称，故的最大值也为1,又知是周期为2的周期函数，因此在定义域内，，故A正确，

对于B,，所以，故B错误，

对于C, ，故C正确，

对于D，在同一直角坐标系中，画出的图象如下图，即可根据图象得两个函数图象有4个交点，故D正确.

故选：ACD



12. 对任意的锐角，，下列不等关系中正确的是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】AD

【解析】

【分析】根据和角公式结合正弦余弦函数的性质判断AB；取判断C；由结合余弦函数的单调性判断D.

【详解】因为，是锐角，所以，，故A正确，B错误；

当时，，，(其中)，，故C错误；

因，是锐角，则，而函数在上单调递减，于是得，又，有，D正确.

故选：AD

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13. \_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】直接利用对数的换底公式求解即可.

【详解】

.

故答案为：.

14. 已知，，则\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】根据诱导公式以及同角关系可得，由正切的二倍角公式即可代入求解.

【详解】由得，由可得，故 ，

由二倍角公式得，

故答案：

15. 已知正数满足，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】9

【解析】

【分析】利用基本不等式，结合解一元二次不等式，即可求得答案.

【详解】对于正数,有,当且仅当时取得等号，

故由得，即，

所以，故或(舍去),

故，即的最小值为9，当且仅当时取最小值，

故答案为：9

16. 已知函数

①当时，不等式的解集为\_\_\_\_\_\_；

②若是定义在**R**上的增函数，则实数*m*的取值范围为\_\_\_\_\_\_．

【答案】 ①.  ②. 

【解析】

【分析】①分类讨论解分段函数不等式；②分段函数单调递增等价于各分段单调递增以及分段处单调递增，分别根据二次函数性质、幂函数性质列式求解即可.

【详解】①时，，由得*x*无解，或.

故所求解集为；

②是定义在**R**上的增函数等价于单调递增，单调递增，且，

则有，故实数*m*的取值范围为.

故答案为：；.

**四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17. 已知全集，集合，．

(1)当时，求，；

(2)若，求实数*a*的取值范围．

【答案】(1)，

(2)

【解析】

【分析】(1)先解不等式得集合*A*，然后根据集合运算可得；

(2)利用数轴分析可解.

【小问1详解】

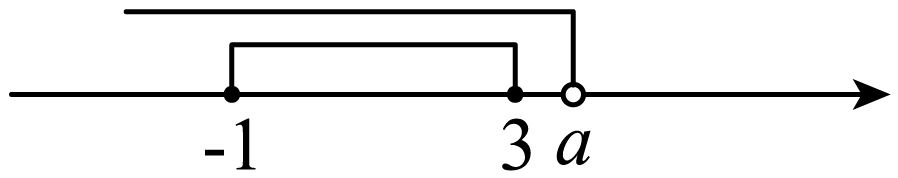
解不等式，得

当时，，所以

因为，所以

【小问2详解】

因为，所以



所以，即实数*a*的取值范围为

18. 已知函数，．

(1)求的单调递增区间；

(2)求在区间内的最小值及此时对应的*x*值．

【答案】(1)

(2)时，

【解析】

【分析】(1)先根据降幂公式和辅助角公式化简，然后由正弦函数的单调性可得；

(2)根据*x*的范围求得的范围，然后由正弦函数的性质可解.

【小问1详解】



由，得，

∴的单调递增区间为

【小问2详解】

因，所以

故当，即时，

19. 已知函数．

(1)判断在定义域内的单调性，并给出证明；

(2)求在区间内的值域．

【答案】(1)单调递减，证明见解析

(2)

【解析】

【分析】(1)利用复合函数的单调性性质，结合对数函数与反比例函数的单调性，可得答案，利用单调性的定义证明即可；

(2)根据(1)所得的函数单调性，可得其最值，可得答案.

【小问1详解】

由函数，则函数在其定义域上单调递减.

证明如下：

由函数，则，，，解得，即函数的定义域为，

取任意，设，

，

由，则，即，故，

所以，则函数在其定义域上单调递减.

【小问2详解】

由(1)可知函数在其定义域上单调递减，则函数在上，，

所以函数在上的值域为.

20. 某企业投资生产一批新型机器，其中年固定成本为2000万元，每生产百台，需另投入生产成本万元．当年产量不足46百台时，；当年产量不小于46百台时，．若每台设备售价5万元，通过市场分析，该企业生产的这批机器能全部销售完．

(1)求该企业投资生产这批新型机器的年利润所(万元)关于年产量*x*(百台)的函数关系式(利润＝销售额－成本)；

(2)这批新型机器年产量为多少百台时，该企业所获利润最大？并求出最大利润．

【答案】(1)

(2)年产量为40百台时，该企业所获利润最大,最大利润是2800万元.

【解析】

【分析】(1)分和两种情况分别求出年利润所(万元)关于年产量*x*(百台)的函数关系式，即得答案；

(2)根据(1)的结论，分段求出函数的最大值，比较大小，即可求得答案.

【小问1详解】

由题意可得∶当时，，

当时

所以年利润*y*(万元)关于年产量*x*(百台)的函数关系式为：

.

【小问2详解】

由(1)得时，，

此时(百台)时，(万元)，

当时， ，

当且仅当，即时等号成立，(万元)，

而，故(百台)时，利润最大，

综上所述：年产量为40百台时，该企业所获利润最大,最大利润是2800万元.

21. 已知定义域为的偶函数，当时，．

(1)求实数*a*的值及的解析式；

(2)解关于*t*的不等式．

【答案】(1)，

(2)

【解析】

【分析】(1)根据偶函数定义域关于原点对称即可求出，令，则，根据函数为偶函数即可求得时，函数的解析式，即可得解；

(2)先判断函数在上的单调性，再根据函数的奇偶性和单调性解不等式即可，注意函数的定义域.

【小问1详解】

因为定义域为的偶函数，

所以，解得，

则函数的定义域为，

又当时，即当时，，

令，则，

，

所以；

【小问2详解】

当时，，

因为函数在上都是减函数，

所以函数在上是减函数，

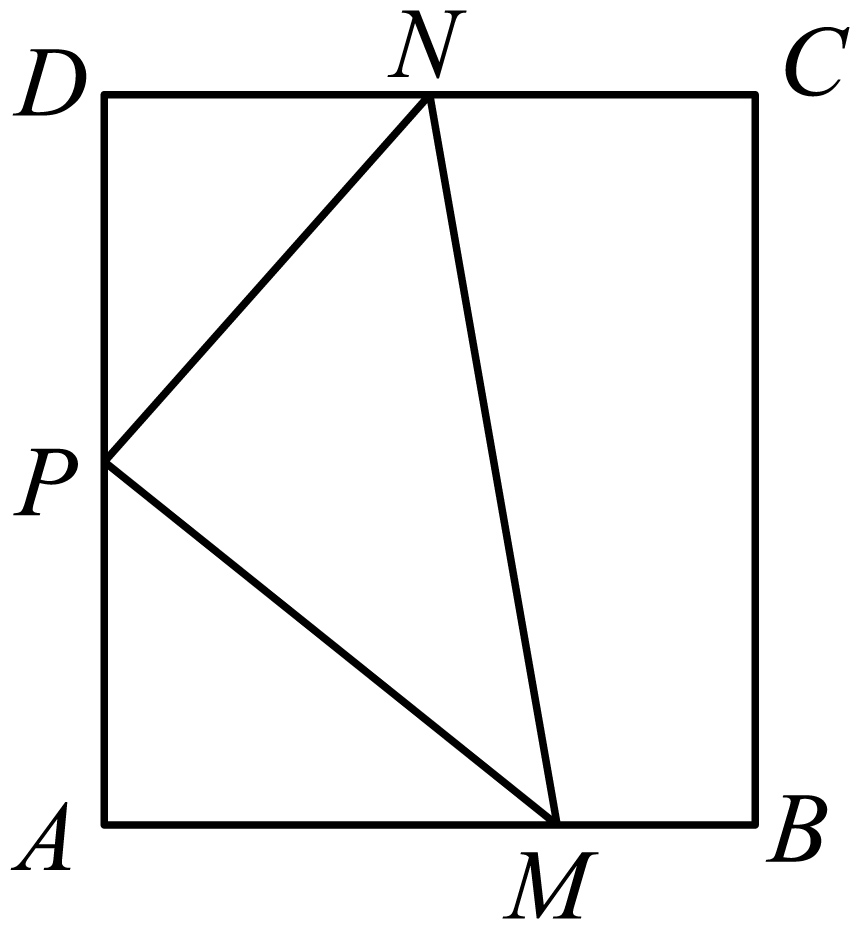
又函数函数是定义在上的偶函数，

所以关于*t*的不等式，

即为，解得，

所以关于*t*的不等式的解集为.

22. 如图，长方形*ABCD*，，，的直角顶点*P*为*AD*中点，点*M*、*N*分别在边*AB*，*CD*上，令．



(1)当时，求梯形*BCNM*的面积*S*；

(2)求的周长*l*的最小值，并求此时角的值．

【答案】(1)

(2)当时，.

【解析】

【分析】(1)在中，由直角三角形的边角关系得出，进而得出梯形*BCNM*的面积*S*；

(2)由直角三角形的边角关系以及勾股定理得出，再由换元法结合正弦函数的性质求解即可.

【小问1详解】



，，





【小问2详解】

由(1)可知，





，，

令，则，即

当，即时，.