**2022-2023学年度高一年级上学期期中考试**

**数学学科**

**第Ⅰ卷(选择题共60分)**

**一、单项选择题(本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)**

1. 已知集合，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】由题意求出集合的交集即可.

【详解】由题意，

所以，

故选：A.

【点睛】本题主要考查集合的交并补运算，属于简单题.

2. 下列函数中，与 是同一个函数的是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据函数的概念，结合函数的定义域与对应法则，逐项分析即得.

【详解】对于A，函数，与函数的定义域不同，不是同一个函数；

对于 B，函数，与函数的定义域相同，对应关系也相同，是同一个函数；

对于 C，函数，与函数的对应关系不同，不是同一个函数；

对于 D，函数，与函数的定义域不同，不是同一个函数.

故选：B.

3. 命题“有实数解”的否定是( )

A. 无实数解 B. 有实数解

C. 有实数解 D. 无实数解

【答案】D

【解析】

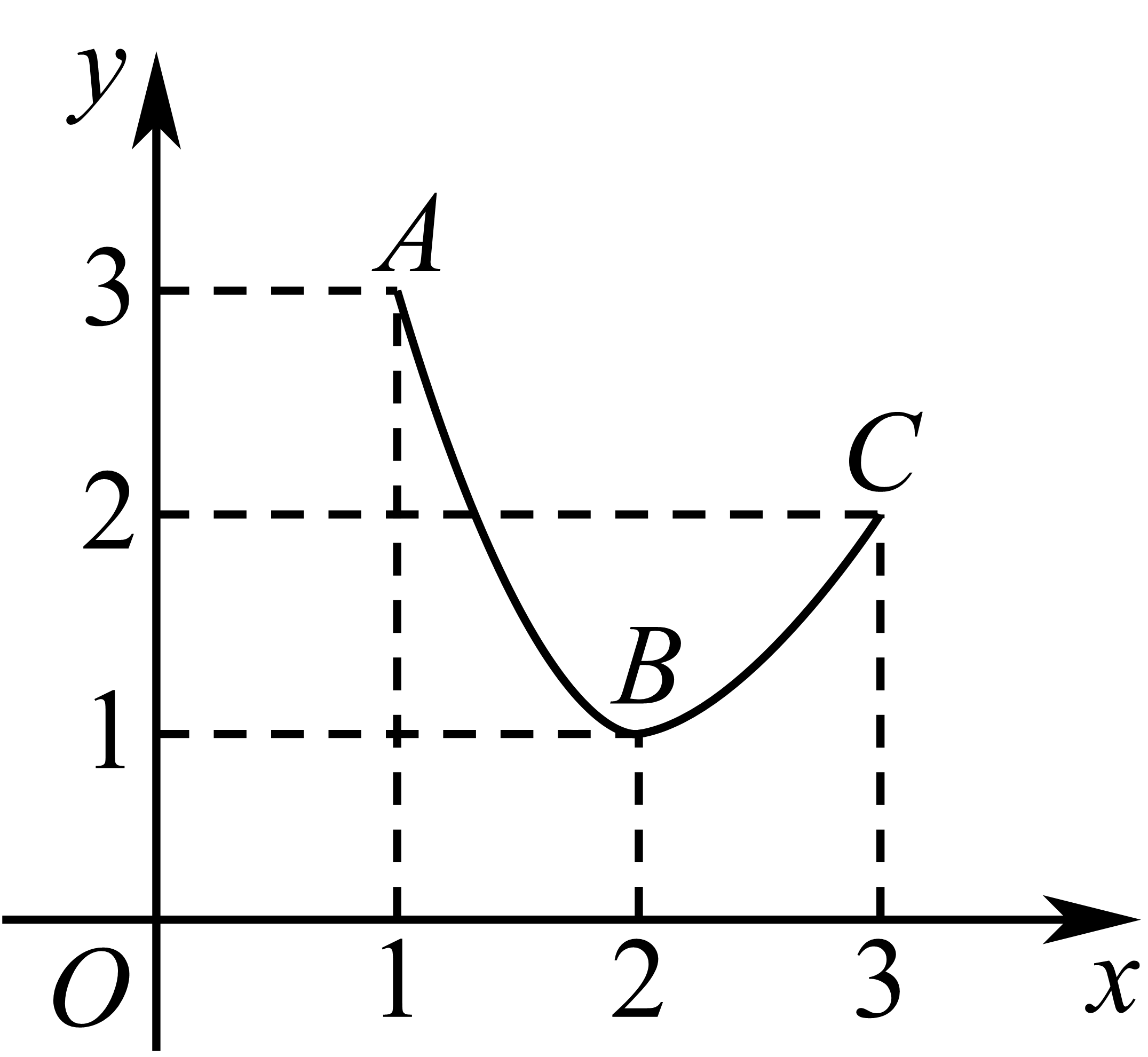
【分析】根据全称量词命题的否定是存在量词命题即可求解.

【详解】因为全称量词命题的否定是存在量词命题，所以“有实数解”的否定是“无实数解”．

故选:D．

4. 已知函数的对应关系如下表所示，函数的图像是如图所示的曲线，则的值为( )

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *x* | 1 | 2 | 3 |
|  | 2 | 3 | 0 |



A. 3 B. 0 C. 1 D. 2

【答案】A

【解析】

【分析】根据题意，由的图像求出，再由求解即可.

【详解】根据题意，由函数的图像，可得，

则

故选：A．

5. 已知定义域为，则的定义域为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据复合函数的定义域求解规则求解即可.

【详解】解：因为定义域为，

所以函数的定义域为，

所以，的定义域为需满足，解得.

所以，的定义域为.

故选：A

6. 下列说法正确的是( )

A. 不等式的解集为

B. 若，则函数的最小值为2

C. 若实数，，满足，则

D. 当时，不等式恒成立，则的取值范围是

【答案】C

【解析】

【分析】求出不等式的解集判断A；由基本不等式等号成立的条件以及函数的单调性可判断B；利用不等式的性质可判断C；举反例判断D．

【详解】对于A，不等式的解集为或，故A不正确；

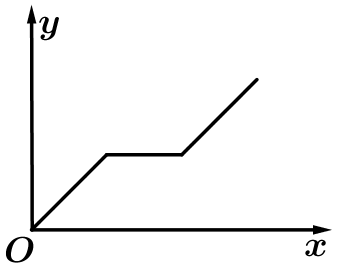
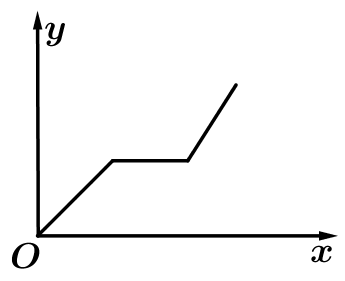
对于B，令，则函数,当且仅当 时取等号，此时无解，故取不到最小值2，所以函数的最小值不可能是2，故B错误，

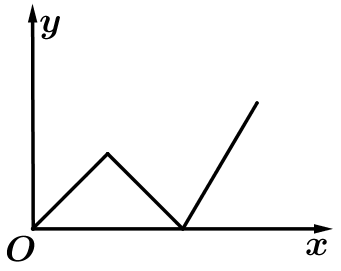
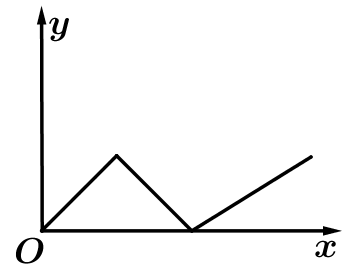
对于C，若，则， 故C正确；

对于D，当时，时，不等式恒成立，故D不正确．

故选：C

7. 因为疫情原因，某校实行凭证入校，凡是不带出入证者一律不准进校园，某学生早上上学，早上他骑自行车从家里出发离开家不久，发现出入证忘在家里了，于是回到家取上出入证，然后改为乘坐出租车以更快的速度赶往学校，令*x*(单位：分钟)表示离开家的时间，*y*(单位：千米)表示离开家的距离，其中等待红绿灯及在家取出入证的时间忽略不计，下列图象中与上述事件吻合最好的是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据它离家的距离与离开的速度判断．

【详解】中途回家取证件，因此中间有零点，排除AB，第二次离开家速度更大，直线的斜率更大，只有C满足．

故选：C．

8. 已知函数，若对任意，不等式恒成立，则实数的取值范围是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】先由解析式得到在上单调递增，由于，结合可得到在，恒成立，即可得到答案．

【详解】，

因为在上单调递增，在上单调递增，

所以在上单调递增，

因为，且，

所以，所以，即在，恒成立，

所以，即，解得，

所以实数的取值范围是

故选：B

**二、多项选择题(本题共4小题，每小题5分，共20分，在每小题给出的选项中，有多项是符合题目要求，全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分)**

9. 设函数，当为增函数时，实数的值可能是( )

A. 2 B.  C.  D. 1

【答案】CD

【解析】

【分析】由题知，且，进而解不等式即可得,再结合选项即可得答案.

【详解】 解：当时，为增函数，则，

当时，为增函数，

故为增函数，则，且，解得，

所以，实数的值可能是内的任意实数.

故选：CD.

10. 某校学习兴趣小组通过研究发现：形如(，不同时为0)的函数图象可以由反比例函数的图象经过平移变换而得到，则对函数的图象及性质，下列表述正确的是( )

A. 图象上点的纵坐标不可能为1

B. 图象关于点成中心对称

C. 图象与*x*轴无交点

D. 函数在区间上单调递减

【答案】ABD

【解析】

【分析】化简得到，结合反比例函数的性质可得到结果.

【详解】，则函数的图象可由的图象先向右平移一个单位长度，再向上平移一个单位长度得到，

∴图象上点的纵坐标不可能为1，A正确；图象关于点成中心对称，B正确；图象与轴的交点为，C不正确；函数在区间上单调递减, D正确..

故选：ABD．

11. 已知，是正数，且，下列叙述正确的是( )

A. 的最大值为

B. 的最小值为

C. 的最大值为

D. 的最小值为

【答案】ABD

【解析】

【详解】因为是正数，且，

所以不等式可知，即，得，

当且仅当，即取得等号，

所以的最大值为，所以A正确;

因为是正数，且，

所以，且，

所以，

当时有最小值为，

所以B正确;

由以上知，且，

所以，

因为，即，

当且仅当即时取等号，因为

所以等号不成立，即，

所以C错误;

因为，

当且仅当，即，

解得时等号成立，即，

所以的最小值为，

所以D正确.

故选:ABD.

12. 德国著名数学家狄利克雷(*Dirichlet*，1805~1859)在数学领域成就显著.19世纪，狄利克雷定义了一个“奇怪的函数”其中为实数集，为有理数集．则关于函数有如下四个命题，正确的为( )

A. 对任意，都有

B. 对任意，都存在，

C. 若，，则有

D. 存在三个点，，，使为等腰直角三角形

【答案】BC

【解析】

【分析】根据函数的定义以及解析式，逐项判断即可．

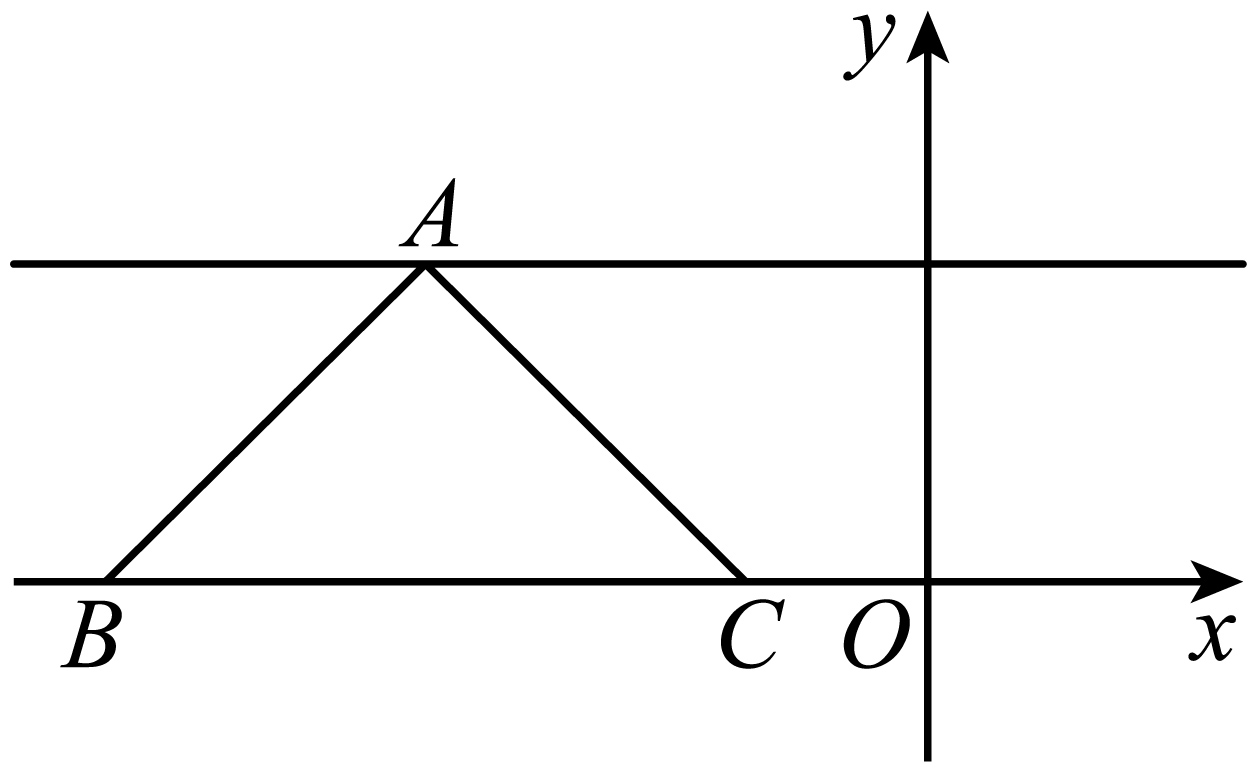
【详解】解：对于A选项，当，则，此时，故A选项错误；

对于B选项，当任意时，存，则，故；当任意时，存在，则，故，故对任意，都存在，成立，故B选项正确；

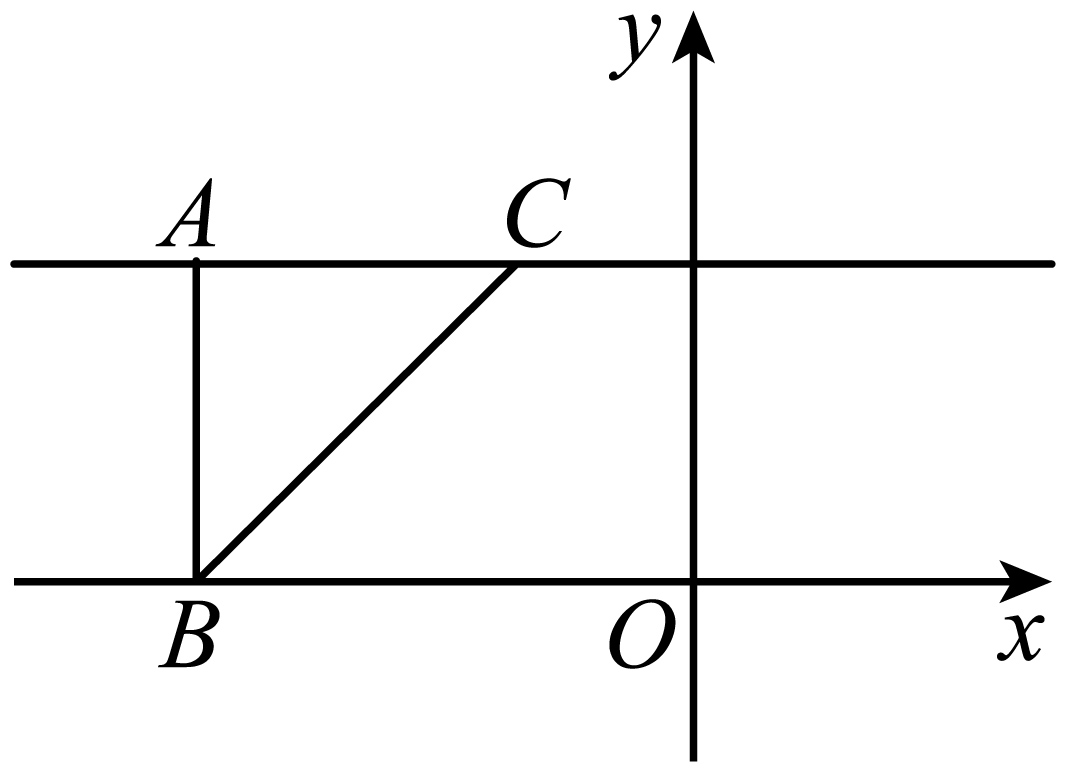
对于C选项，根据题意得函数的值域为，当，时，，故C选项正确；

对于D选项，要为等腰直角三角形，只可能为如下四种情况：

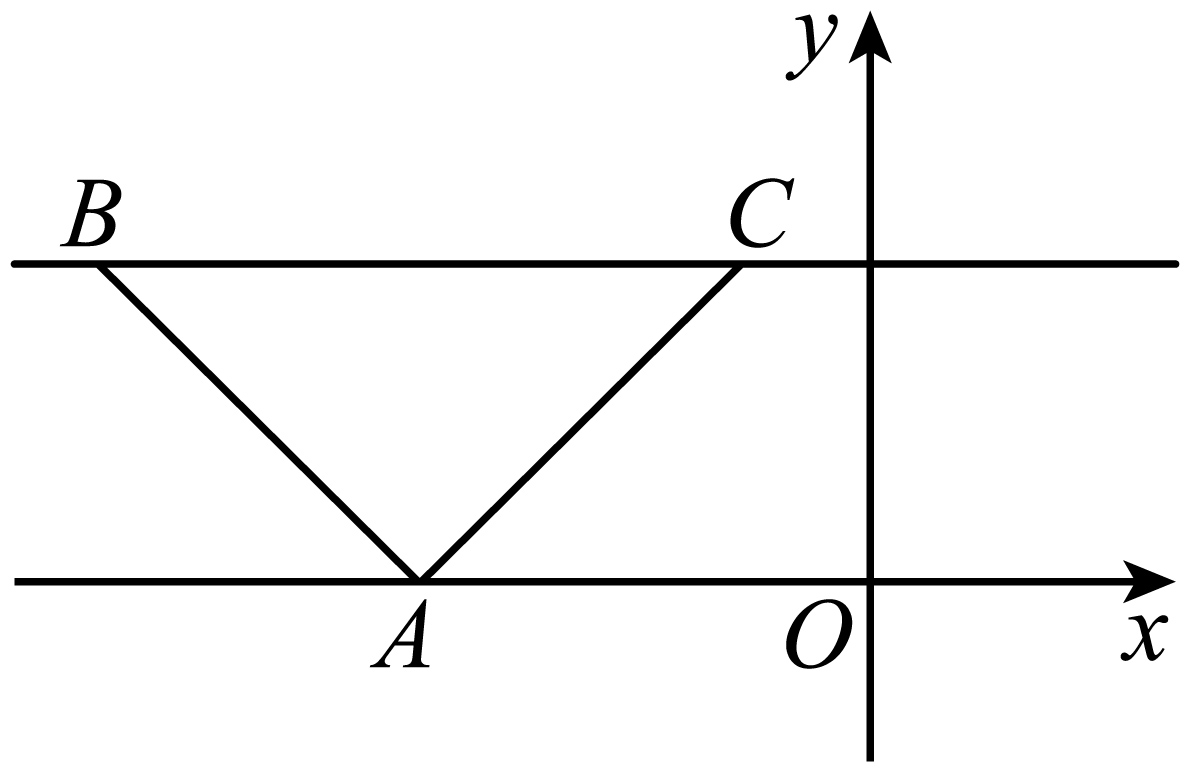
①直角顶点在上，斜边在轴上，此时点，点的横坐标为无理数，则中点的横坐标仍然为无理数，那么点的横坐标也为无理数，这与点的纵坐标为1矛盾，故不成立；



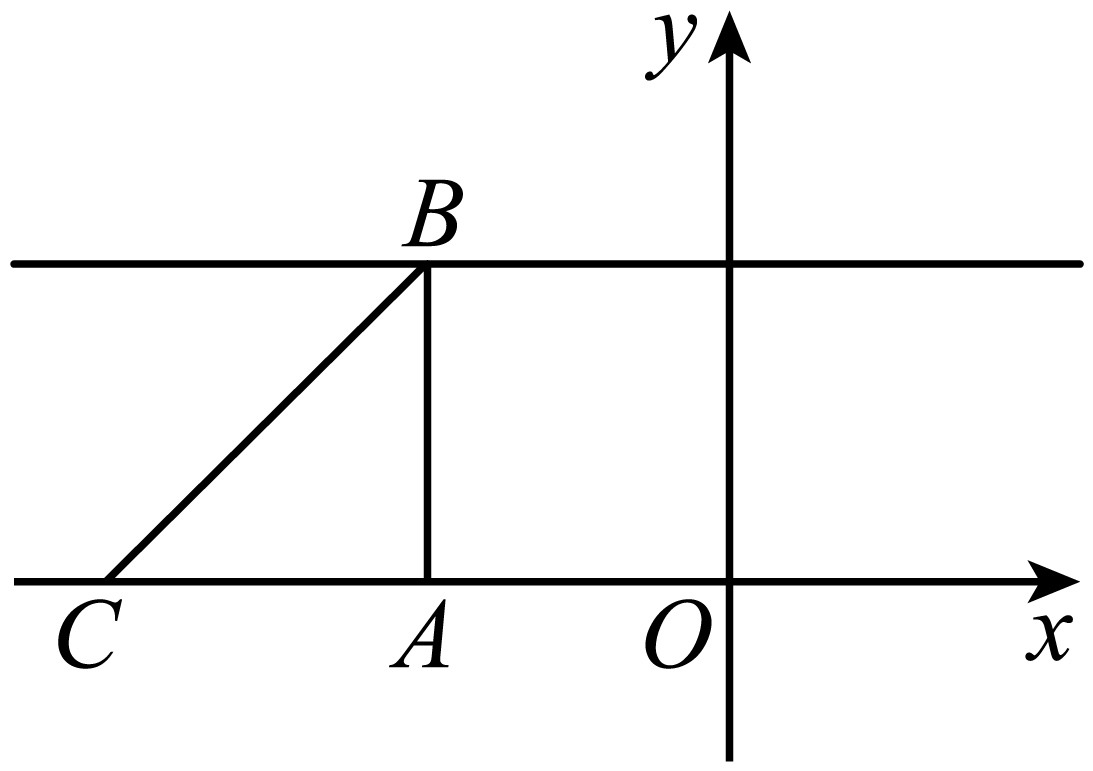
②直角顶点在上，斜边不在轴上，此时点的横坐标为无理数，则点的横坐标也应为无理数，这与点的纵坐标为1矛盾，故不成立；



③直角顶点在轴上，斜边在上，此时点，点的横坐标为有理数，则中点的横坐标仍然为有理数，那么点的横坐标也应为有理数，这与点的纵坐标为0矛盾，故不成立；



④直角顶点在轴上，斜边不在上，此时点的横坐标为无理数，则点的横坐标也应为无理数，这与点的纵坐标为1矛盾，故不成立．



综上，不存在三个点，，，使得为等腰直角三角形，故选项D错误．

故选：BC.

【点睛】本题考查函数的新定义问题，考查数学推理与运算等核心素养，是难题.本题D 选项解题的关键是根据题意分直角顶点在上，斜边在轴上；直角顶点在上，斜边不在轴上；直角顶点在轴上，斜边在上；直角顶点在轴上，斜边不在上四种情况讨论求解.

**第Ⅱ卷(共90分)**

**三、填空题(本题共4小题，每小题5分，共20分)**

13. “”是“”的\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_条件(填“充分不必要”“必要不充分”“充要”或“既不充分也不必要”)

【答案】充分不必要

【解析】

【分析】首先解一元二次不等式，再根据充分条件、必要条件的定义判断即可；

详解】解：由，即，解得，

因为，

所以由推得出，即充分性成立；

由推不出，即必要性不成立；

所以“”是“”充分不必要条件；

故答案为：充分不必要

14. 已知，若函数在上随增大而减小，且图像关于轴对称，则\_\_\_\_\_\_\_

【答案】

【解析】

【分析】利用幂函数的单调性、奇偶性与参数之间的关系可得出的值.

【详解】若函数在上递减，则.

当时，函数为偶函数，合乎题意；

当时，函数为奇函数，不合乎题意.

综上所述，.

故答案为：.

15. 函数在区间上有，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】令，由奇偶性定义可知为奇函数，由可构造方程求得结果.

【详解】令，

，

为定义在上的奇函数，

又，，.

故答案为：.

16. 已知函数为定义在上的奇函数，满足对，，其中，都有，且，则不等式的解集为\_\_\_\_\_\_\_\_(写成集合或区间的形式)

【答案】

【解析】

【分析】根据题意构造，判定函数的单调性和奇偶性，利用赋值法得到，再通过单调性和奇偶性求得不等式的解集.

【详解】解：因为，

所以当时，，

令，

则在上单调递增，

又因为为定义在**R**上的奇函数,

所以，

所以是偶函数，且在上单调递减，

因为，

所以，

等价于或，

所以或，

即不等式的解集为.

故答案：.

**四、解答题：(本题共6小题，共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)**

17. 已知函数的定义域为*A*，集合.

(1)当时，求；

(2)若，求*a*的取值范围.

【答案】(1)或

(2)

【解析】

【分析】(1)求出定义域，得到，进而计算出及；

(2)分与，列出不等式，求出*a*的取值范围.

【小问1详解】

要使函数有意义，则，解得：，

所以集合.

，

∴，

∴或，

∴或；

【小问2详解】

，

①当时，，即，满足题意；

②当时，由，得，解得：，

综上所述：*a*的取值范围为.

18. 已知幂函数(实数)的图像关于轴对称，且.

(1)求的值及函数的解析式；

(2)若，求实数的取值范围.

【答案】(1)，； (2).

【解析】

【分析】(1)由，得到，从而得到，又由，得出的值和幂函数的解析式；

(2)由已知得到且，由此即可求解实数的取值范围.

【详解】(1)由题意，函数(实数)的图像关于轴对称，且，

所以在区间为单调递减函数，

所以，解得，

又由，且函数(实数)的图像关于轴对称，

所以为偶数，所以，

所以.

(2)因为函数图象关于轴对称，且在区间为单调递减函数，

所以不等式，等价于且，

解得或，

所以实数的取值范围是.

【点睛】本题主要考查了幂函数的解析式的求解，以及幂函数的图象与性质的应用，其中解答中认真审题，熟练应用幂函数的图象与性质是解答的关键，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

19. 已知函数.

(1)若函数定义域为R，求*a*的取值范围；

(2)若函数值域为，求*a*的取值范围.

【答案】(1)；

(2).

【解析】

【分析】(1)根据二次根式的性质进行求解即可；

(2)根据函数值域的性质进行求解即可.

【小问1详解】

因为函数定义域为R，

所以在R上恒成立，

当时，，不符合题意；

当时，要想在R上恒成立，即在R上恒成立，

只需，

所以*a*的取值范围为；

【小问2详解】

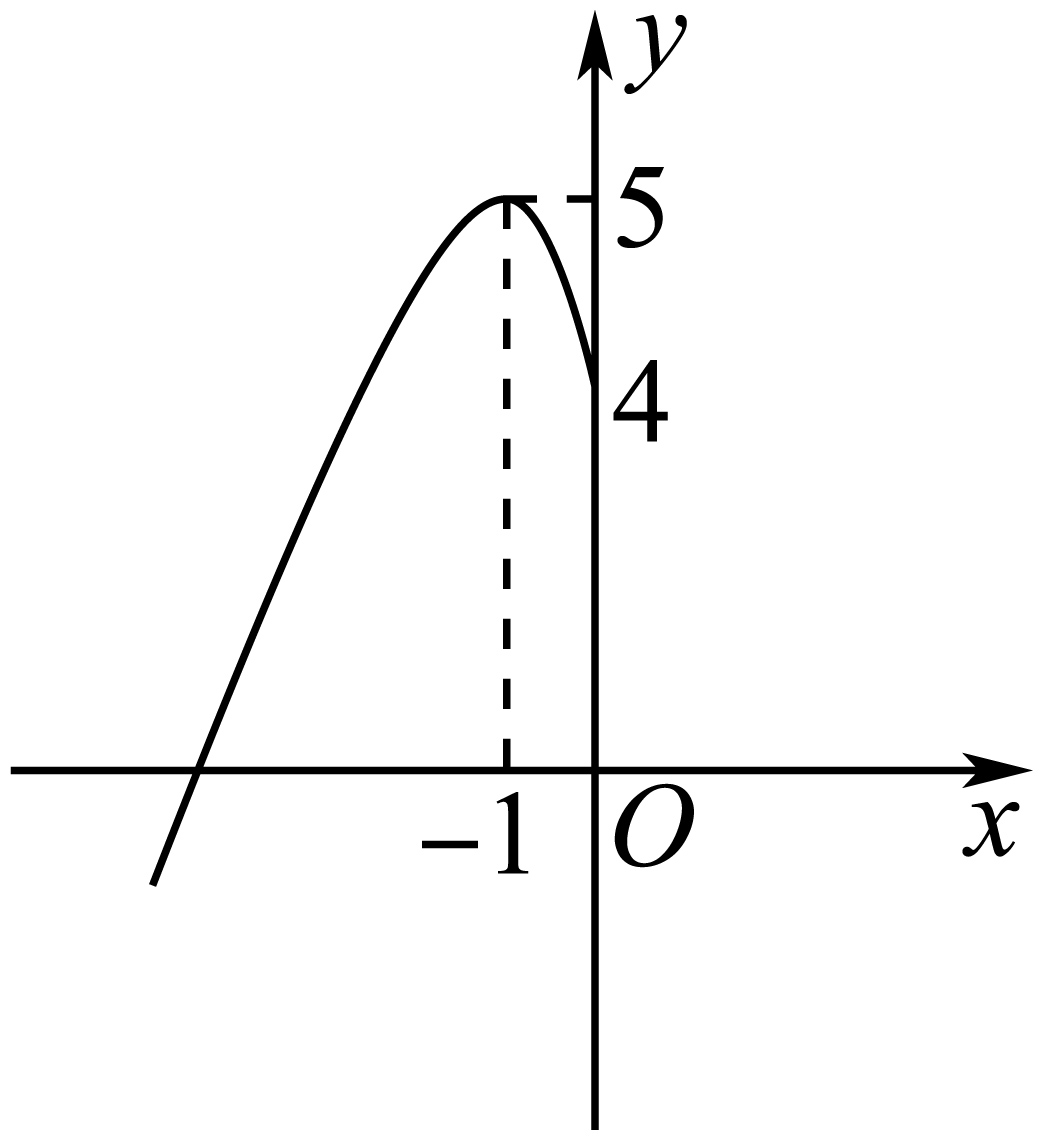
当时，，符合题意；

当时，要想函数值域为，

只需，

综上所述：*a*的取值范围为.

20. 已知函数是定义在上的偶函数，当时，是一个二次函数的一部分，其图象如图所示．



(1)求在上的解析式；

(2)若函数，，求的最大值．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)采用待定系数法，结合图象可求得在时的解析式；由时，可求得；由此可得分段函数解析式；

(2)首先确定解析式，分别在、和的情况下，根据单调性得到最大值.

【小问1详解】

当时，结合图象可设：，

，，；

当时，，，又为偶函数，；

综上所述：.

【小问2详解】

当时，，

则开口方向向下，对称轴为；

①当，即时，在上单调递减，；

②当，即时，在上单调递增，在上单调递减，

；

③当，即时，在上单调递增，；

综上所述：.

21. 某群体的人均通勤时间，是指单日内该群体中成员从居住地到工作地的平均用时，某地上班族中的成员仅以自驾或公交方式通勤，分析显示：当中()的成员自驾时，自驾群体的人均通勤时间为(单位：分钟)，而公交群体的人均通勤时间不受影响，恒为50分钟，试根据上述分析结果回答下列问题：

(1)当在什么范围内时，公交群体的人均通勤时间少于自驾群体的人均通勤时间？

(2)求该地上班族的人均通勤时间的表达式；并求出的最小值.

【答案】(1)

(2)，44

【解析】

【分析】(1)根据题意分、讨论，运算求解；

(2)根据题意整理求解，结合单调性求最值.

【小问1详解】

当时，恒成立，公交群体的人均通勤时间不可能少于自驾群体的人均通勤时间；

当时，若，即，解得(舍)或；

所以当时，公交群体的人均通勤时间少于自驾群体的人均通勤时间

【小问2详解】

设该地上班族总人数为，则自驾人数为，乘公交人数为.

因此人均通勤时间，

整理得：，

因为在和为减函数，在为增函数，

，，

所以的最小值为44.

22. 设函数的定义域是，且对任意的正实数、都有恒成立，已知，且时，

(1)求与的值

(2)求证：函数在上单调递增

(3)解不等式

【答案】(1)

(2)见解析 (3)或

【解析】

【分析】(1)由题条件求出，再由即可得到求得的值；

(2)题设中有时，，由的恒等变形及题设中的恒等式得到，由此问题得证．做此题时要注意做题步骤，先判断再证明；

(3)由(2)的结论，利用单调性直接将抽象不等式转化为一般不等式求解即可

【小问1详解】

令则，故

令，则可得，

令得，

小问2详解】

设，则

即，

，故，即

故在上为增函数

【小问3详解】

，

所以，解得或，

所以不等式的解为：或