**2022–2023学年度高一年级上学期综合素质检测二**

**数学学科**

**主命题人：方海燕**

**第I卷(选择题共60分)**

**一､单项选择题(本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.)**

1. 下列函数中，其定义域和值域分别与函数的定义域和值域相同的是( )

A. *y*=*x* B. *y*=*lnx* C. *y*= D. *y*=

【答案】D

【解析】

【分析】分别求出各个函数的定义域和值域，比较后可得答案．

【详解】解：函数的定义域和值域均为，

函数的定义域为，值域为，不满足要求；

函数的定义域为，值域为，不满足要求；

函数的定义域为，值域为，不满足要求；

函数的定义域和值域均为，满足要求；

故选：．

【点睛】本题考查的知识点是函数的定义域和值域，熟练掌握各种基本初等函数的定义域和值域，是解答的关键．

2. 已知，则

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【详解】因为，且幂函数在 上单调递增，所以*b*<*a*<*c*.

故选A.

点睛：本题主要考查幂函数的单调性及比较大小问题，解答比较大小问题，常见思路有两个：一是判断出各个数值所在区间(一般是看三个区间 )；二是利用函数的单调性直接解答；数值比较多的比大小问题也可以两种方法综合应用；三是借助于中间变量比较大小.

3. 已知，则的值是

A.  B. 

C  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】由题意结合根式的运算法则整理计算即可求得最终结果.

【详解】由题意知，

，

由于，故，则原式.

故选B.

【点睛】本题主要考查根式的运算法则及其应用，属于中等题.

4. 区块链作为一种新型的技术，已经被应用于许多领域.在区块链技术中，某个密码的长度设定为512*B*，则密码一共有种可能，为了破解该密码，最坏的情况需要进行次运算.现在有一台计算机，每秒能进行次运算，那么在最坏的情况下，这台计算机破译该密码所需时间大约为( )(参考数据：，)

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意所求时间为，利用对数的运算进行求解即可.

【详解】设在最坏的情况下，这台计算机破译该密码所需时间为秒，则有；

两边取常用对数，得；



；

所以.

故选：D.

5. 设，，则下列命题正确的是( )．

A. 若，则 B. 若，则

C. 若，则 D. 若，则

【答案】D

【解析】

【分析】

列举特殊数值，排除选项.

【详解】A.时，，故A不成立；

B.当时，，故B不成立；

C.当时，，故C不成立；

D.若，根据函数在的单调性可知，成立，故D正确.

故选：D

6. 已知函数是上的增函数，是其图象上的两点，那么的解集是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】不等式转化为，根据函数的单调性得到答案.

【详解】，即，即，

函数是上的增函数，故，解得.

故选：A

7. 已知是定义域为的奇函数，满足.若，则( )

A.  B. 0 C. 2 D. 50

【答案】C

【解析】

【分析】利用奇函数的性质及，推出函数的周期为4，然后得出得出结果．

【详解】由函数是定义域为的奇函数，则，

，，

，所以函数是周期函数，且周期为4，

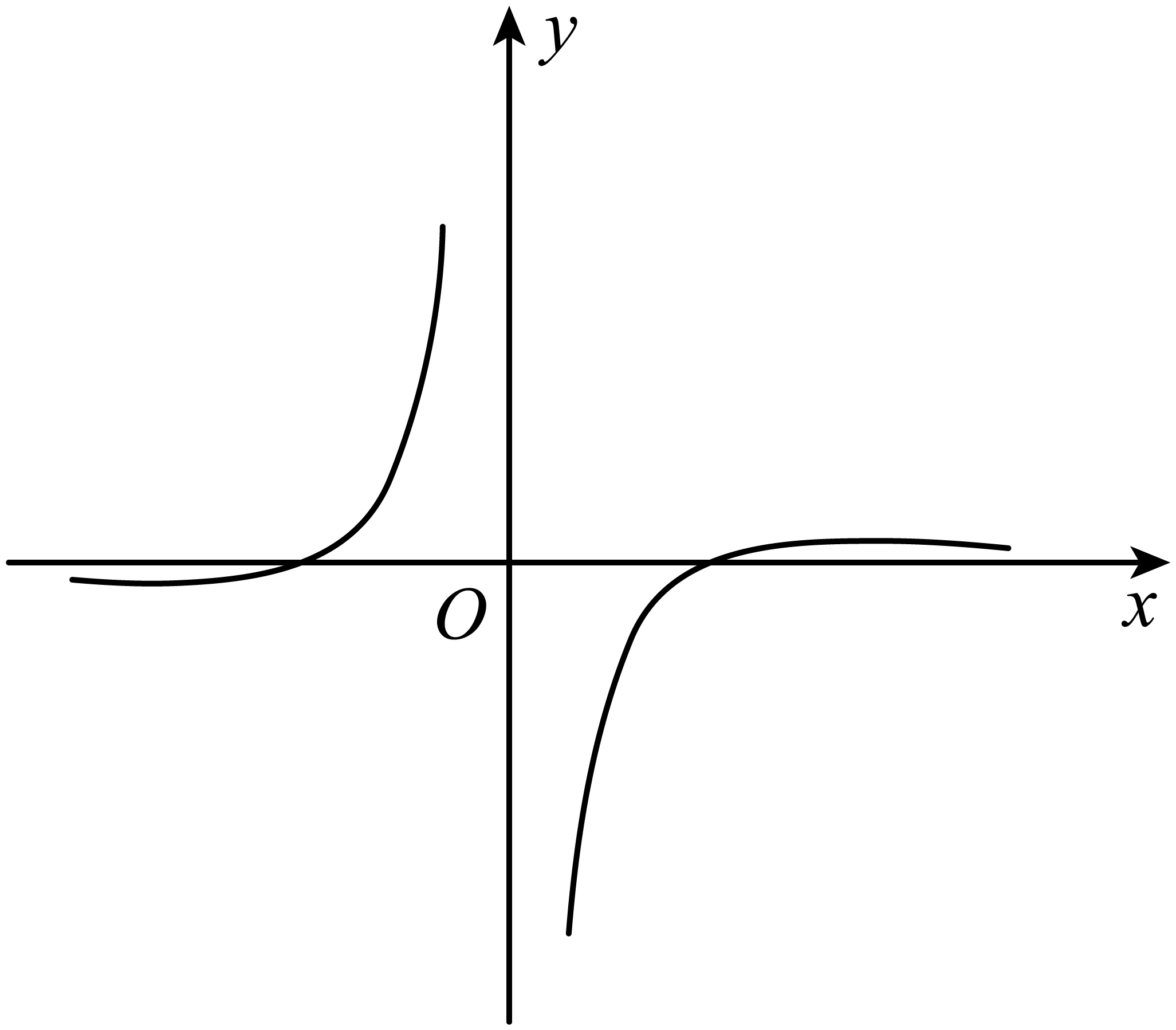
，，则，

，，



故选：C

8. 已知函数，，则图象如图的函数可能是( )



A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】结合函数图像的奇偶性和单调性即可判断.

【详解】由图可知，该函数为奇函数，和为非奇非偶函数，故A、B不符；

当*x*＞0时，单调递增，与图像不符，故C不符；

为奇函数，当*x*→＋∞时，∵*y*＝的增长速度快于*y*＝ln*x*的增长速度，故＞0且单调递减，故图像应该在*x*轴上方且无限靠近*x*轴，与图像相符.

故选：D.

**二､多项选择题(本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项是符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.)**

9. 下面说法中，错误的是( )

A. “中至少有一个小于零”是“”的充要条件；

B. “”是“且”的充要条件；

C. “”是“或”的充要条件；

D. 若集合是全集的子集，则命题“”与“”是等价命题*.*

【答案】AC

【解析】

【分析】从充分性和必要性的角度，结合题意，对选项进行逐一判断即可.

【详解】对：若，满足中至少有一个小于零，但无法推出，

故错误；

对：若，则只能是；若，则一定有，

故“”是“且”的充要条件，则正确；

对：若且，是的充分非必要条件，

又因为若，则或，是命题：若且，则的逆否命题，

故其真假一致，则，是或的充分非必要条件，故错误；

对：因为集合是全集的子集，故可得，

故命题“”与“”是等价命题，则正确.

综上所述：A、C错误.

故选：AC.

【点睛】本题考查充分条件和必要条件的判定，注意细节处理即可.

10. 已知，，且，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】BC

【解析】

分析】利用给定条件结合基本不等式判断A，C；利用二次函数性质判断B；取特值判断D作答.

【详解】因，，且，则有，当且仅当时取“=”，A不正确；

因，，且，则，，

当且仅当时取“=”，B正确；

因，，且，则，当且仅当时取“=”，C正确；

因，，且，则取，即有，于是得，D不正确.

故选：BC

11. 已知函数，下列关于函数的零点个数的说法中，正确的是( )

A. 当，有1个零点 B. 当时，有3个零点

C. 当，有4个零点 D. 当时，有7个零点

【答案】ABD

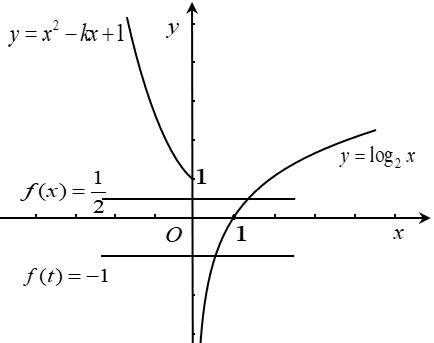
【解析】

【分析】令得，利用换元法将函数分解为和，作出函数的图象，利用数形结合即可得到结论．

【详解】令，得，设，则方程等价为，

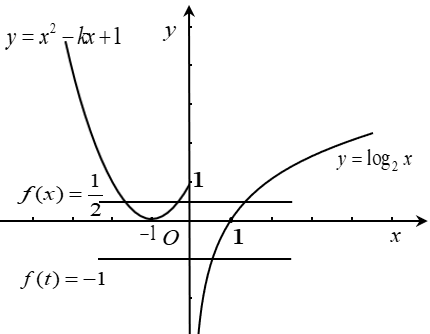
函数，开口向上，过点，对称轴为

对于A，当时，作出函数的图象：



，此时方程有一个根，由可知，此时*x*只有一解，即函数有1个零点，故A正确；

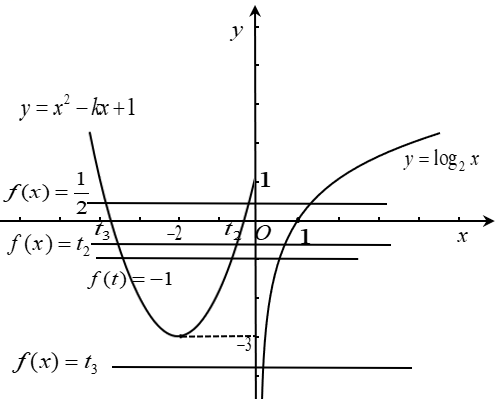
对于B，当时，作出函数的图象：



，此时方程有一个根，由可知，此时*x*有3个解，即函数有3个零点，故B正确；

对于C，当时，图像如A，故只有1个零点，故C错误；

对于D，当时，作出函数的图象：



，此时方程有3个根，其中，，由可知，此时*x*有3个解，由，此时*x*有3个解，由，此时*x*有1个解，即函数有7个零点，故D正确；

故选：ABD．

【点睛】方法点睛：本题考查分段函数的应用，考查复合函数的零点的判断，利用换元法和数形结合是解决本题的关键，已知函数有零点(方程有根)求参数值(取值范围)常用的方法：

(1)直接法：直接求解方程得到方程的根，再通过解不等式确定参数范围；

(2)分离参数法：先将参数分离，转化成求函数的值域问题加以解决；

(3)数形结合法：先对解析式变形，进而构造两个函数，然后在同一平面直角坐标系中画出函数的图象，利用数形结合的方法求解，属于难题．

12. 定义“正对数”：，若，，则下列结论中正确的是.

A.  B. 

C.  D. 

【答案】AD

【解析】

【分析】根据所给的定义及对数的运算性质对四个命题进行判断，由于在不同的定义域中函数的解析式不一样，故需要对进行分类讨论，判断出每个命题的真假.

【详解】对A，当，时，有，从而，，

所以；

当，时，有，从而，，

所以．

所以当，时，，故A正确．

对B，当，时满足，，而，，所以，故B错误；

对C，令，，则，，显然，故C错误；

对D，由“正对数”的定义知，当时，有，

当，时，有，

从而，，

所以；

当，时，有，

从而，，

所以；

当，时，有，

从而，，

所以；

当，时，，，

因为，

所以，所以．

综上所述，当，时，，故D正确．

故选AD．

【点睛】本题考查新定义及对数的运算性质，理解定义所给的运算规则是解题的关键，考查分类讨论思想、转化与化归思想的灵活运用，考查运算求解能力，注意本题容易因为理解不清定义及忘记分类论论的方法使解题无法入手致错.

**第II卷(共90分)**

**三､填空题(本题共4小题，每小题5分，共20分；)**

13. 计算\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

【答案】5

【解析】

【分析】由分数指数幂的运算及对数的运算即可得解.

【详解】解：原式，

故答案为：5.

【点睛】本题考查了分数指数幂的运算及对数的运算，属基础题.

14. 设函数，则使得成立的的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【详解】试题分析：当时，，∴，∴；当时，，∴，∴，综上，使得成立的的取值范围是．故答案为．

考点：分段函数不等式及其解法.

【方法点晴】本题考查不等式的解法，在分段函数中结合指数函数不等式与幂函数不等式，考查学生的计算能力，属于基础题．利用分段函数，结合分为两段当时，根据单调性，解指数函数不等式，取交集；当时，解幂函数不等式，取交集，综合取上述两者的并集，即可求出使得成立的的取值范围．

15. 已知函数定义域为，且对于任意，都有，且，则不等式的解集为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据不等式的结构构新函数，利用新函数的单调性进行求解即可.

【详解】任意，不妨设，

由，

构造新函数，由，

所以函数增函数，，

当时，由，

所以不等式的解集为，

故答案为：

【点睛】关键点睛：根据不等式形式构造新函数进而判断新函数的单调性是解题的关键.

16. 对任意的，不等式恒成立，则实数\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】由对数有意义可得：，将不等式等价转化为在上恒成立，构造函数

，由函数在上单调递增，故时，则，当时，

，则，再根据二次函数的图象和性质即可求出实数的值，最后取交集即可求解.

【详解】由题意可知：且成立，则，

因为对任意的，不等式恒成立，

也即在上恒成立，

记，则在上单调递增，

当时，，即恒成立，则，所以，解得：；

当时，不等式显然成立；

当时，，即在恒成立，

则，因为在上单调递减，所以时，，解得：，

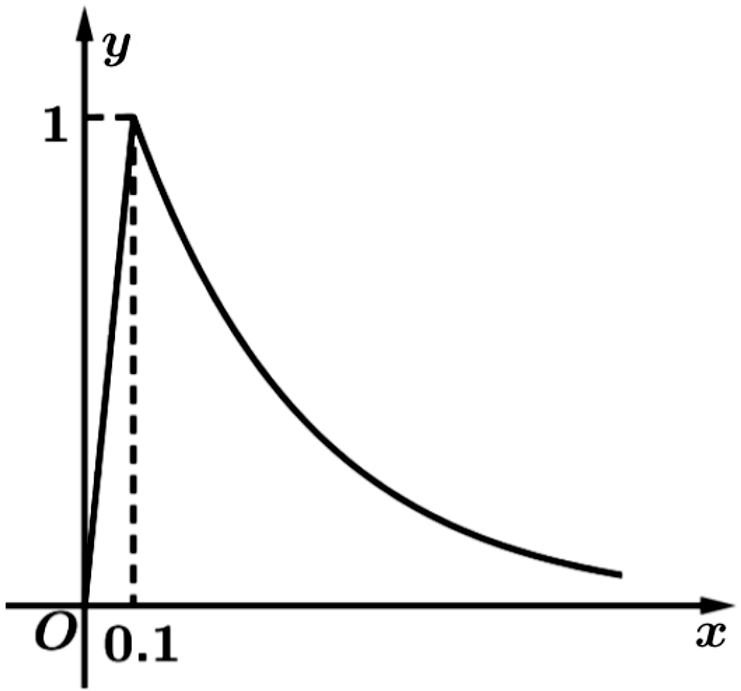
因为对任意的，不等式恒成立，

则综上可知：实数的值为.

故答案为：.

**四､解答题：(本题共6小题，共70分，解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤.)**

17. 为了预防新型冠状病毒，唐徕回民中学对教室进行药熏消毒，室内每立方米空气中的含药量*y*(单位：毫克)随时间*x*(单位：*h*)的变化情况如图所示，在药物释放过程中，*y*与*x*成正比，药物释放完毕后，*y*与*x*的函数关系式为(*a*为常数)，根据图中提供的信息，回答下列问题：



(1)写出从药物释放开始，*y*与*x*的之间的函数关系；

(2)据测定，当空气中每立方米的含药量降低至0.25毫克以下时，学生方可进入教室，那么从药物释放开始，至少需要经过多少小时后，学生才能回到教室．

【答案】(1)

(2)0.6

【解析】

【分析】(1)利用函数图象经过点，分段讨论即可得出结论；

(2)利用指数函数的单调性解不等式．

【小问1详解】

解：依题意，当时，可设，且，

解得

又由，解得，

所以；

【小问2详解】

解：令，即，

得，解得，

即至少需要经过后，学生才能回到教室．

18. 已知函数，其中为常数且满足．

(1)求的值；

(2)证明函数在区间上是减函数，并判断在上的单调性；

(3)若对任意的，总有成立，求实数的取值范围．

【答案】(1)(2)详见解析(3)

【解析】

分析】(1)根据条件列方程组求解

(2)由单调性的定义证明

(3)不等式恒成立，转化为最值问题

【详解】(1)由解得

(2)由(1)得

任取，则



若，则

故函数在区间上是减函数

同理若，则

函数在上单调递增

(3)由题意

由(2)知

故的取值范围是

19. 已知函数是偶函数

(1)求实数的值；

(2)设，若函数与的图象有公共点，求实数的取值范围.

【答案】(1)；

(2).

【解析】

【分析】(1)根据函数解析式以及偶函数的定义可求得实数的值；(2)利用函数与方程的思想，把函数与的图象有公共点的问题转化成方程有解的问题，进而求得参数的取值范围.

【小问1详解】

由函数，得，

又因为是偶函数，所以满足，

即，所以，

即对于一切恒成立，所以，

故；

【小问2详解】

由得

若函数与的图象有公共点，等价于方程有解，

即，所以，

即方程在上有解，

由指数函数值域可知，，所以，

所以实数的取值范围是.

20. 已知函数，且.

(1)若函数的图像与函数的图像关于直线对称，且点在函数的图像上，求实数的值；

(2)已知，函数.若的最大值为8，求实数的值.

【答案】(1)4  
 (2)2

【解析】

【分析】(1)先求出 ，将*P*点坐标代入即可求出*a*；

(2)将 转化为二次函数，根据条件即可算出*a*.

【小问1详解】

由题意 ，将 代入得： ；

【小问2详解】

 ，其中 ，

令 ，则有 ， 是关于*t*的开口向上，对称轴为 的抛物线，

 ，并且 ，

 在 上的最大值为 ，又  ；

21. 已知函数为自然对数的底数.

(1)当时，判断函数零点个数，并证明你的结论；

(2)当时，关于的不等式恒成立，求实数的取值范围

【答案】(1)一个，证明见解析；

(2).

【解析】

【分析】(1)根据指数函数和对数函数的单调性得到在上单调递减，再利用零点存在性定理和，，即可得到零点的个数；

(2)将时，不等式恒成立，转化为，然后根据单调性求最小值得到，根据函数的单调性和特殊值解不等式即可.

【小问1详解】

当时，，函数单调递减，单调递减，所以在上单调递减，

又，，所以在上存在零点，且只有一个零点，

所以只有一个零点.

【小问2详解】

由题意得，当时，不等式恒成立，等价于恒成立，即

令，则，因为，，所以，则在上单调递减，，

令，因为，单调递增，所以单调递增，又，所以当时，，

综上可得的取值范围为.

22. 设定义在实数集上的函数,恒不为0,若存在不等于1的正常数,对于任意实数,等式恒成立,则称函数为函数.

(1)若函数为函数,求出的值；

(2)设,其中为自然对数的底数,函数.

①比较与大小；

②判断函数是否为函数,若是,请证明；若不是,试说明理由.

【答案】(1)或；(2)①②是函数，证明见解析.

【解析】

【分析】(1)根据题意，列出方程，即可求解参数值.

(2)①根据函数单调性定义，比较与的大小关系，进而比较与的大小

②根据题意，列出方程，证明方程有解，令，判断在上存在零点，即可证明是函数.

【详解】(1)因为函数为函数.

所以对任意实数都成立，即，即，

所以或

(2)①因为，所以，即

又因为在R上为增函数，所以

②若是函数.则存在不等于1的正常数，

使等式对一切实数恒成立，即关于的方程有解，

令，则函数在上的图像是一条不间断的曲线，



据零点存在性定理，可知关于的方程在上有解，

从而是函数.

【点睛】本题考查：(1)理解与辨析新定义问题.(2)①单调性定义②零点存在性定理.本题属于难题.