**高一数学试卷**

**说明：本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，共150分.**

**考试时间120分钟，本次考试不得使用计算器，请考生将所有题目都做在答题卡上.**

**第I卷(选择题共60分)**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知全集为，集合，集合，则( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】解一元二次不等式求得集合，由此求得

【详解】，解得或，

所以或，所以，

所以.

故选：C

2. 函数的零点所在的区间为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据函数的单调性以及零点存在性定理求得正确答案.

【详解】在上单调递增，

，

所以的零点在区间.

故选：B

3. 已知，为非零实数，则“”是“”的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】根据充分、必要条件的知识求得正确答案.

【详解】当时，同号且非零，则，所以.

当时，如，则，无法得到.

所以“”是“”的充分不必要条件.

故选：A

4. 函数的定义域是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】利用整体代入法求得正确答案.

【详解】由，解得，

所以函数的定义域是.

故选：D

5. 已知定义在上的奇函数满足，则( )

A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

【答案】B

【解析】

【分析】根据函数奇偶性、周期性求得正确答案.

【详解】是定义在上的奇函数，所以，

，

所以是周期为的周期函数，所以.

故选：B

6. 已知，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】利用诱导公式、同角三角函数的基本关系式求得正确答案.

【详解】.

故选：B

7. 已知，，则( )

A. 的最大值为且的最大值为

B. 的最大值为且的最小值为0

C. 的最小值为且的最大值为

D. 的最小值为且的最小值为0

【答案】C

【解析】

【分析】利用可求出的最小值，利用可求出的最大值.

【详解】利用，则，整理得，

当且仅当，即时取得等号，即的最小值为；

利用，，即，整理得，即，

当且仅当时取得等号，故的最大值为.

故选：C

8. 若关于的方程恰有三个不同的实数解，，，且，其中，则的值为( )

A. -6 B. -4 C. -3 D. -2

【答案】A

【解析】

【分析】利用换元法化简题目所给方程，结合二次函数零点分布、对勾函数的性质等知识求得正确答案.

【详解】依题意可知，

由整理得①，

即关于的方程恰有三个不同的实数解，，，且，

令，则或，

则①转化为，

即，

根据对勾函数的性质可知是方程的一个根，

所以，

所以，解得或，

所以是方程的根，即的根，

所以，

所以.

故选：A

【点睛】对于复杂方程的跟有关的问题求解，可根据题目所给已知方程进行转化，转化的方向是熟悉的函数类型，即将不熟悉的问题转化为熟悉的问题来进行求解.对钩函数是函数题目中常见的函数，对其性质要注意总结.

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分、在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得2分.**

9. 下列说法正确的有( )

A. 若是锐角，则是第一象限角

B. 

C. 若，则为第一或第二象限角

D. 若为第二象限角，则为第一或第三象限角

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据象限角、弧度制、三角函数值等知识确定正确答案.

【详解】A选项，是锐角，即，所以是第一象限角，A选项正确.

B选项，根据弧度制的定义可知，B选项正确.

C选项，当时，，但不是象限角，C选项错误.

D选项，为第二象限角，即，

所以为第一或第三象限角，D选项正确.

故选：ABD

10. 关于函数，下列说法正确的是( )

A. 函数定义域为 B. 函数是偶函数

C. 函数是周期函数 D. 函数在区间上单调递减

【答案】BCD

【解析】

【分析】根据函数的定义域、奇偶性、周期性、单调性对选项进行分析，从而确定正确答案.

【详解】由于，所以的定义域不是，A选项错误.

由得，所以，

所以的定义域是，的定义域关于原点对称，

，所以是偶函数，B选项正确.

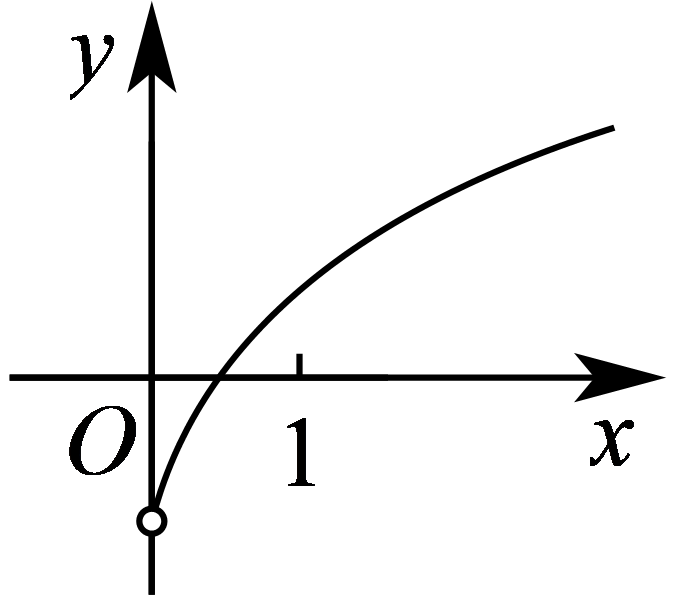
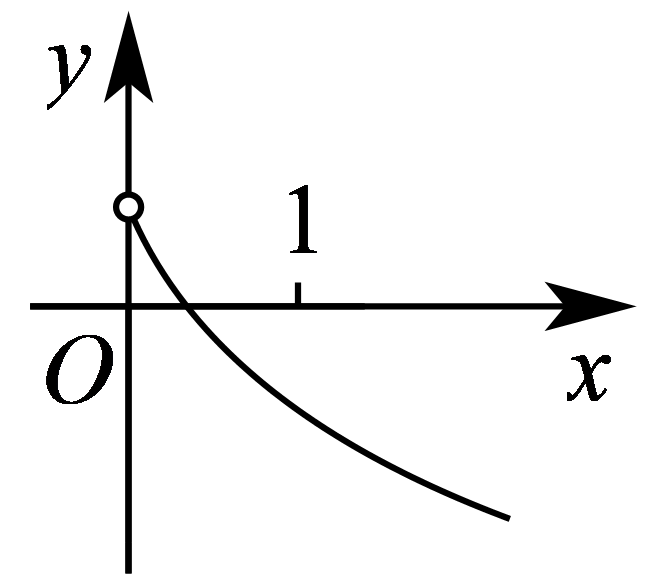
，所以是周期函数，C选项正确.

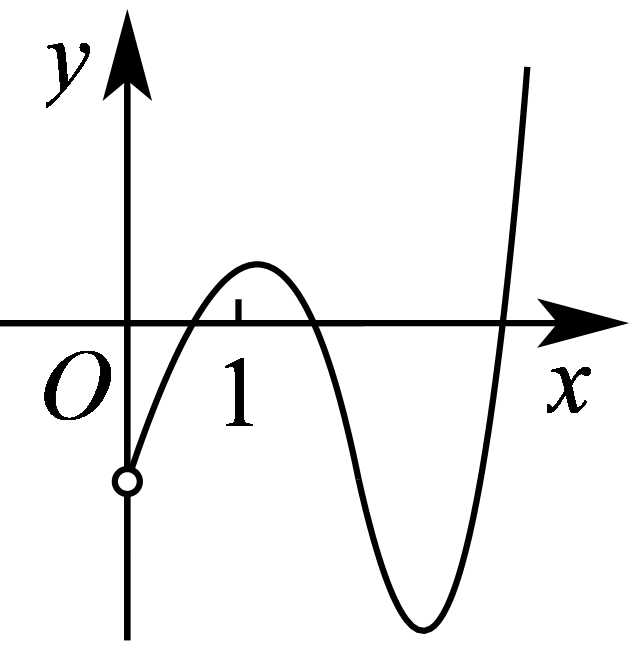
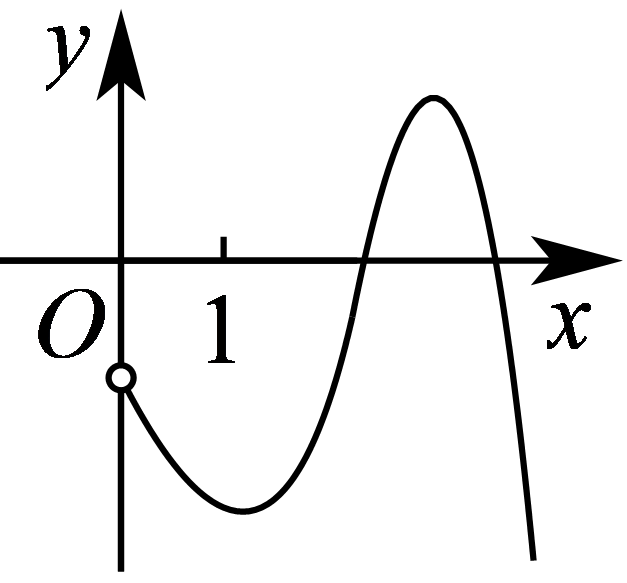
当时，恒成立，

在上单调递增，所以在区间上单调递减，D选项正确.

故选：BCD

11. 已知且，函数的图象可能是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】AD

【解析】

【分析】根据函数的单调性、特殊点的函数值确定正确答案.

【详解】依题意且，

，B选项错误



当时，，且在上递增，A选项符合题意.

当时，，在CD选项中，C选项错误，则D选项正确.

故选：AD

12. 已知实数，满足，则下列关系式可能正确的是( )

A. ，使

B. ，使

C. ，有

D. ，有

【答案】ABCD

【解析】

【分析】由原方程可得，构造函数，由函数的单调性得出值域，根据函数的值域判断A;令，代入原方程转化为判断是否有解即可判断B，条件变形放缩后构造函数，利用函数的单调性得出大小，判断CD，

【详解】对于A，由得，令，则分别在和上单调递增，令，则分别在和上单调递增，当时，的值域为 当时，的值域为，所以存在，使得；同理可得，存在，使得，因此，使，A正确；

对于B，令，则方程可化为，由换底公式可得，显然关于的方程在上有解，所以，使，B正确；

对于C，当时，因为，

所以，又在上单调递增，所以. 又，令，则在上单调递增，因，所以 ，从而可得，所以．综上所述可得 ，C正确；

对于D，当时，因为，所以，又在上单调递增，所以.又，令，则在上单调递增，因为，所以，

从而，所以．综上所述可得，所以D正确．

故选：ABCD

【点睛】关键点点睛：对于CD选项的关键在于变形、放缩，恰当放缩后不等式两边可看做同一函数的两个函数值，据此构造函数，利用函数的单调性，建立自变量的大小关系，化繁为简，得出的关系，再利用对数性质放缩即可判断结论，本题难度较大，技巧性较强，属于难题.

**第Ⅱ卷(非选择题 共90分)**

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 化简求值：\_\_\_\_\_\_.

【答案】##0.75

【解析】

【分析】根据对数的运算法则、性质，换底公式求解.

【详解】

.

故答案为：

14. 已知函数的图象是一条连续不断的曲线，当时，值域为，且在上有两个零点，请写出一个满足上述条件的\_\_\_\_\_\_.

【答案】 (答案不唯一，如亦可)

【解析】

【分析】根据函数的自变量、值域、零点在学过函数中找到满足条件的函数即可.

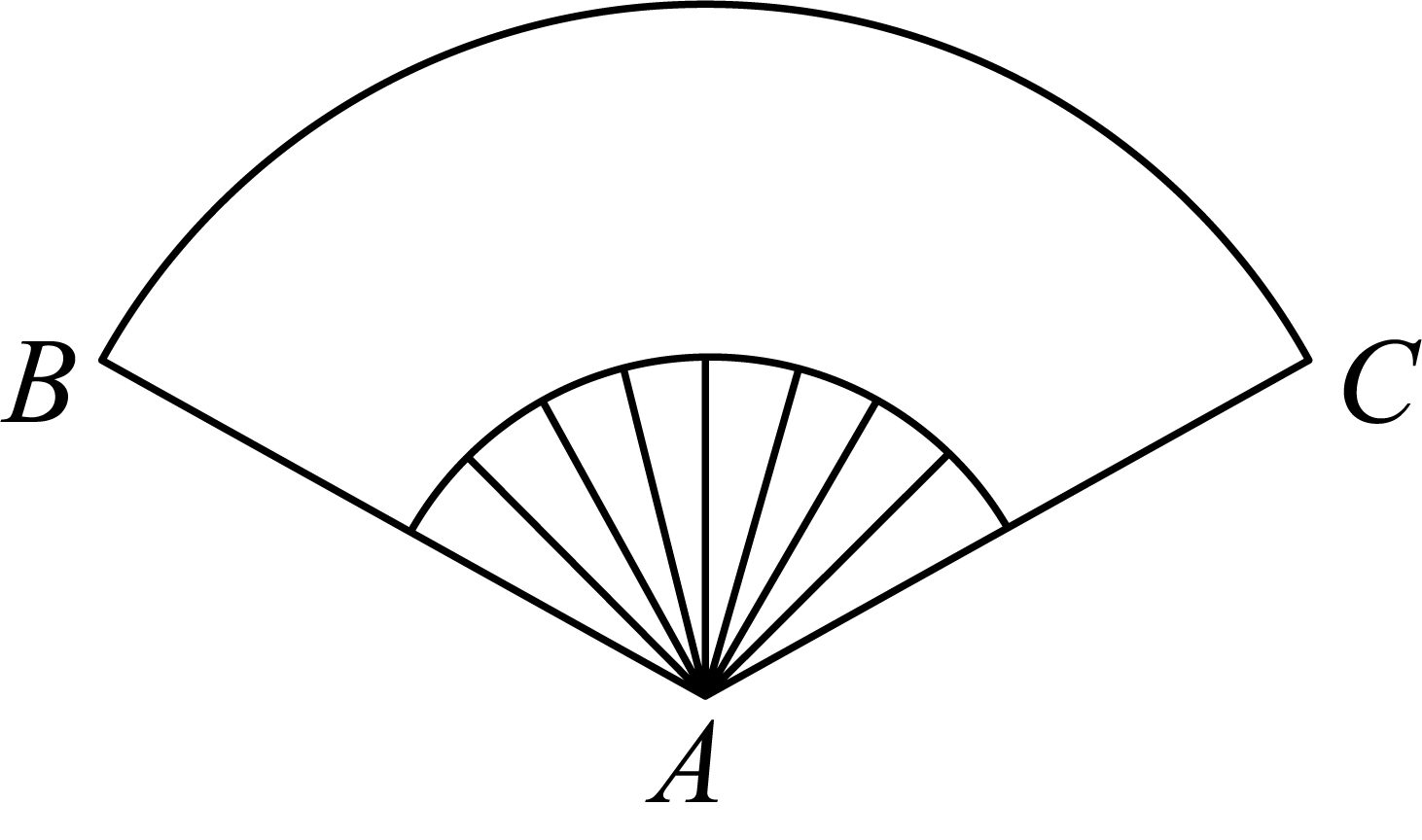
【详解】根据函数自变量时，函数值域为，可考虑二次函数，

根据二次函数性质可知时，，，

令，解得，即在上有两个零点.

故答案为：(答案不唯一，如亦可)

15. 炎炎夏日，古代人们乘凉时用的纸叠扇可看作是从一个圆面中剪下的扇形加工制作而成.如图，扇形纸叠扇完全展开后，得到的扇形*ABC*面积为，则当该纸叠扇的周长最小时，的长度为\_\_\_\_\_\_cm.



【答案】

【解析】

【分析】设扇形*ABC*半径为，弧长为，根据扇形*ABC*的面积得到，纸叠扇的周长，利用基本不等式求解即可.

【详解】设扇形*ABC*的半径为，弧长为，则扇形面积.

由题意得，所以.

所以纸叠扇的周长，

当且仅当即，时，等号成立，

所以此时的长度为.

故答案为：

16. 已知函数，若函数在区间内没有零点，则实数的最大值是\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】化简函数解析式，先求出整体的范围，由在区间内没有零点得出不等式，解出的范围，再结合的取值，即可求解.

【详解】，

由可得，

又在区间内没有零点，则，

解得，

又，解得，又，所以或，

当时，；当时，；

综上：的最大值为.

故答案为：.

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 在①是的充分不必要条件；②；③这三个条件中任选一个，补充到本题第(2)问的横线处，求解下列问题.问题：已知集合，集合.

(1)当时，求；

(2)若\_\_\_\_\_\_，求实数的取值范围.

【答案】(1)

(2)答案见解析

【解析】

【分析】(1)解绝对值不等式求得集合，由此求得.

(2)通过选择的条件列不等式，由此求得的取值范围.

【小问1详解】

，所以.

当时，，

所以.

【小问2详解】

由(1)得，

选①，是的充分不必要条件，

则且等号不同时成立，解得.

选②，，

则，解得.

选③，，

则或，

解得或.

18. 已知函数，且，.

(1)求的值；

(2)若，，求.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)利用平方的方法，结合同角三角函数的基本关系式求得正确答案.

(2)利用两角差的余弦公式、同角三角函数的基本关系式求得正确答案.

【小问1详解】

由题意，，

由于，所以，

故由

可解得，.

所以.

【小问2详解】

由(1)可知：，，则

因为，所以，

所以.

19. 已知函数，.

(1)若在上有零点，求实数的取值范围；

(2)若在区间上的最小值为-2，求实数的值.

【答案】(1)

(2)或

【解析】

【分析】(1)根据二次函数零点分布的知识求得的取值范围.

(2)根据在区间端点或对称轴(二次函数时)处取得最小值进行分类讨论，由此求得的值.

【小问1详解】

在上有零点，

所以，

所以.

【小问2详解】

由于二次函数在闭区间上的最小值只可能在端点或对称轴处取到，

所以只需考虑一下三种情况并检验即可：

①若，∴.

的图象开口向上，对称轴，而，不成立，舍.

②若，∴.

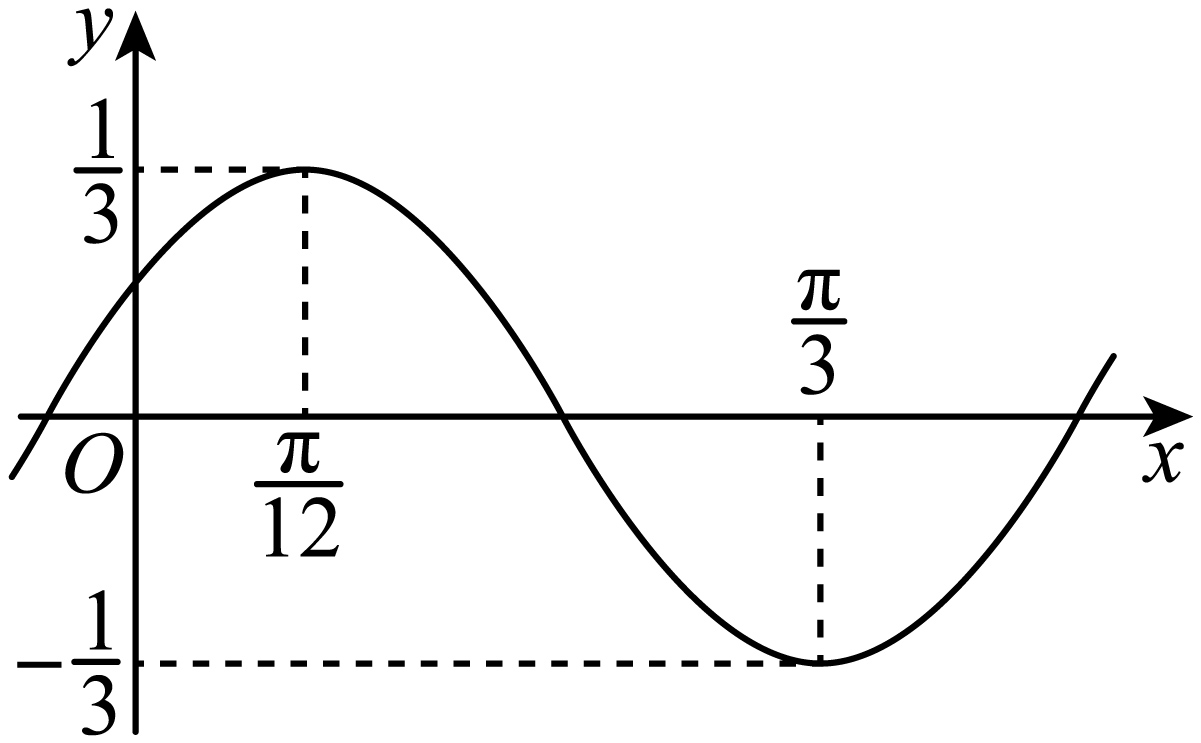
此时的图象开口向上，对称轴，成立.

③若，∴或.

此时的图象开口向上，对称轴，而此时，成立.

综上可知，或.

20. 已知函数的图象如图所示.



(1)求函数的对称中心；

(2)先将函数图象上所有点的纵坐标伸长到原来的3倍(横坐标不变)，然后将得到的函数图象上所有点的横坐标伸长到原来的2倍(纵坐标不变)，最后将所得图象向左平移个单位后得到函数的图象.若对任意的恒成立，求实数的取值范围.

【答案】(1)，

(2)

【解析】

【分析】(1)根据函数图象求得的解析式，然后利用整体代入法求得的对称中心.

(2)利用三角函数图象变换的知识求得的解析式，根据在区间上的值域转化不等式，由此求得的取值范围.

【小问1详解】

由图可知：，所以，所以，，

又，

所以，.

所以.

令，，

则，.

所以的对称中心为，.

【小问2详解】

由题.

当时，.

因为对任意的恒成立，

则.

所以.

21. 近年来，受全球新冠肺炎疫情影响，不少外贸企业遇到展会停办、订单延期等困难，在该形势面前，某城市把目光投向了国内大市场，搭建夜间集市，不仅能拓宽适销对路的出口产品内销渠道，助力外贸企业开拓国内市场，更能推进内外贸一体化发展，加速释放“双循环”活力.某夜市的一位文化工艺品售卖者，通过对每天销售情况的调查发现：该工艺品在过去的一个月内(按30天计)，每件的销售价格(单位：元)与时间(单位：天)的函数关系满足(为常数，且)，日销售量(单位：件)与时间的部分数据如下表所示：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 15 | 20 | 25 | 30 |
|  | 105 | 110 | 105 | 100 |

设该文化工艺品的日销售收入为(单位：元)，且第15天的日销售收入为1057元.

(1)求的值；

(2)给出以下四种函数模型：

①；②；③；④.

请你根据上表中的数据，从中选择最合适的一种函数模型来描述日销售量与时间的变化关系，并求出该函数的解析式；

(3)利用问题(2)中的函数，求的最小值.

【答案】(1)

(2)选择函数模型②，

(3)961

【解析】

【分析】(1)根据已知条件列方程，由此求得的值.

(2)根据函数的单调性选择模型并根据已知条件列方程，求得，从而求得的解析式.

(3)结合基本不等式和函数的单调性求得正确答案.

【小问1详解】

因为第15天的日销售收入为1057元，

所以，解得.

【小问2详解】

由表中的数据知，当时间变化时，先增后减.

而函数模型①；③；④都是单调函数，

所以选择函数模型②.

由，解得，，.

所以日销售量与时间的变化关系为.

【小问3详解】

由(2)知

所以

即.

当，时，由基本不等式得，

当且仅当，即时，等号成立.

当，时，单调递减，

所以.

综上所述：当时，取得最小值，最小值为961.

22. 定义在上的函数满足：对任意的，都存在唯一的，使得，则称函数是“型函数”.

(1)判断是否为“型函数”?并说明理由；

(2)若存在实数，使得函数始终是“型函数”，求的最小值；

(3)若函数，是“型函数”，求实数的取值范围.

【答案】(1)不是，理由见解析

(2)1 (3)

【解析】

【分析】(1)根据“型函数”的定义，结合特殊值进行判断.

(2)根据的定义域求得的范围，结合“型函数”的定义以及函数的单调性求得的取值范围.

(3)对进行分类讨论，根据“型函数”的定义列不等式，由此求得的取值范围.

【小问1详解】

是偶函数，且在递减，递增.

当时，；当时，.

若取，则不存，使得.

所以不是“型函数”.

【小问2详解】

首先函数定义域为，

则，解得.

由复合函数单调性可知：在单调递减，在单调递增.

所以只需对恒成立即可.

所以，即的最小值为1.

【小问3详解】

由题是“型函数”.

当时，在上单调递增，.

而，要使存在且唯一，则有，解得.

所以.

当时，在递减，递增，.

而，要使存在且唯一，则有，解得.

所以.

综上可知：.

【点睛】新定义问题的求解必须紧扣新定义，新定义型试题的难点就是对新定义的理解和运用，在解决问题时要分析新定义的特点，把新定义所叙述的问题的本质弄清楚，并能够应用到具体的解题过程之中.