**宁波市2022学年第一学期期末九校联考**

**高一数学试题**

**选择题部分**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知集合，，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】化简集合，然后根据交集的定义运算即可．

【详解】，；

∴．

故选：A．

2. 下列选项中满足最小正周期为，且在上单调递增的函数为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】利用周期排除A， B，再利用复合函数单调性在C ，D中可得到正确答案.

【详解】对选项A， B其周期为，选项C ，D其周期为，故排除选项A， B；

对于C：在上为单调递减，则在上为单调递增，故C正确；

对于D：在上为单调递增，则在上为单调递减，故D错误.

故选：C

3. “”是“函数在上单调递增”的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】先计算函数对称轴，结合函数开口方向分析可得该函数的递增区间，根据充分必要性辨析可得答案.

【详解】对称为轴，

若，又开口向上，在上单调递增，

又，故在上单调递增成立；

若函数在上单调递增，

单调递减，不成立，

则得，

不能推出，

故“”是“函数在上单调递增”的充分不必要条件.

故选：A.

4. 已知幂函数(且)过点，则函数的定义域为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据幂函数的定义求出，根据幂函数经过的点可求，再根据函数有意义列式可求出结果.

【详解】根据幂函数的定义可知，，解得或(舍)，

因为幂函数过点，所以，得，

由有意义，得，得且，

所以所求函数的定义域为.

故选：B

5. 已知角的顶点与坐标原点重合，始边与轴非负半轴重合，终边经过，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】首先根据三角函数的定义得到，再根据诱导公式求解即可.

【详解】已知角终边经过，

所以，

所以.

故选：D

6. 2022年11月15日，联合国宣布，世界人口达到80亿，在过去的10年，人口的年平均增长率为1.3%，若世界人口继续按照年平均增长率为1.4%增长，则世界人口达到90亿至少需要( )年(参考数据：，，)

A. 8.3 B. 8.5 C. 8.7 D. 8.9

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意列出不等式，通过取对数，根据对数函数的单调性进行求解即可.

【详解】设世界人口达到90亿至少需要年，由题意，得

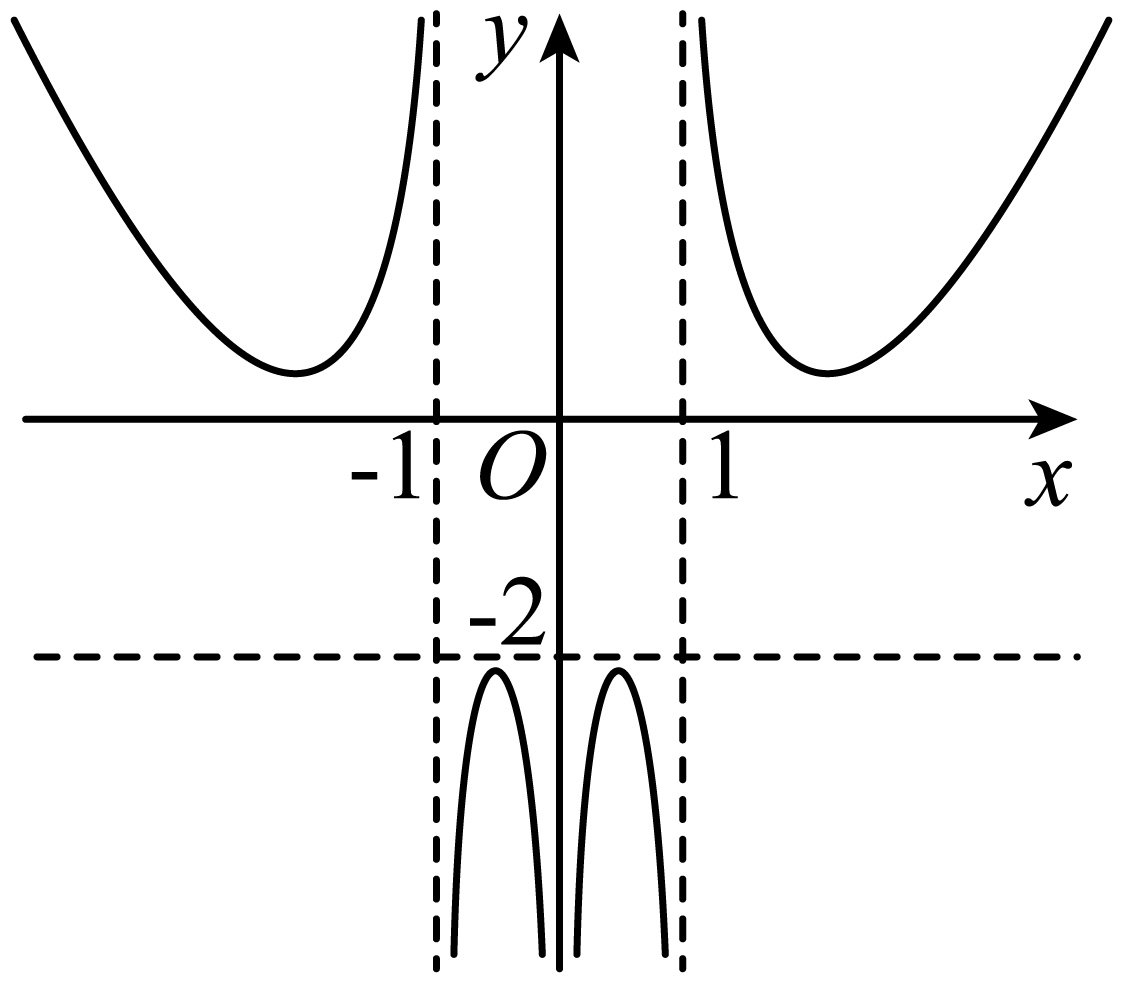
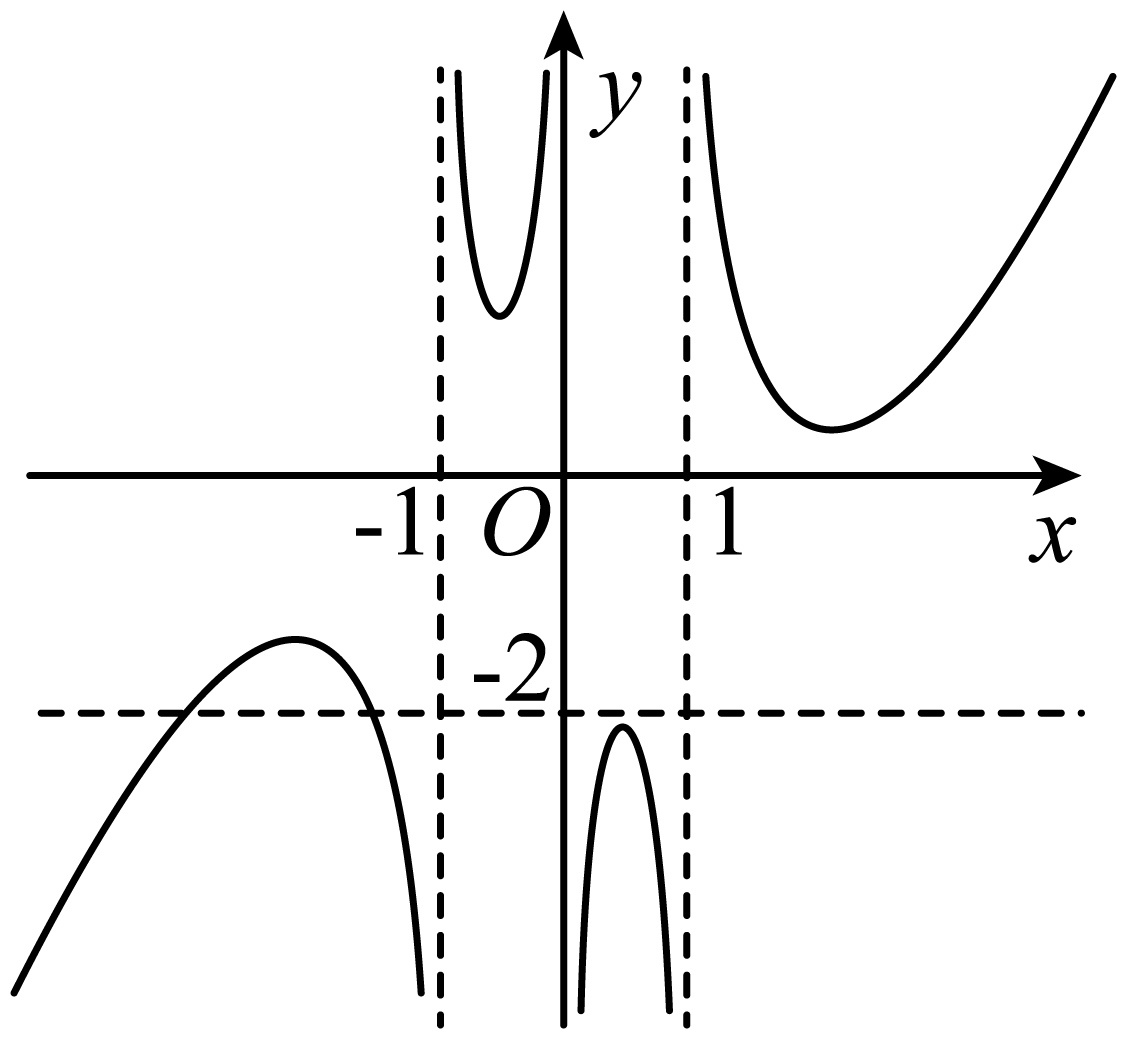


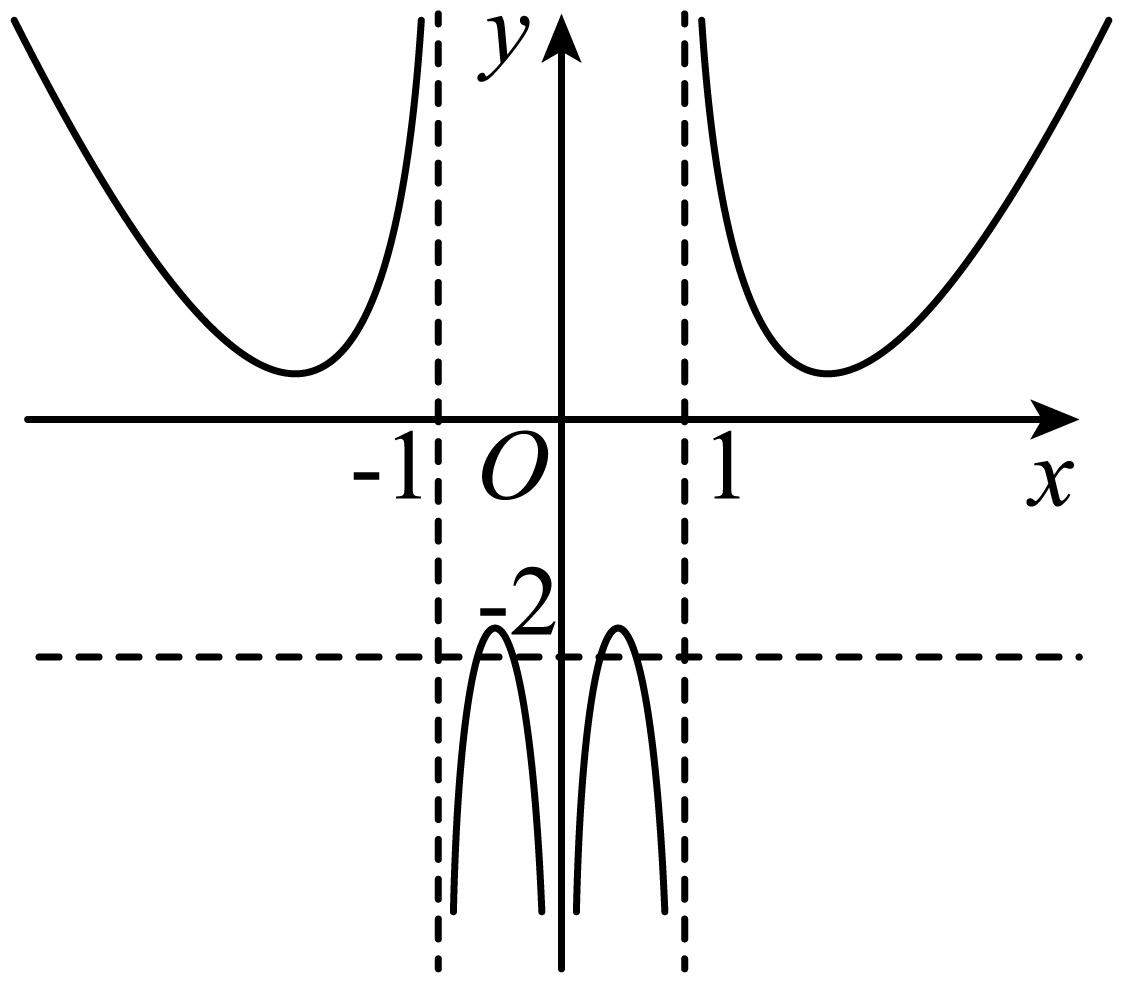
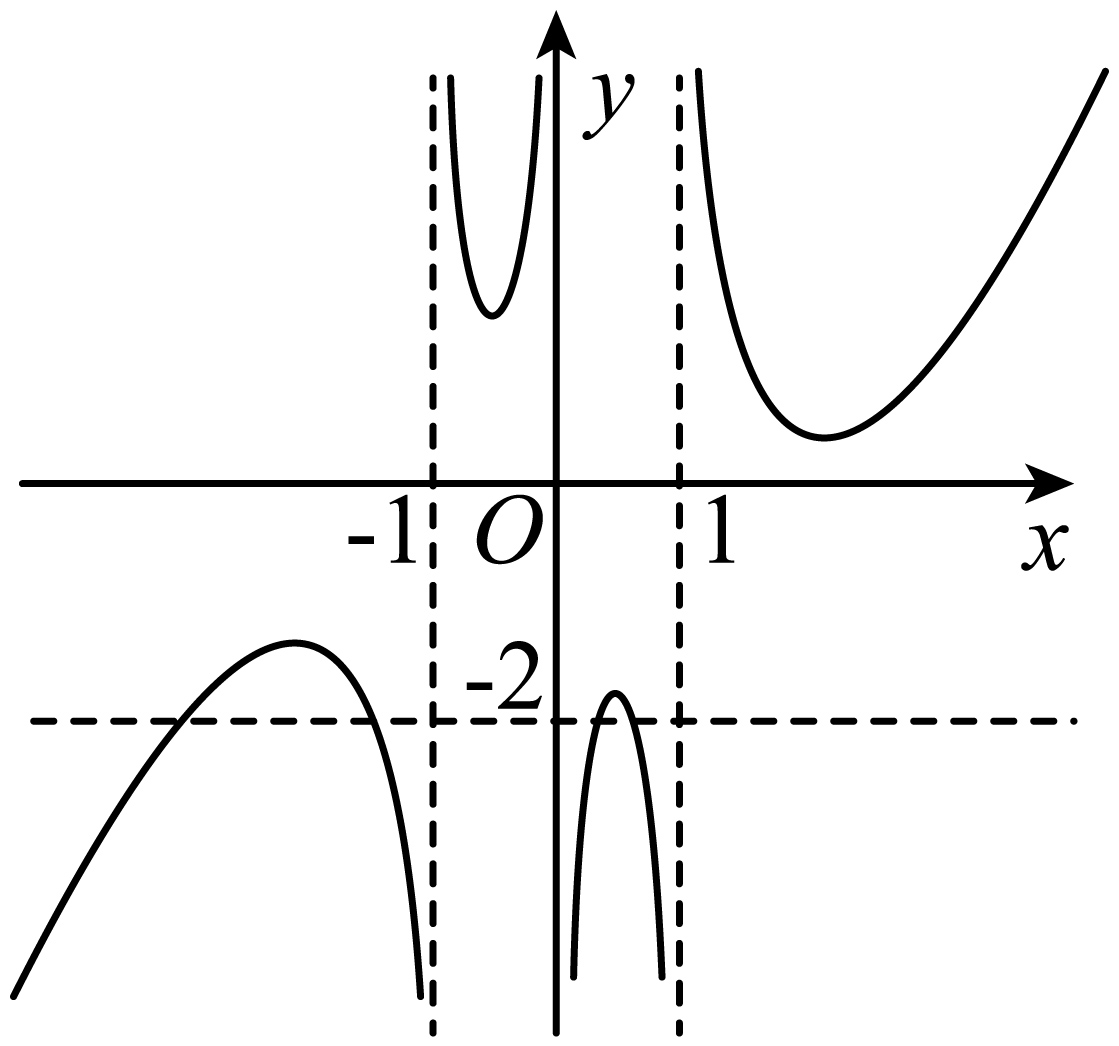
，

因此世界人口达到90亿至少需要8.5年，

故选：B

7. 函数的图象最有可能的是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据奇函数的定义判断函数的奇偶性，再通过取特殊点确定正确选项.

【详解】有意义可得，所以且，

所以且且，所以的定义域为，

又，所以函数为偶函数，其图象关于轴对称，B，D错误，

又，C错误，

选项A符合函数的解析式，

故选：A.

8. 已知，且，则的最小值为( )

A.  B. 1 C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】利用换元法表示出代入所求式子，化简利用均值不等式即可求得最小值.

【详解】因为，所以，令，则且

，代入中得：







当即时取“=”,

所以最小值为1.

故选：B

**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分，在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得2分.**

9. 下列不等式错误的是( )

A. 若，则 B. 若，则

C. 若，则 D. 若，则

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据不等式基本性质，逐一分析给定的四个不等式的正误，可得答案.

【详解】对于A中的不等式，因为，

所以，故选项A中的不等式不成立；

对于B中的不等式，因为，

所以，故选项B中的不等式不成立；

对于C中的不等式，因为，

所以，化简得出，正确；

对于D中的不等式，因为，

所以在的情况下不成立.

故选：ABD

10. 以下命题正确的是( )

A. 函数的单调递增区间为

B. 函数的最小值为

C. 为三角形内角，则“”是“”的充要条件

D. 设是第一象限，则为第一或第三象限角

【答案】AD

【解析】

【分析】对选项A，根据复合函数的单调性即可判断A正确，对选项B，利用基本不等式的性质即可判断B错误，对选项C，利用特值法即可判断C错误，对选项D，根据题意得到，，即可判断D正确.

【详解】对选项A，，因为，所以，

令，所以，

因为，为增函数，，为减函数，

所以的增区间为，故A正确.

对选项B，，

当且仅当，等号成立.

因为，无解，故等号取不到，

即函数最小值不是，故B错误.

对选项C，若，则，

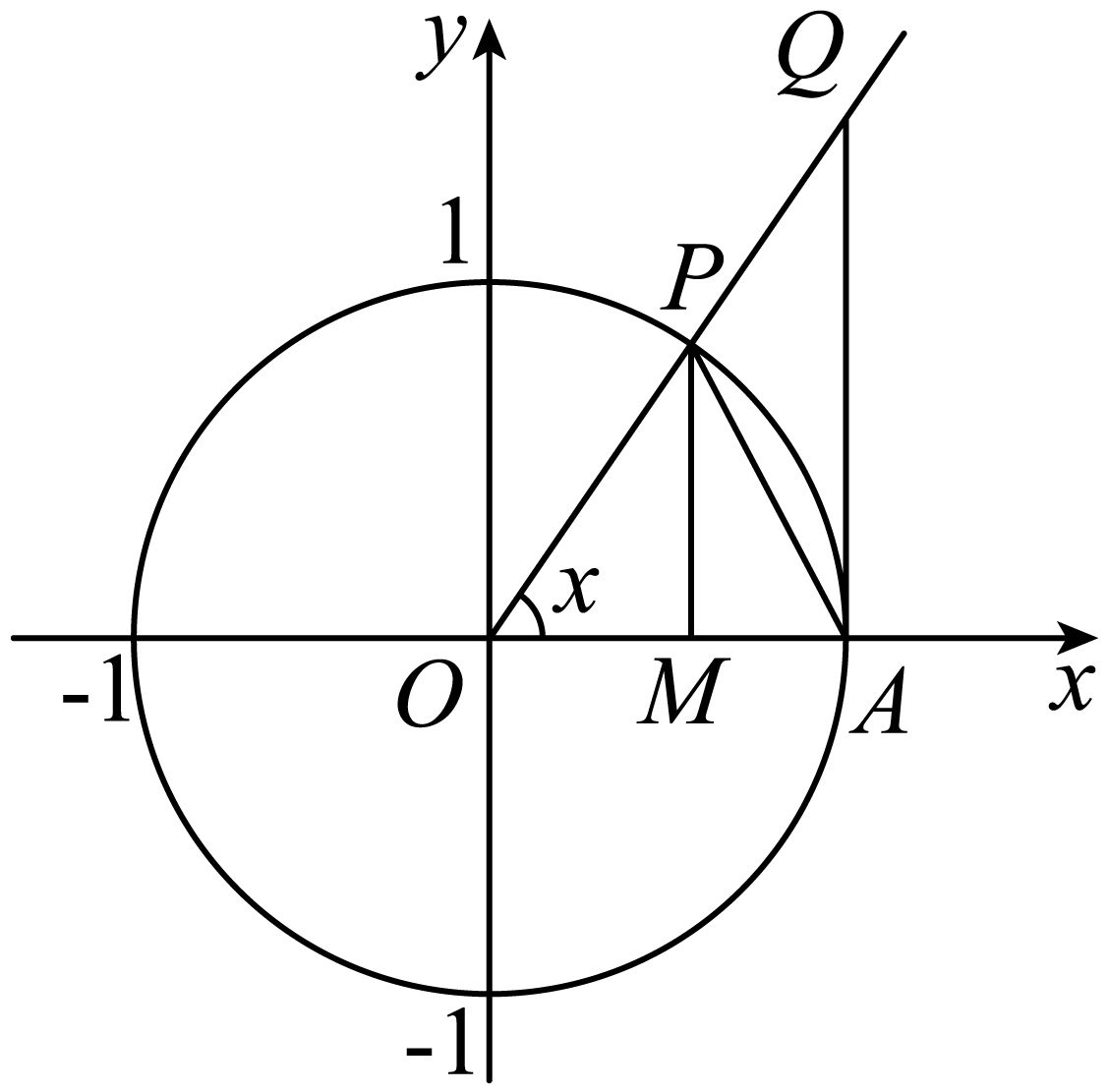
所以若为三角形内角，则，不满足充要条件，故C错误.

对选项D，若是第一象限，则，，

所以，，即为第一或第三象限角，故D正确.

故选：AD

11. 如图所示，角的终边与单位圆交于点，，轴，轴，在轴上，在角的终边上.由正弦函数、正切函数定义可知，，的值分别等于线段，的长，且，则下列结论正确的是( )



A. 函数有3个零点

B. 函数在内有2个零点

C. 函数在内有1个零点

D. 函数在内有1个零点；

【答案】BCD

【解析】

【分析】利用当时，，可得各个函数在上零点的个数，再根据奇函数的图象的对称性得到函数在上零点的个数，又各个函数都有零点，由此可判断A CD；再结合函数和的图象，可判断B.

【详解】由已知可知，当时，，，，

所以当时，，

对于A，当时，，，所以，此时函数无零点；

当时，因，所以，此时函数无零点；

当时，，此时函数的零点为；

因为为奇函数，其图象关于原点对称，所以当时，函数无零点，

综上所述：函数有且只有1个零点，故A不正确；

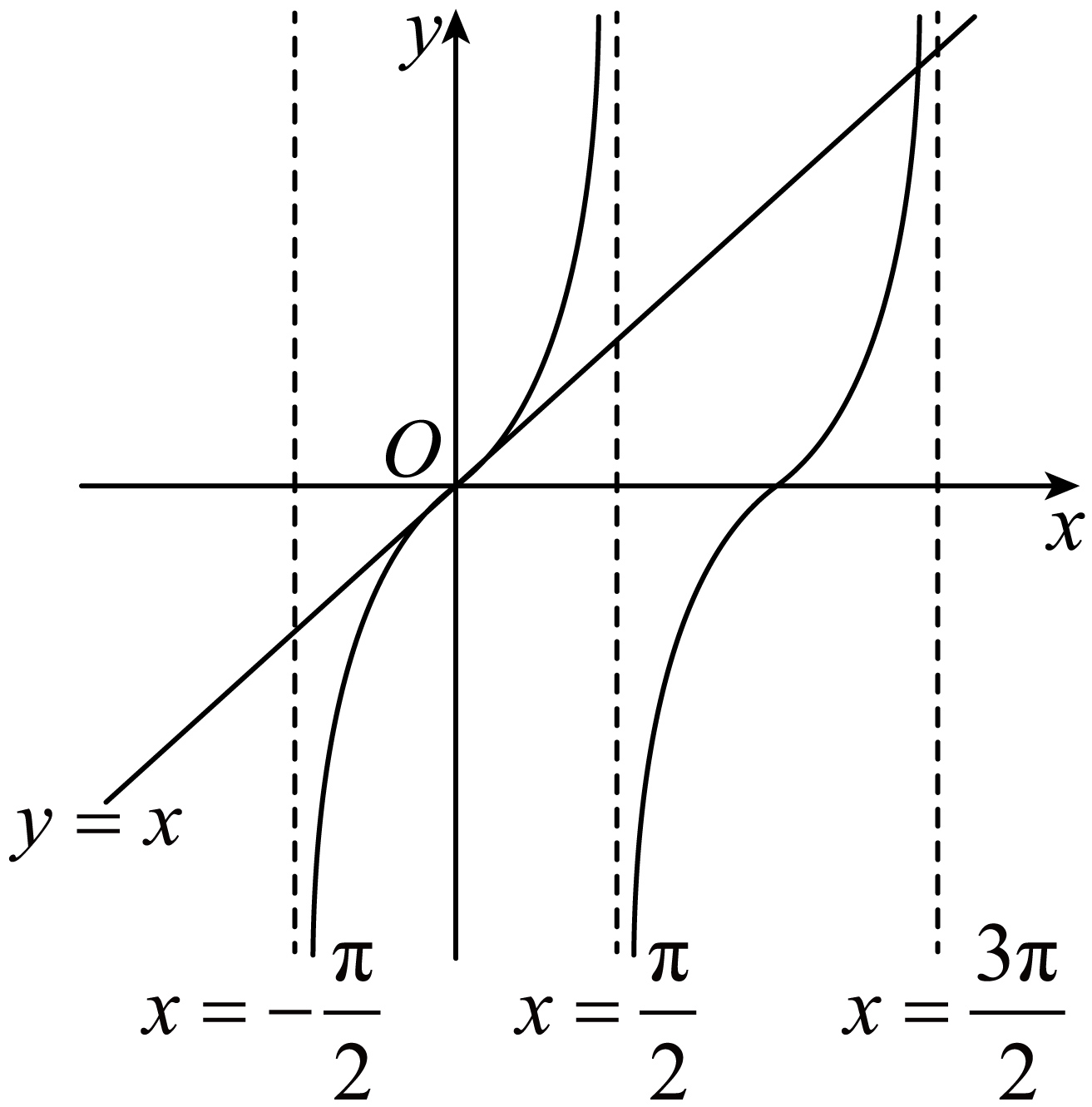
对于B，当时，因为，所以，

又为奇函数，所以当时，，

当时， ，

所以函数在上有且只有一个零点；

作出函数和的图象，如图：



由图可知，当时，函数和的图象只有一个交点，

函数在上只有一个零点，

所以函数在内有2个零点，故B正确；

对于C，当时，，，

又函数为奇函数，所以当时，，

当时，，

所以函数在内有且只有1个零点，故C正确；

对于D，当时，，所以，

又由于为奇函数，所以当时，，

所以，

当时，，

所以函数在内有1个零点.

故选：BCD

12. 已知正实数，满足，则使方程有解的实数可以为( )

A.  B. 2 C.  D. 1

【答案】ABC

【解析】

【分析】根据题意，化简为，设，且，根据单调性，得到在时单调递增，故，得到，代入，得到，设，，，得到，再根据单调性，可得到的范围.

【详解】，，，，



设，，明显地，单调递增

，，，，

，

令，，，，设，则有解，等价于与有交点，

明显地，单调递减，且，故，

故选：ABC

【点睛】思路点睛：

通过化简得到，设，利用的单调性，得到与的关系，进而化简得到，进而利用与有交点，得到的取值范围.

**非选择题部分**

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 命题“，”的否定是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】，

【解析】

【详解】全称命题的否可得，命题的否定为“，”．

答案：，．

14. 计算\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】对数、根式与指数的运算法则化简即可.

【详解】原式，

故答案为：.

15. 已知，则的值为\_\_\_\_\_\_.

【答案】##

【解析】

【分析】切化弦展开后化简代入计算即可.

【详解】∵



故答案为：.

16. 设函数，若函数的最小值为，则实数的取值范围为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

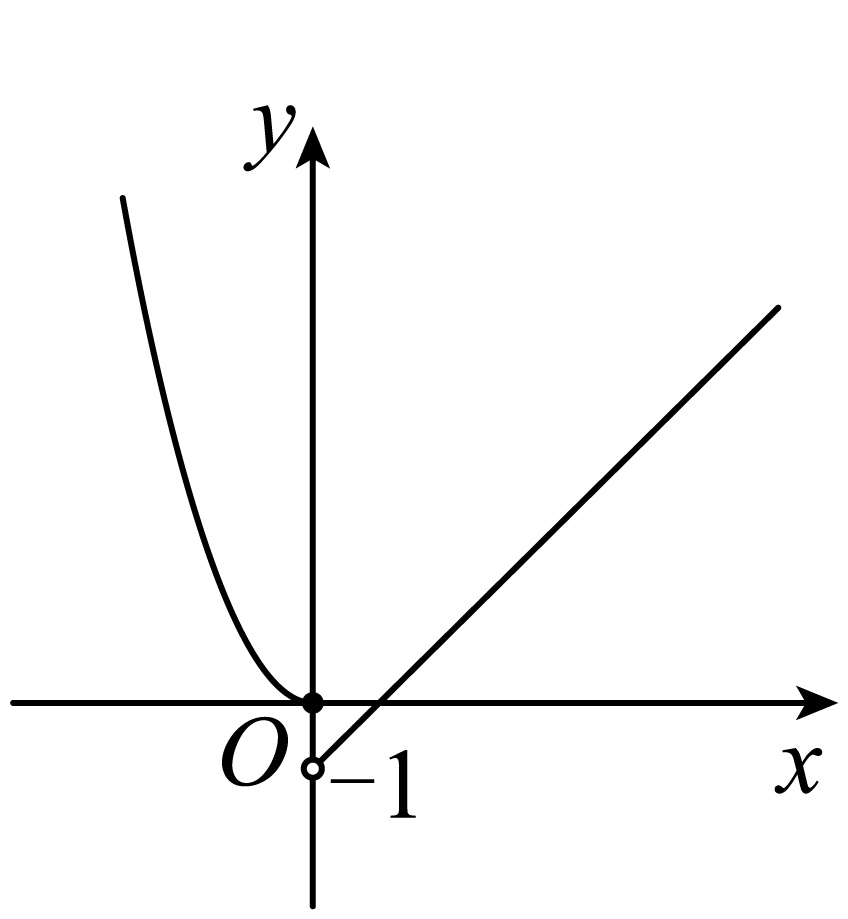
【分析】对分大于0，小于0，等于0，

同时利用函数图像及函数单调性进行分析求解即可.

【详解】①当时，

，

即，如图所示：



由图知此时函数无最值，所以，

②当时，

，

即，

当时，，对称轴为，

所以在单调递减，在单调递增，

故，

当时，在上单调递增，

所以，

由函数的最小值为，

此时 ，

所以函数最小值为，

所以，即，

解得：或(舍去)，

③当时，由时，

，此时在上单调递减，

所以最小值，

由时，

，

此时函数在单调递减，在单调递增，

所以，

所以当时，函数最小值为满足题意，

综上所述，当函数最小值为时，

实数的取值范围为：，

故答案为：.

**四、解答题：本题共6个小题，共70分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.**

17. 已知：在上恒成立；：存在使得；：存在，使得.

(1)若且是真命题，求实数的范围；

(2)若或是真命题，且是假命题，求实数的范围.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)且是真命题等价于、均是是真命题，将对应的的范围分别计算取交集即可；

(2)或是真命题，且是假命题等价于、一真一假，故分若真假，或若假真两类考虑，最后取并集.

【小问1详解】

若为真，则在上恒成立等价于，

得；

若为真，则存在使得等价于，

得；

且是真命题等价于、均是是真命题，故，

故；

【小问2详解】

若为真，等价于有解，则，

若为真假，则，

若为真，则，

若为假，则或；

或是真命题，且是假命题等价于、一真一假，

若真假，则

若假真，则，

综上：

18. 已知函数.

(1)求关于的不等式的解集；

(2)若，求函数在上的最小值.

【答案】(1)当时，不等式的解集为；

当时，不等式的解集为或；

当时，不等式的解集为或.

(2).

【解析】

【分析】(1)利用一元二次不等式的解法及对参数分类讨论即可求解；

(2)根据已知条件及基本不等式即可求解.

小问1详解】

由，得，即，

当时，不等式，解得，不等式的解集为；

当即时，不等式的解集为或；

当即时，不等式的解集为或；

综上所述，当时，不等式的解集为；

当时，不等式的解集为或；

当时，不等式的解集为或.

【小问2详解】

由，得，解得，

所以.因为，所以，

，

当且仅当，即时，等号成立.

所以当时，函数在上的最小值为.

19. 已知函数.

(1)化简，并求解；

(2)已知锐角三角形内角满足，求的值.

【答案】(1)，

(2)

【解析】

【分析】(1)将函数中的切化弦，再分子分母同时乘以，利用二倍角公式及辅助角公式即可化简，化简后将代入解析式即可求得结果.

(2)将代入解析式，再由已知求出的取值范围，即可求出的值，再利用凑角及两角和差公式代入数值即可求得结果.

【小问1详解】







所以，

所以；

【小问2详解】

因为，所以

又因为且，

所以，则，

因为，所以





所以.

20. 已知函数.

(1)证明：函数在上为增函数；

(2)求使成立的的取值范围.

【答案】(1)证明见解析

(2)

【解析】

【分析】(1)根据对数运算法则将函数化简之后得出的表达式，再利用单调性的定义即可得出证明；(2)结合(1)的结论和复合函数单调性得出函数在上为增函数，再利用函数奇偶性解带绝对值不等式即可得出的取值范围.

【小问1详解】

由函数可得

所以

取任意，且，

则

易知，所以，而；

所以，即

所以函数在上为增函数.

【小问2详解】

由题意可知，函数的定义域为

由可得，

所以函数为偶函数；

根据(1)可知，在上为增函数；

根据复合函数单调性可知，在上为单调递增；

又函数为偶函数，所以在上为单调递减，

由可得

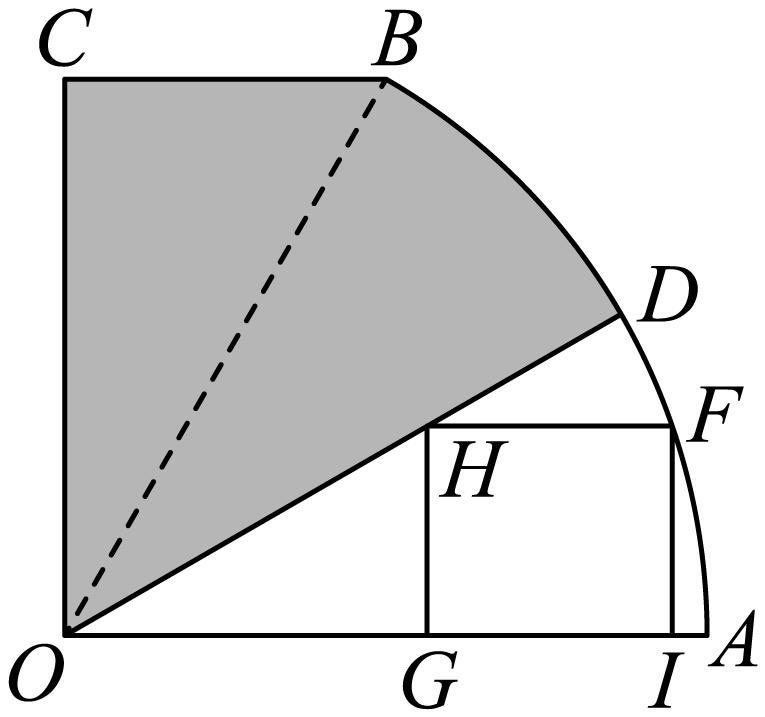
只需满足即可，

易知，所以

即，解得；

根据三角函数单调性可知

21. 近期，宁波市多家医院发热门诊日接诊量显著上升，为了应对即将到来的新冠病毒就诊高峰，某医院计划对原有的发热门诊进行改造，如图所示，原发热门诊是区域(阴影部分)，以及可利用部分为区域，其中，米，米，区域为三角形，区域为以为半径的扇形，且.



(1)为保证发热门诊与普通诊室的隔离，需在区域外轮廓设置隔离带，求隔离带的总长度；

(2)在可利用区域中，设置一块矩形作为发热门诊的补充门诊，求补充门诊面积最大值.

【答案】(1)(米)；

(2)(平方米).

【解析】

【分析】(1)在直角三角形中由已知条件可求出和，则可求得，从而可求出的长，进而可求得结果；

(2)连接，设，则结合已知条件表示出，然后表示出矩形的面积，化简变形后利用正弦函数的性质可求出其最大值.

【小问1详解】

因为，，，

所以，，

因为为锐角，所以，

因为，所以，

所以的长为，

所以隔离带的总长度为(米)；

【小问2详解】

连接，设，

因为，所以，，

因为，所以，

所以，

所以



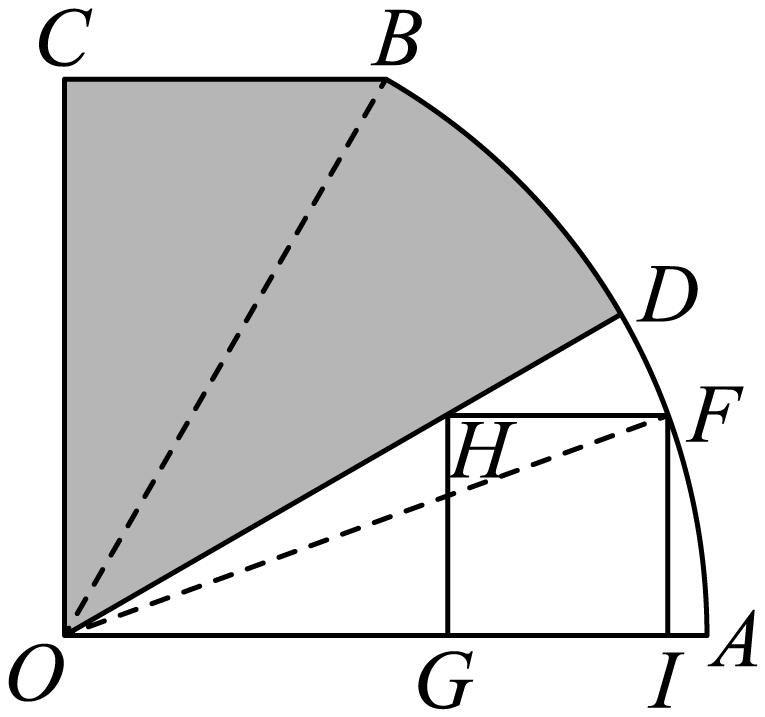


，

因为，

所以，当时取到最大值，

所以补充门诊面积最大值为(平方米).



22. 已知函数.

(1)当时，最小值为，求实数的值；

(2)对任意实数与任意，恒成立，求的取值范围.

【答案】(1)或

(2)或.

【解析】

【分析】(1)求出代入，变为只含有参数的二次函数，化简为顶点式函数，顶点纵坐标即为最小值.

(2) 对任意实数与任意，恒成立，即，求出，即或上恒成立，求解即可.

【小问1详解】

当时，，所以最小值为，即或

【小问2详解】

令，则，其中，

所以



.

当时，取得最小值为，

对任意实数与任意，恒成立，即，

所以或在上恒成立，

即或在上恒成立，

因为时等号成立，所以由恒成立可得，

在上递减常，所以，

由在上恒成立可得，即

综上，或.