**镇海中学2022学年第一学期期中考试**

**高一年级数学试卷**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1. 已知集合，，给出下列四个对应关系，其中能构成从*M*到*N*的函数的是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据映射，带值检验即可解决.

【详解】对于，当 时， ，故B错；

对于，当 时， ，故C错；

对于，当 时， ，故D错；

故选：A.

2. 已知，则( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】A令即可判断；B、C应用作差法判断大小关系；D利用基本不等式，注意等号成立条件判断即可.

【详解】A：当时，错误；

B：，而，故，错误；

C：，而，若时，错误；

D：，当且仅当时等号成立，而，故，正确.

故选：D

3. 设，则“”是“关于*x*的不等式有解”的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【解析】

【分析】先分，，讨论，求出不等式有解时的范围，再通过充分性和必要性的概念得答案.

【详解】关于*x*的不等式有解

当时，，得，符合有解；

当时，或，解得或

关于*x*的不等式有解得，

故“”是“关于*x*的不等式有解”的必要不充分条件

故选：B.

4. 已知集合，集合，则( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据4和6最小公倍数为12，得，而，易得两集合之间关系.

【详解】,且,,

，又，

则集合中的元素应为12的正整数倍,集合中的元素为24的整数倍,故,.可知,当元素满足为24的整数倍时,

必满足为12的正整数倍,则

故A,B错误，对D选项，若，则此元素既不在集合中，也不在集合中，故D错误，

故选：C.

5. 下列判断正确的是( )

A. 函数既是奇函数又是偶函数 B. 函数是非奇非偶函数

C. 函数是偶函数 D. 函数是奇函数

【答案】D

【解析】

【分析】根据奇偶性的定义和性质，逐项判断即可.

【详解】解：对于A，，所以，故函数是偶函数，不是奇函数，故A错误；

对于B，函数的定义域为，

所以，则为奇函数，故B错误；

对于C，函数定义域满足，定义域不关于原点对称，

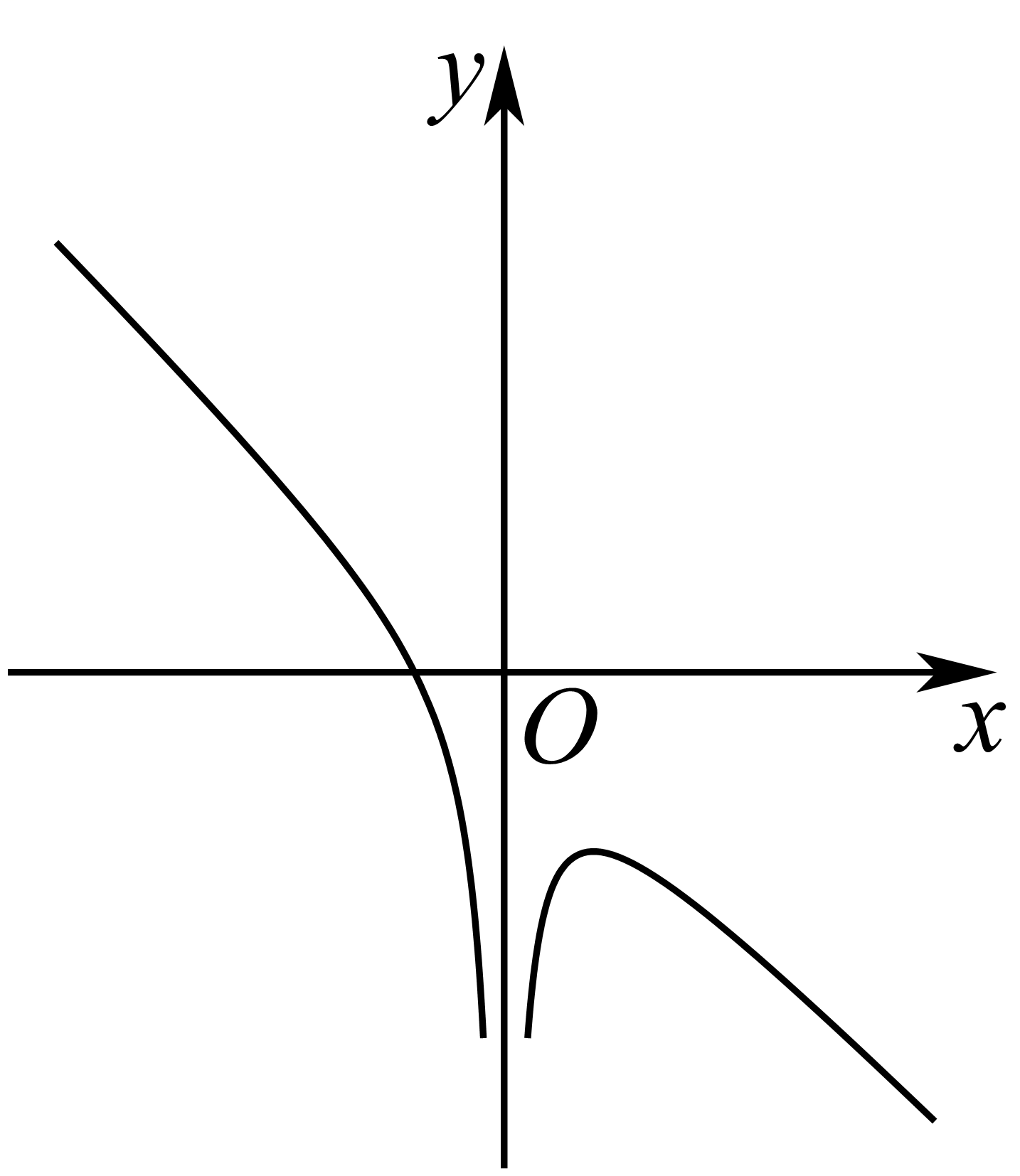
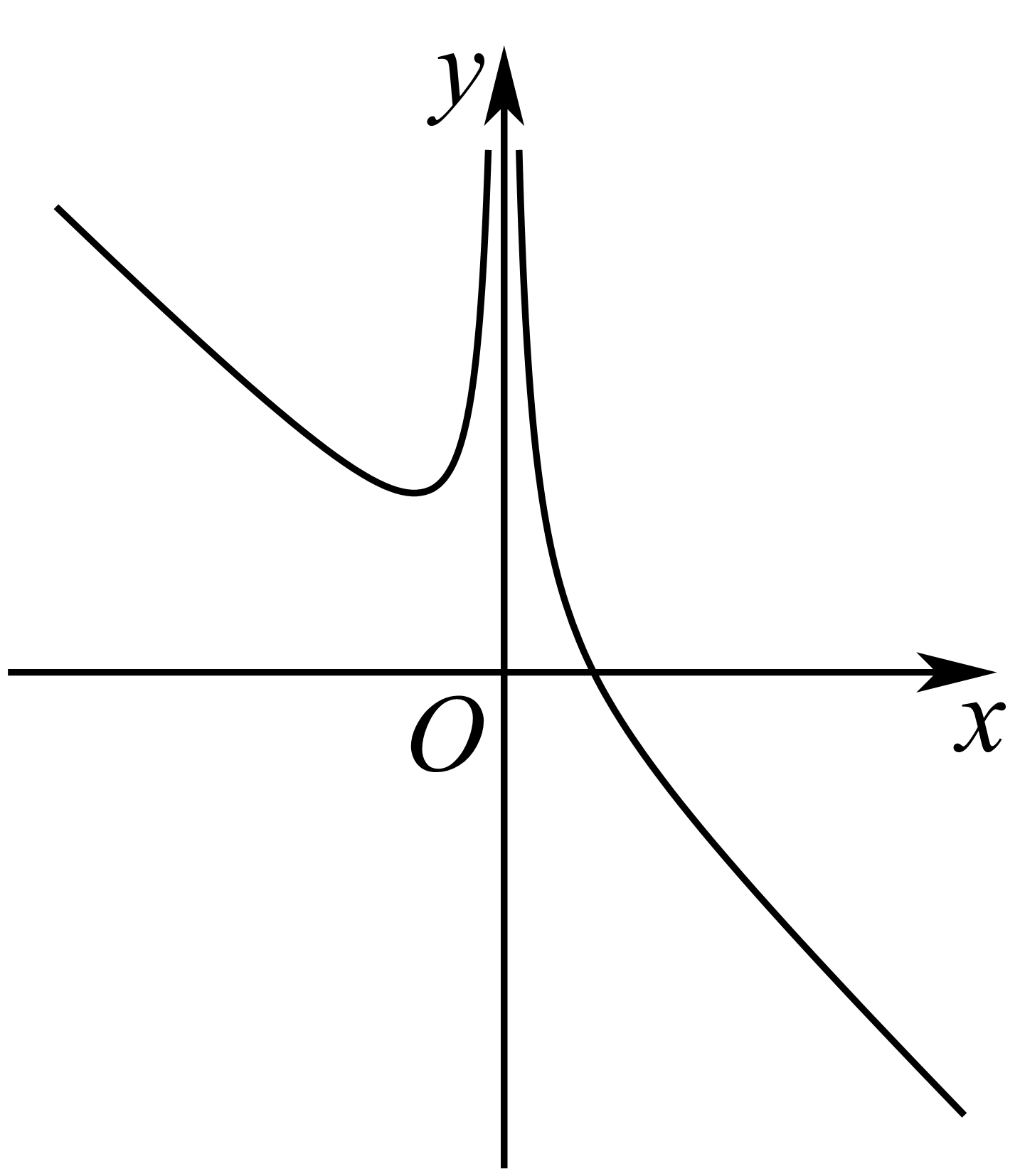
则函数非奇非偶，故C错误；

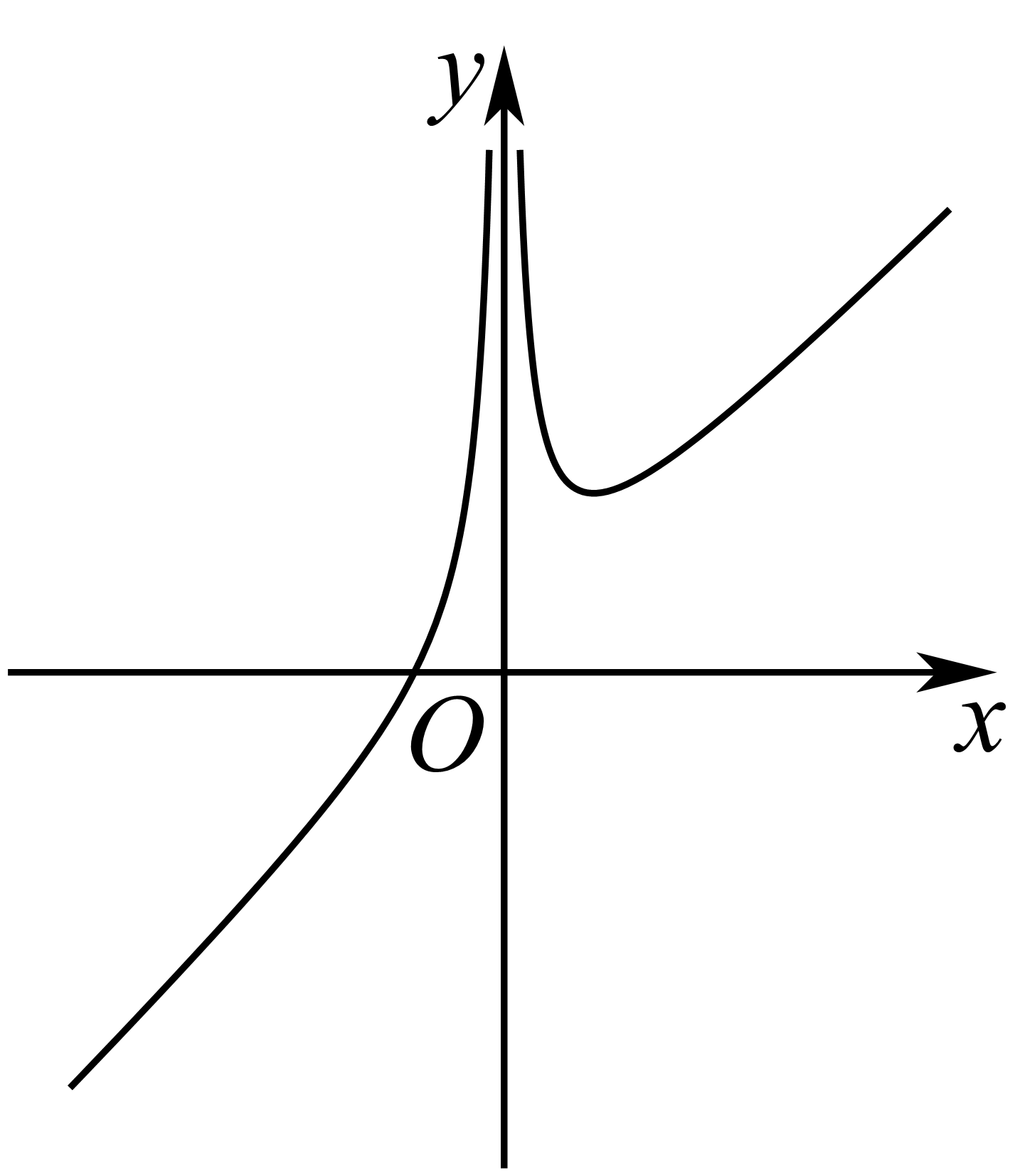
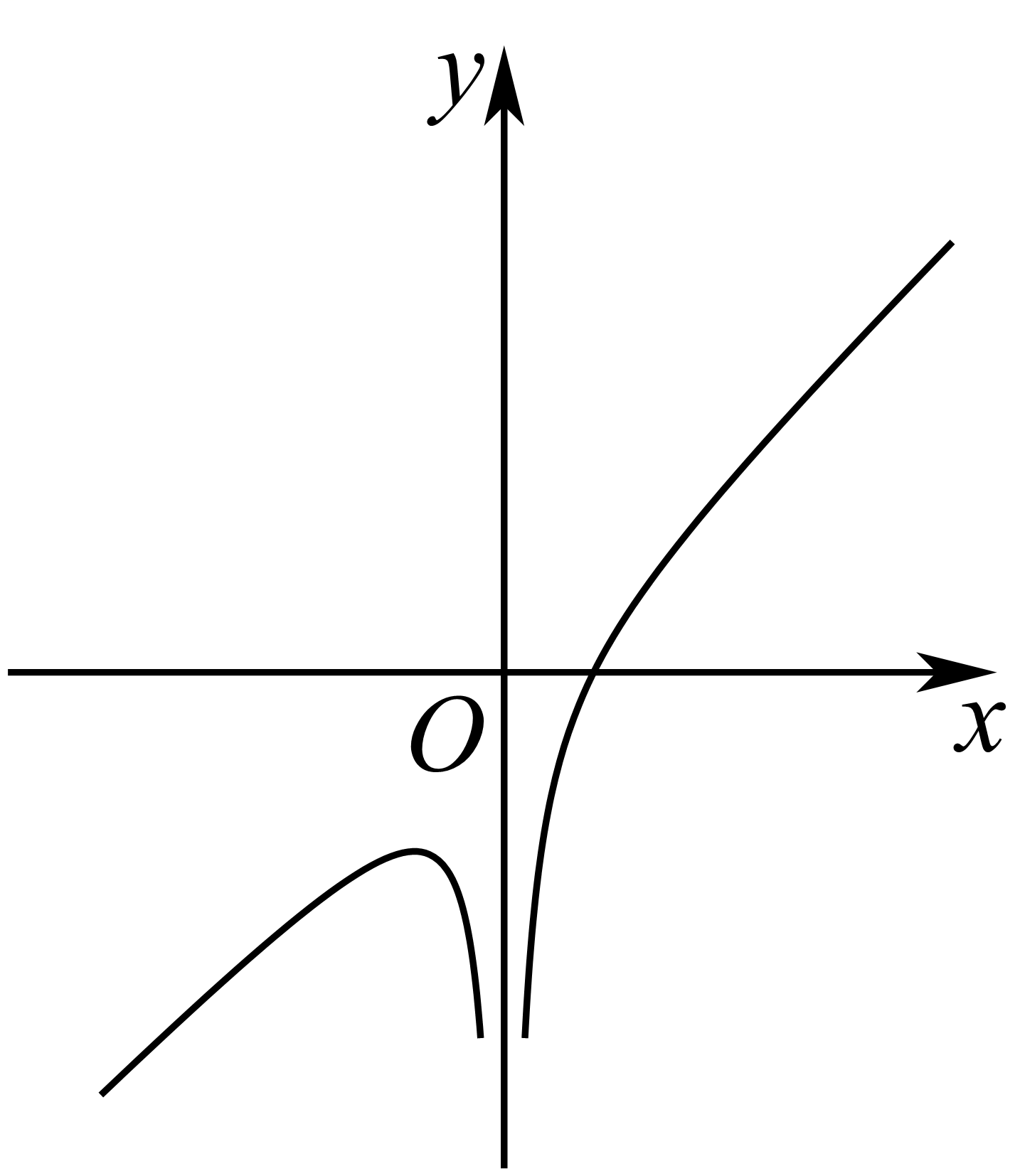
对于D，函数的定义域为，

所以，则函数是奇函数，故D正确.

故选：D.

6. 已知函数，则函数的图象关于*y*轴对称的图象是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】首先对时，函数单调性进行分析，然后得到其图像关于轴对称后的单调性，再讨论时，利用基本不等式等到它在此范围内的最值，然后得到其图像关于轴对称后的最值.

【详解】当时，，设，，根据减函数加上减函数为减函数，则在单调递减，故当其关于对称后，变为当时，对称后的函数在上单调递增，故A,B,D错误，

当时，，当且仅当时等号成立，故当其关于对称后，变为，应有最小值2，

故选：C.

7. 已知定义在上的偶函数在区间上单调递增，则满足的取值范围为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据为偶函数得出的对称轴，单调性得出的单调性，由根据题意列不等式求解即可.

【详解】由题知：是在上的偶函数，

所以关于 轴对称,

因为在区间上单调递增，

所以在区间上单调递减，

所以关于 轴对称，在区间上单调递增，在区间上单调递减，

所以，

因为，

所以，解得：，

所以取值范围为，

故选：A.

8. 已知集合，，，．若，则集合*A*中元素个数的最大值为( )

A. 1347 B. 1348 C. 1349 D. 1350

【答案】C

【解析】

【分析】通过假设，求出相应的，通过建立不等关系求出相应的值.

【详解】设满足题意，

其中，

则，

，

，

，

，

，

中最小的元素为1，最大的元素为 ，

，

，

，

实际上当时满足题意，证明如下：

设，

则,

由题知，即，

故 的最小值为674，

于是 时， 中的元素最多，

即时满足题意，

终上所述，集合 中元素的个数的最大值为1349

故选：C.

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．**

9. 函数，，若，则实数的值可能为( )

A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

【答案】BD

【解析】

【分析】首先求出，再代入中，解指数方程即可.

【详解】依题意得，，则，即，解得或者.

故选：BD

10. 下列说法错误是( )

A. 命题“存在，使得不等式成立”的否定是“任意，都有不等式成立”

B. 已知，，则

C. “成立”是“成立”的充要条件

D. 关于*x*的方程有一个正根，一个负根的充要条件是

【答案】AD

【解析】

【分析】A.利用存在命题的否定式全称命题，并否定结论来判断；

B.利用不等式的性质判断；

C.根据充分性和必要性的概念来判断；

D.利用判别式和韦达定理来判断.

【详解】A.命题“存在，使得不等式成立”的否定是“任意，都有不等式成立”，A错误；

B.，则，又，根据不等式的性质，两式相加得，可推出，B正确；

C.由得，对于，有当时，，故“成立”是“成立”的充要条件，C正确；

D.关于*x*的方程有一个正根，一个负根，则，解得，D错误.

故选：AD.

11. 下列函数中满足性质：“存在两个不等实数、，使得成立”的是( )

A  B. 

C.  D. 

【答案】ACD

【解析】

【分析】利用特殊值法可判断AC选项，利用作差法可判断B选项，利用图象法可判断D选项.

【详解】对于A选项，取，，则，A选项中的满足满足条件；

对于B选项，对任意的、且，

，

所以，，B选项中的函数不满足条件；

对于C选项，取，，则，

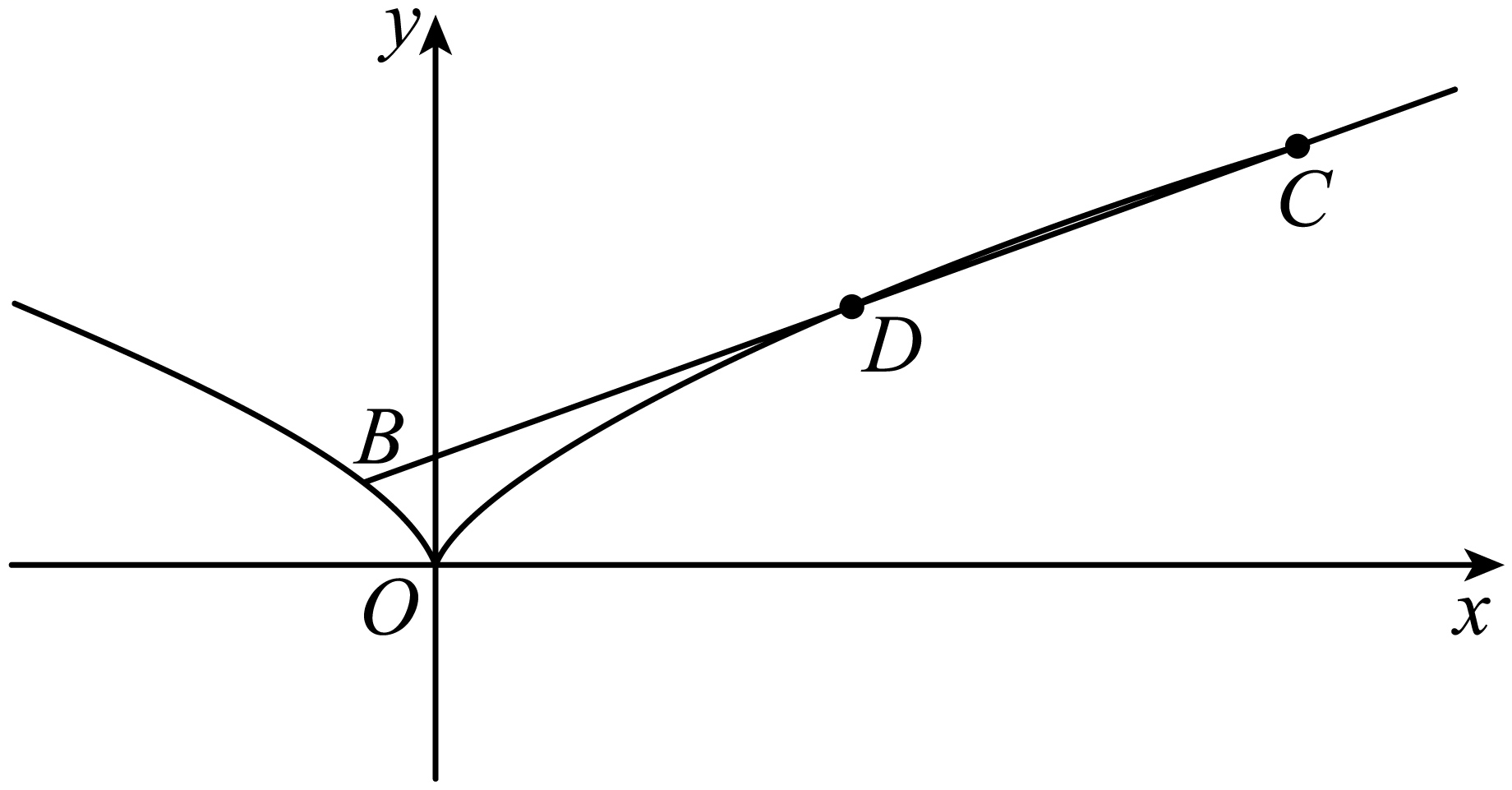
，

所以，，C选项中的函数满足条件；

对于D选项，，该函数的定义域为，

作出函数图象，如图，若要使，

则需找,使得*D*为*BC*的中点，



所以D选项中的函数满足条件.

故选：ACD.

12. 已知定义在R上的函数，满足对，有，则称为“好函数”.下列说法中正确的是( )

A. 若，则为“好函数”

B. 若为“好函数”，则为偶函数

C. 若为“好函数”，则不一定是周期函数

D. 若为“好函数”，且，，则

【答案】BCD

【解析】

【分析】利用赋值法，结合“好函数”、函数的奇偶性、周期性对选项进行分析，从而确定正确答案.

【详解】令，则，故，

令，则，可得，

(则)或，即为偶函数，B正确；

A选项中，不是偶函数，所以A错误.

令，则，若，则，

若，则，无法构成周期函数，C正确；

若，，则，，，

令则，故，则，故，

令则，故，则，故，

综上，，，，，，，，…

可知当*x*为整数时，的周期为4，

则，D正确.

故选：BCD

【点睛】关于新定义的抽象函数，解题关键点有三个，一个是赋值法，一个是新定义中“定义”的理解和运用，一个是函数的基本性质的综合运用.

**三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．**

13. 函数的值域是\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】利用判别式法即可求出函数的值域.

【详解】由题知函数的定义域为，

所以，将整理得，

所以，当时，；

当时，，解得，

所以，，即函数的值域是

故答案为：

14. 给定集合*A*和*B*，定义运算“”：．若，，则集合的子集的个数为\_\_\_\_\_\_．

【答案】8

【解析】

【分析】根据集合新定义确定集合的元素，按照子集概念求得集合的子集，即可得子集得个数.

【详解】解：因为，，

所以，则集合的子集有：共8个.

故答案为：8.

15. 已知实数*x*，*y*满足，则的最小值是\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】由得，设，得，代入目标式整理，利用基本不等式求解最值.

【详解】由得，

设，得，

，



，

当且仅当，即或，即或时等号成立

的最小值是

故答案为：.

16. 已知，函数，其中是自然对数的底数．若函数有且仅有三个零点，则实数*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

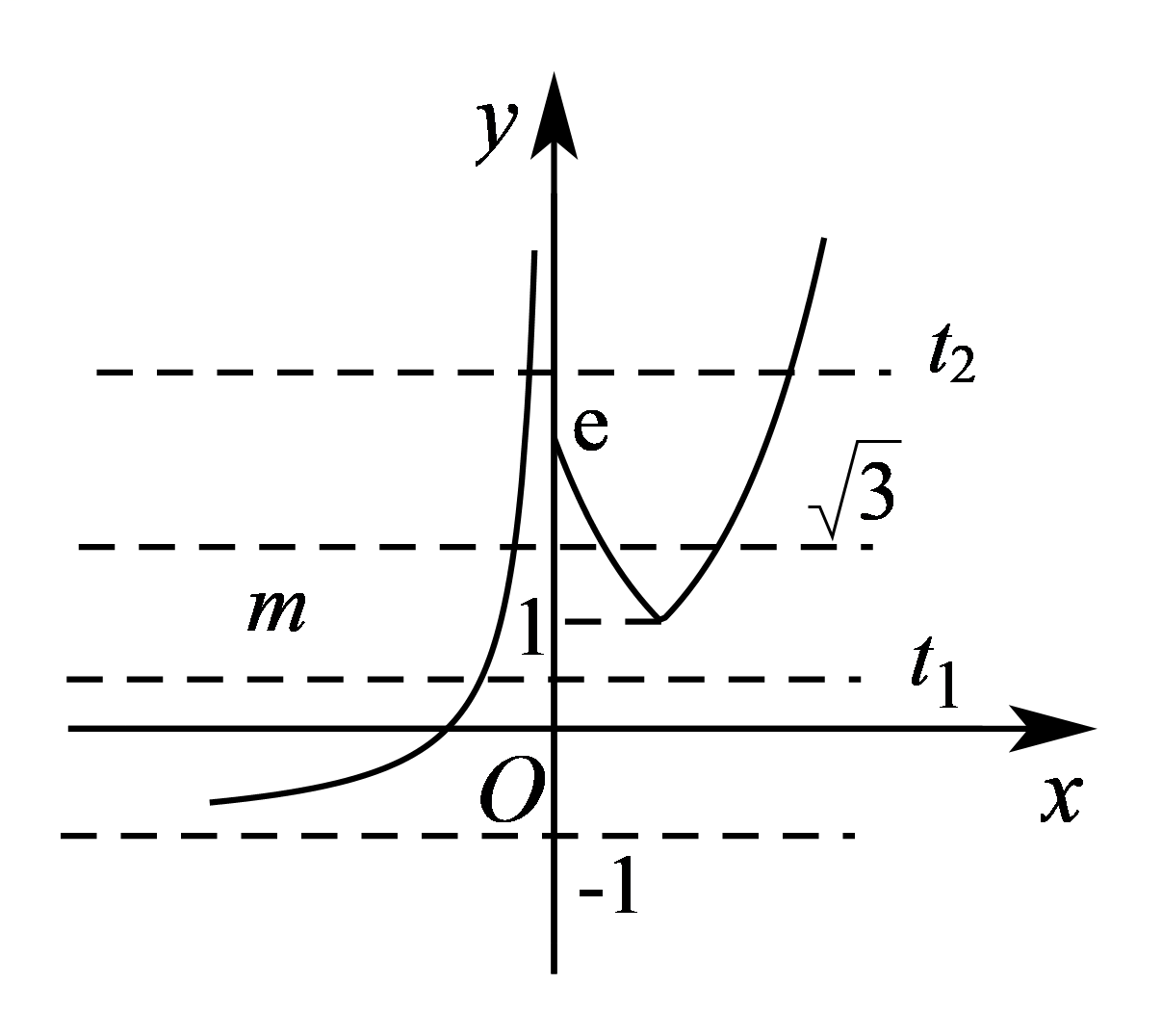
【分析】首先作出的函数图像，令，将零点问题转化为二次函数零点，再一步转化为与的图像交点问题，结合图像分析的范围，即可间接求出参数的范围.

【详解】令,则的有且仅有三个零点，等价于与的图像有且仅有三个交点.

①当只有一解时，此时，即.而时，代入，解得，此时与没有三个交点，舍去；当时，代入解得，由图像可知，此时与图像有有三个交点，符合题意，;

②当有两个解时，即或.设解分别为和，则与以及两条直线有三个交点即可.，当时，由图形可知，不符合题意，故，此时.当，时，此时函数图像共有三个交点，则此时，由韦达定理知，，解得，与矛盾，不符合题意；当，时，由二次函数根分布的条件可知有，解得.

综上所述，有三个零点时，范围为.



故答案为：

**三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．**

17. 计算求值：

(1)；

(2)．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据指数幂的运算性质计算即可；

(2)根据对数的运算性质及换地公式计算即可.

【小问1详解】





【小问2详解】







18. 已知全集，设集合，．

(1)若，求；

(2)若，求实数*a*的取值范围．

【答案】(1)或；

(2)或.

【解析】

【分析】(1)解一元二次不等式求集合*A*，应用集合补、并运算求结果.

(2)由集合的包含关系，讨论、求参数范围，然后取并.

【小问1详解】

由题设，，故或，

所以或.

【小问2详解】

由，

若，即，可得或；

若，则(区间端点等号不同时成立)，可得；

综上，或.

19. 二十大正式开幕，二十大报告中，“推动绿色发展，促进人与自然和谐共生”作为一章被单独罗列了出来，过去十年是生态文明建设和生态环境保护认识最深、力度最大、举措最实、推进最快、成效最显著的十年，而与每个居民的日常生活密切相关的就是水资源问题．目前，居民用户综合水价按三档分阶梯计价(如下表所示)，阶梯水量以年为计价周期，周期之间不累计、不结转．

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 阶梯 | 用户用水量(吨) | 综合水价  (元／吨) | 其中 | |
| 自来水费  (元／吨) | 污水处理费  (元／吨) |
| 第一阶梯 | 0～144(含) | 3.50 | 2.50 | 1.00 |
| 第二阶梯 | 144～204(含) | 7.00 | 6.00 |
| 第三阶梯 | 204以上 | 9.00 | 8.00 |

(1)若一户家庭一年所交水费756元，问其一年用水多少吨；

(2)将居民缴纳的污水处理费视为污水处理厂的收入，一个中型污水处理厂的月处理污水量在30万吨到300万吨之间，中型污水处理厂的月处理成本*y*(万元)与月处理量*x*(万吨)之间的函数关系可近似地表示为，问该厂每月污水处理量为多少万吨时，才能使每万吨的处理利润最大？

【答案】(1)吨；

(2)每月处理万吨时处理利润最大.

【解析】

【分析】(1)根据题设写出水费的分段函数表达式，再根据求对应用水量值即可；

(2)由，结合二次函数性质求其最大值即可.

【小问1详解】

设用水量为吨，则：

当，水费元；

当，水费元；

当，水费元；

由题设，水费，

当元，而，，

所以，可得吨.

【小问2详解】

由题意，处理利润且，

所以，在上递增，

当万吨时，最大万元.

20. 已知函数是指数函数．

(1)求*a*

(2)设函数，，记在上的最小值为，求的最小值．

【答案】(1)

(2)1

【解析】

【分析】(1)根据指数函数的定义建立方程组即可求解.

(2)首先根据题意求出的表达式，再利用换元法，将其转化成二次函数，讨论二次函数对称轴在区间的位置，分别求最小值，然后利用分段函数以及二次函数研究的最小值即可.

【小问1详解】

为指数函数，根据定义得，解得.

此时.

【小问2详解】

由(1)可知，，则.令，，则只需求在上的最小值.

当，即时，在上单调递增，此时在处取得最小值；

当，即时，开口向上，在对称轴处取得最小值，即时，此时；

当,即时，在上单调递减，此时在处取得最小值，.

综上，可得.

由可得，当时，单调递减，在处取最小值；

当时，；

当时，单调递增，在处取最小值.

综上的最小值为1.

21. 设函数是定义在**R**上的奇函数，当，．

(1)求时，函数的解析式；

(2)判断在**R**上的单调性；

(3)解关于*x*的不等式，其中．

【答案】(1)；

(2)在上单调递减；

(3)见解析.

【解析】

【分析】(1)令，根据其为奇函数，则；

(2)因其是奇函数，则只需证明在上单调性，利用定义法证明其单调性，取值，作差，因式分解，判定符号，得到结论.

(3)根据其为奇函数移项得，根据其为单调减函数，则，接下来对分类讨论即可.

【小问1详解】

当，则，根据为奇函数，

则，

【小问2详解】

在上单调递减，

理由：为奇函数，且，故我们证明其在上单调性，

任取，且，

，所以，，

，即，

在上单调递减，又因为为分段函数的衔接点，且为奇函数，

则在上单调递减.

【小问3详解】

，则，

因为为奇函数，则，

因为在上单调递减，则，

，即，即，

①当时，，解得，

②当时,,不等式化为,解得或;

③当时,,不等式为,解得;

④当时,,不等式为,解得;

⑤当时,,不等式为,解得;

综上知,时,不等式的解集为;

时,不等式的解集为

时,不等式的解集为

时,不等式的解集为.

22. 已知函数，其中．

(1)当时，函数在区间和上单调递增，求*a*的取值范围；

(2)若对任意的实数*a*，都存在，使得不等式成立，求实数*b*的取值范围．

【答案】(1)；

(2)

【解析】

【分析】(1)令，知，设两个零点为，去掉绝对值后，得，根据函数在区间和上单调递增，列出不等式，求出即可.

(2)原问题中的命题为全称命题，可先求出满足其命题的否定形式的实数*b*的取值范围，求出的取值范围的反面就是满足原题命题要求的实数*b*的取值范围.

【小问1详解】

当时，令，，

所以一定有两个零点，设为，且，

则，

则当或时，有，则；

当时，有，则.

所以，函数，

因为在题中区间单调递增，所以，当时，函数在上单调递减，则要使，函数在区间上单调递增，应满足，

即有，解得；

又函数在区间上单调递增，显然在**R**上连续，则应满足，解得.

所以，*a*的取值范围为.

小问2详解】

问题条件“对任意的实数*a*，都存在，使得不等式成立”，由此可先确定

问题条件得反问为“存在实数*a*，对于任意，使得不等式成立” ，

只要，的最大值和最小值之差小于2即可，

因为在为增函数，所以，

，解得且

故满足问题(2)的实数*b*的取值范围为：