**2022学年第一学期期中杭州地区(含周边)重点中学**

**高一年级数学学科试题**

**命题：桐庐中学 王燕萍、方婷华 审校：严州中学 刘景红 审核：临安中学 邵肖华**

**考生须知：**

**1.本卷满分150分，考试时间120分钟；**

**2.答题前，在答题卷密封区内填写班级、考试号和姓名；**

**3.所有答案必须写在答题卷上，写在试卷上无效；**

**4.考试结束后，只需上交答题卷.**

**选择题部分**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知集合，，，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】利用补集和交集的定义可求得集合.

【详解】由已知可得，因为.

故选：C.

2. 命题“，”的否定是( )

A. ， B. ，

C. ， D. ，

【答案】A

【解析】

【分析】

根据含有一个量词的命题的否定的定义求解.

【详解】因为命题“，”是存在量词命题，

所以其否定是全称量词命题，即，，

故选：A.

3. 下列函数与是同一个函数的是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】判断函数的定义域、对应关系是否完全相同即可得答案

【详解】对于A，函数的定义域为，函数的定义域为，定义域不同，不是同一函数；

对于B，，两个函数定义域相同，对应关系也相同，是同一函数；

对于C，函数的定义域为，定义域不同，与不是同一函数；

对于D，，对应关系不相同，不是同一函数.

故选：B

4. 若*a*，，则“”是“”的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】对于充分性，利用基本不等式，可得证；对于必要性，可举反例，可得答案.

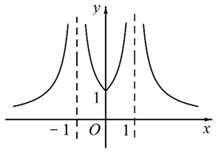
【详解】因为，当且仅当时等号成立，所以，即；

当时，，但，

故“”是“”的充分不必要条件.

故选：A.

5. 我国著名数学家华罗庚曾说：“数缺形时少直观，形缺数时难入微，数形结合百般好，隔裂分家万事休．”在数学的学习和研究中，常用函数的图象来研究函数的性质，也常用函数的解析式来研究函数图象的特征．我们从这个商标中抽象出一个图象如图，其对应的函数可能是( )



A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】由图象知函数的定义域排除选项选项A、D，再根据不成立排除选项C，即可得正确选项.

【详解】由图知的定义域为，排除选项A、D，

又因为当时，，不符合图象，所以排除选项C，

故选：B.

6. 已知函数对任意两个不相等的实数，都有不等式成立，则实数*a*的取值范围是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】由题意知*f*(*x*)在上是增函数，令，则函数*t*为二次函数，且在时为增函数，且在时恒成立，据此列出不等式组即可求解．

【详解】由题意可知在上为单调增函数，

令，

则函数*t*为二次函数，且在时为增函数，且在时恒成立，

∴，解得

故选：C．

7. 设函数，若，则的值为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】由得出的关系式，计算后代入上面得出的关系式即可．

【详解】由题意，则，所以

故选：B.

8. 已知奇函数在上单调递增，对，关于的不等式在上有解，则实数的取值范围为( )

A. 或 B. 或

C.  D. 或

【答案】A

【解析】

【分析】根据函数的单调和奇偶性，将不等式转化为当时，在成立，上有解，结合主元变更求实数的取值范围，同样当时，在成立，上有解，结合主元变更求实数的取值范围即可.

【详解】解：①当时，可以转换为，

因为奇函数在上单调递增，

，则，

∴在成立，则，

由于，∴在递减，则，

又在上有解，则，∴；

②当时，由单调性和奇偶性可转换为：，

∴，在成立，则，

当时，在，递增，则，

又在有解，则，∴，

当时，在，递减，则，

又在有解，则，∴，综合得.

综上，或.

故选：A.

**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得2分.**

9. 若幂函数的图象过，下列说法正确的有( )

A. 且 B. 是偶函数

C. 在定义域上是减函数 D. 的值域为

【答案】AB

【解析】

【分析】根据幂函数的定义可得，由经过可得，进而得，结合选项即可根据幂函数的性质逐一求解.

【详解】对于A;由幂函数定义知，将代入解析式得，A项正确；

对于B;函数的定义域为，且对定义域内的任意*x*满足，故是偶函数，B项正确；

对于C;在上单调递增，在上单调递减，C错误；

对于D;的值域不可能取到0，D项错误.

故选：AB

10. 已知，，，则下列结论正确的是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】ACD

【解析】

【分析】将*c*改写成，利用和的单调性，分别与*a*，*b*比较大小.

【详解】因为，，又，是减函数，

所以，即，故A正确；

因为，又，是增函数，所以，即，故B不正确；

由于，所以，故C正确；

由前面的分析知，所以，而，所以，故D正确.

故选：ACD.

11. 设，且，则下列结论正确的是( )

A. 的最小值为 B. 的最大值为1

C. 最小值为 D. 的最大值为6

【答案】AC

【解析】

【分析】根据，且，结合基本不等式逐项求解最值即可判断正误.

【详解】解：对于A选项：，当成立，故A正确；

对于B选项：，由于，所以，当且仅当成立，故无最大值，故B错误；

对于C选项，，当时，又能取等号，故C正确；

对于D选项，，当成立，故最小值为6，故D错误.

故选：AC.

12. 一般地，若函数的定义域为，值域为，则称为的“*k*倍美好区间”.特别地，若函数的定义域为，值域也为，则称为的“完美区间”.下列结论正确的是( )

A. 若为的“完美区间”，则

B. 函数存在“完美区间”

C. 二次函数存在“2倍美好区间”

D. 函数存在“完美区间”，则实数*m*的取值范围为

【答案】BCD

【解析】

【分析】分析每个函数的定义域及其在相应区间的单调性，按“*k*倍美好区间”，“完美区间”的定义，列出相应方程，再根据方程解的情况，判断正误.

【详解】对于A，因为函数的对称轴为，故函数在上单增，

所以其值域为，又因为为的完美区间，

所以，解得或，因为，所以，A错误；

对于B，函数在和都单调递减，假设函数存在完美区间，则，即*a*，*b*互倒数且，故函数存在完美区间，B正确；

对于C，若存在“2倍美好区间”，则设定义域为，值域为

当时，易得在区间上单调递减，

，两式相减，得，代入方程组解得，，C正确.

对于D，的定义域为，假设函数存在“完美区间”，

若，由函数在内单调递减，则，解得；

若，由函数在内单调递增，则，即在有两解*a*，*b*，得，故实数*m*的取值范围为，D正确.

故选：BCD.

【点睛】抓住“*k*倍美好区间”，“完美区间”的定义，在已知单调性的前提下，即可通过分析函数在区间端点处*a*，*b*的取值，列出方程组.

**非选择题部分**

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 计算：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

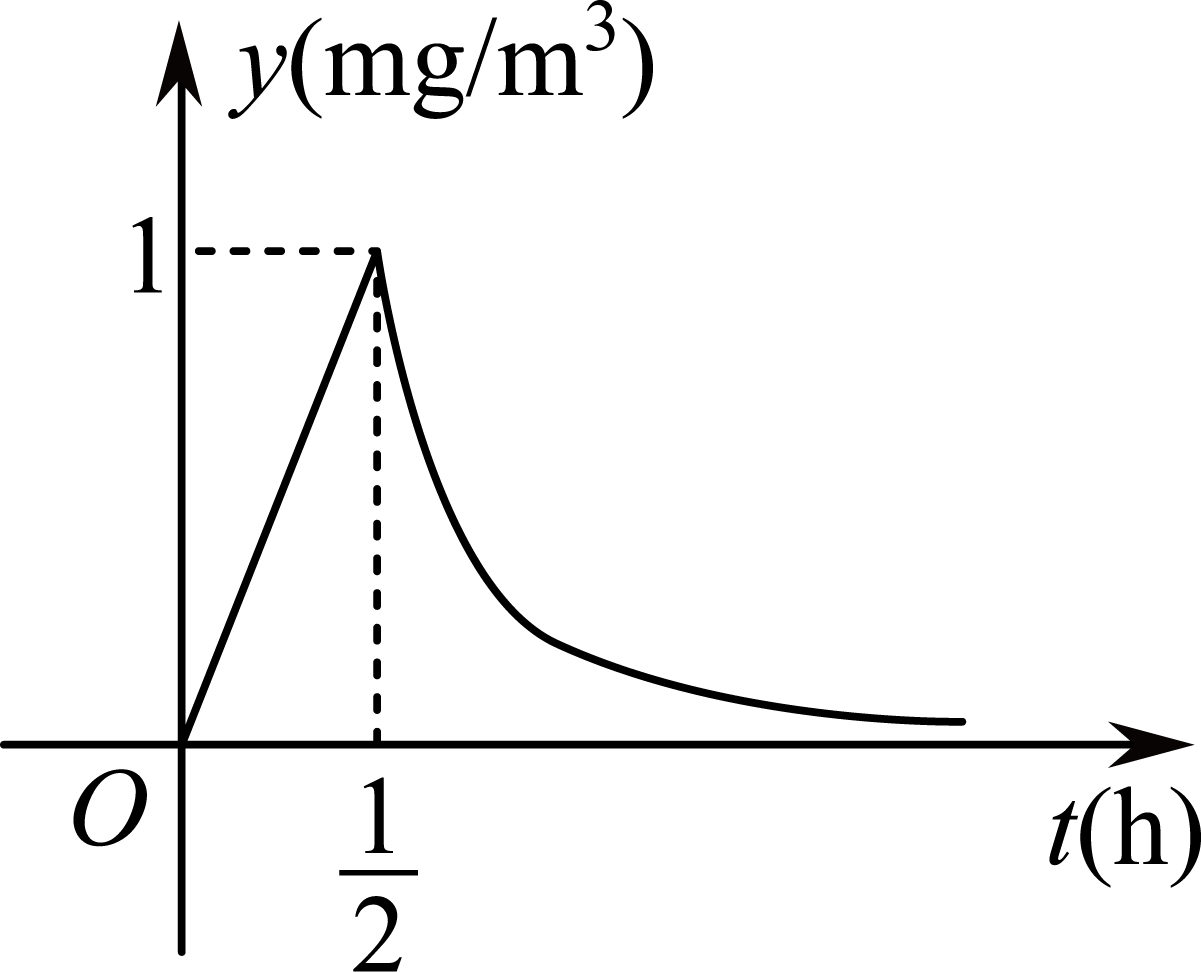
【解析】

【分析】根据指数运算法则，直接求解即可.

【详解】

故答案为：.

14. 秋冬季是流感的高发季节，为了预防流感，某学校决定用药熏消毒法对所有教室进行消毒.如图所示，已知药物释放过程中，室内空气中的含药量()与时间()()成正比；药物释放完毕后，与*t*的函数关系式为(为常数，)，据测定，当空气中每立方米的含药量降低到()以下时，学生方可进教室，则学校应安排工作人员至少提前\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_小时进行消毒工作.



【答案】1

【解析】

【分析】根据题意求出参数*a*，当时,令，解不等式即可.

【详解】由图中一次函数图象可得，图象中线段所在直线的方程为，

又点在曲线上，所以，

解得，

因此含药量与时间 之间的函数关系式为，

当时，令，即，即，解得

故答案：1.

15. 已知定义在R上的函数满足，若与的交点为，，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】10

【解析】

【分析】根据对称性可得图象的对称轴为直线，同样可得，则函数的图象也关于直线对称，故与的交点也满足对称性，即可得的值.

【详解】解：由，得图象的对称轴为直线，

又，即，

所以函数的图象也关于直线对称，

如图函数和函数的图象的5个交点的横坐标关于直线对称，

根据对称性可得

故答案为：10

16. 若不等式对任意的恒成立，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

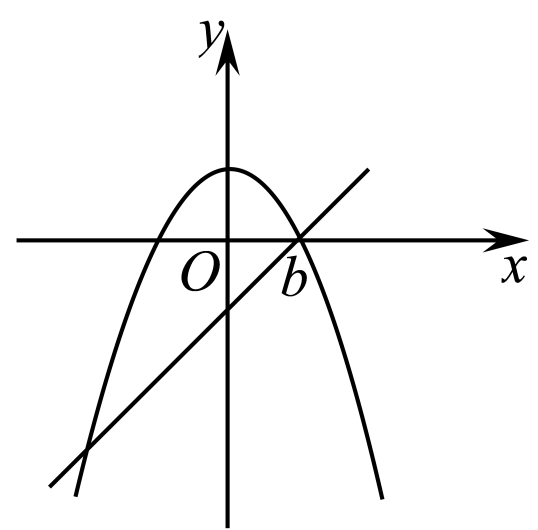
【解析】

【分析】根据不等式对和分类讨论，分别满足不等式对任意的恒成立，列式求解即可.

【详解】解：①当时，由得到在上恒成立，显然*a*不存在；

②当时，由，可设，

由的大致图象，可得的大致图象，如图所示，



由题意可知则，所以，

当且仅当，即时，取等号，所以的最大值为

综上，的最大值为

故答案为：

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 已知.

(1)当时，求不等式的解集；

(2)若命题，使得为假命题.求实数*a*的取值范围.

【答案】(1)或

(2)

【解析】

【分析】(1)按不含参的一元二次不等式求解；

(2)转化为对恒成立问题求解，要注意讨论二次项系数是否为0.

【小问1详解】

当时，原不等式为，

令得，， 又因为开口向上，

所以不等式解集为或

【小问2详解】

 命题，使得为假命题，

，恒成立为真命题

即：对恒成立

①当即时，恒成立，符合题意；

②当即时，应满足，，

综上所述：.

18. 已知全集*U*为全体实数，集合，

(1)在①，②，③这三个条件中选择一个合适的条件，使得，并求和；

(2)若“”是“”的必要不充分条件，求实数*a*的取值范围.

【答案】(1)选条件③，或，

(2)

【解析】

【分析】(1)求出集合，再得出三个条件下集合，由，确定选条件③，然后由集合的运算法则计算；

(2)根据必要不充分条件的定义求解．

【小问1详解】

由题知：集合，，

时，，时，，时，，

，需选条件③，

此时，或，

，

【小问2详解】

∵ “”是“”的必要不充分条件是*B*的真子集，

∴且等号不同时取得，解得．

19. 已知定义在*R*的奇函数，当时，

(1)求的值；

(2)求在*R*上的解析式；

(3)若方程有且只有一个实数根，求实数*m*的取值范围.

【答案】(1)

(2)

(3)

【解析】

【分析】(1)根据奇函数的性质即可代入求解，

(2)根据奇函数的性质即可求解的解析式，进而可求上的解析式，

(3)根据函数图象即可得交点个数，进而列不等式求解即可.

【小问1详解】

由于是奇函数，所以

小问2详解】

当,则，，

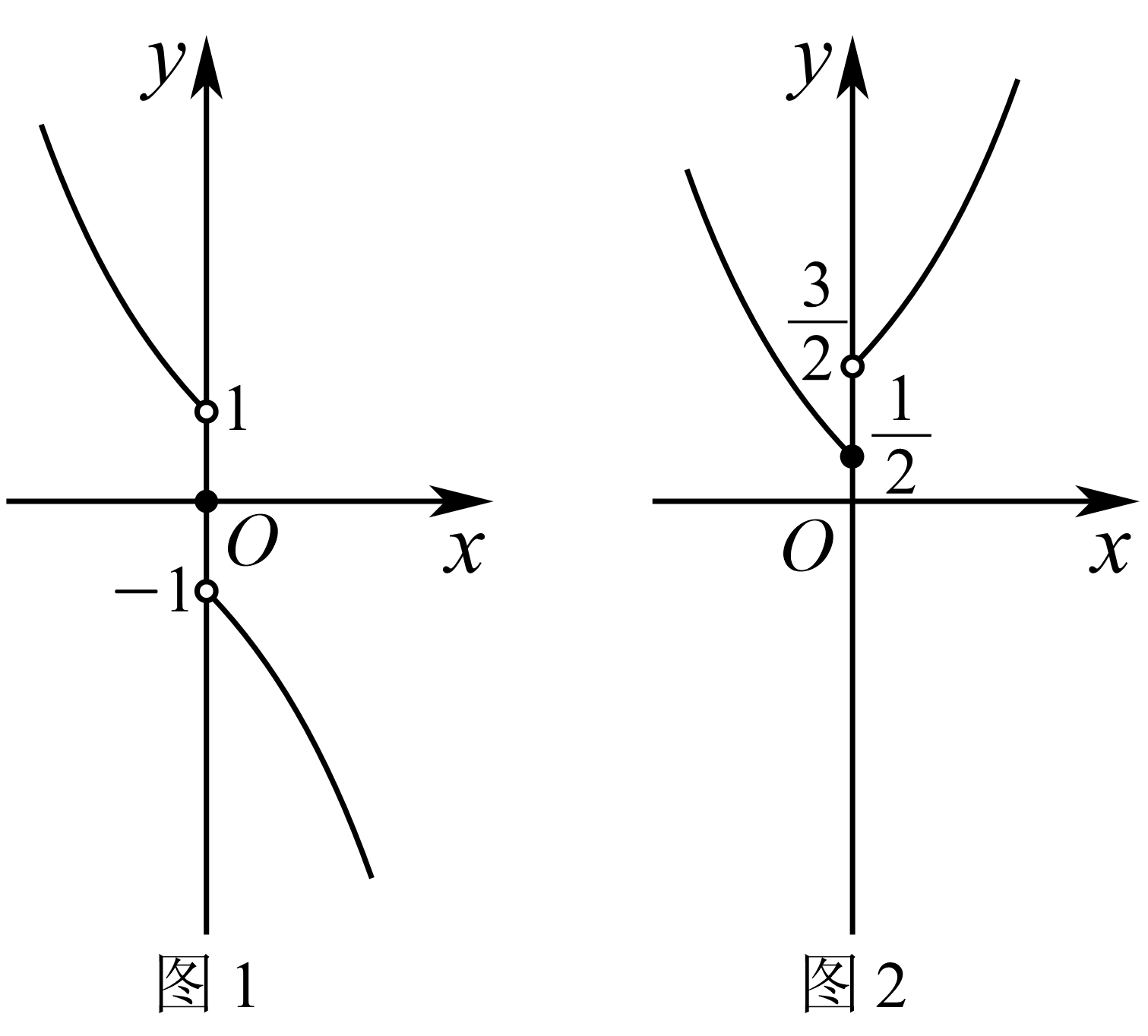
由于是奇函数，所以，

故当时，，

因此

【小问3详解】

画出的图象如图1，进而可得的图象如图2，



由图知：，解得或，

即实数*m*的取值范围是

20. 截至2022年10月，杭州地铁运营线路共12条.杭州地铁经历了从无到有，从单线到多线，从点到面，从面到网，形成网格化运营，分担了公交客流，缓解了城市交通压力，激发出城市新活力.已知某条线路通车后，列车的发车时间间隔(单位：分钟)满足，经市场调研测算，列车的载客量与发车时间间隔*t*相关，当时，列车为满载状态，载客量为600人，当时，载客量会减少，减少的人数与的平方成正比，且发车时间间隔为3分钟时的载客量为502人，记列车载客量为

(1)求的表达式，并求当发车时间间隔为5分钟时的载客量；

(2)若该线路每分钟净收益为(单位：元)，则当发车时间间隔为多少时，该线路每分钟的净收益最大，并求出最大值.

【答案】(1)，发车时间间隔为5分钟时的载客量为550人

(2)当发车时间间隔为分钟时，该线路每分钟的净收益最大，最大值为116元

【解析】

【分析】(1)由已知函数模型求出解析式，然后计算时的发车量；

(2)由(1)的函数式求出该线路每分钟净收益，然后分段求最大值，一段利用基本不等式，一段利用函数的单调性求解后比较可得．

【小问1详解】

当时，

当时，设而，，

∴，

，即发车时间间隔为5分钟时的载客量为550人.

【小问2详解】

当时

当且仅当，即时等号成立.

当时，单调递减，当时，取到最大为



当发车时间间隔为分钟时，该线路每分钟净收益最大，最大值为116元．

21. 已知函数.

(1)若为偶函数，求*k*的值并证明函数在上的单调性；

(2)在(1)的条件下，若函数在区间上的最小值为，求实数*m*的值；

(3)若为奇函数，不等式在上有解，求实数*m*的取值范围.

【答案】(1)，证明见解析

(2)

(3)

【解析】

【分析】(１)根据偶函数可得，由单调性的定义即可证明单调性，

(2)换元得二次函数，分类讨论即可求解最值，

(3)换元，结合函数的单调性求最值即可求解.

【小问1详解】

由于为偶函数，代入得：

：

故，

对，，当时，

，

，，，

函数在上单调递增；

【小问2详解】

令

，

①当时，在单调递增，所以，解得：无解；

②当时，，解得：，

，

综上所述：

【小问3详解】

为奇函数，，，

又不等式在上有解，

，

由平方差和立方差公式得：，

令，



而在上单调递增，所以，



22. 已知.

(1)若在区间上不单调，求实数*a*的取值范围；

(2)若在区间上的最大值为*M*，最小值为*N*，且的最小值为1，求实数*a*的值；

(3)若对恒成立，求实数*a*的取值范围.

【答案】(1)

(2)

(3)

【解析】

【分析】(1)根据二次函数的性质即可根据对称轴与区间的关系进行求解，

(2)根据二次函数的性质即可知当*t*与关于对称轴对称时，最小，

(3)根据式子特征构造函数，分离参数，根据单调性求最值即可.

【小问1详解】

因为在区间上不单调，，

【小问2详解】

的对称轴为，要使达到最小，*t*与必关于对称轴对称，

，①

，代入化简得：，②

由①②解得：

【小问3详解】

方法一，，

令，，

而为偶函数，且在单调递增，

对恒成立，



参变量分离得：，

令，，，

当时，的最小值为

同理：，

的最大值为，

综上所述：

方法二：，，

令，，

而为偶函数，且在单调递增，

对恒成立，

，

，

且对恒成立，

令，，解得：；

令，

当时，，；

当时，，无解；

当时，，，

，

综上所述：