**浙江省杭州学军中学2022-2023学年高一上学期期中考试**

**数学试卷**

**一、单项题：本大题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

1. 设集合*A*={1，3，4，5} *B*={2，4，6，8} 则( )

A. {1，2，3，4，5，6，7，8} B. {1，2，3，4，6，8}

C. {1，2，3，4，5，6，8} D. {4}

【答案】C

【解析】

【分析】根据并集的知识求得正确答案.

【详解】根据并集的知识可知.

故选：C

2. 设，则“”是“”的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必条件

【答案】B

【解析】

【分析】分别求出两个不等式的解集，结合充分、必要条件的知识求得正确答案.

【详解】，

，解得，

所以“”是“”的必要不充分条件.

故选：B

3. 下列函数中是奇函数，又在定义域内为减函数的是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】

利用函数奇偶性的定义和单调性的性质分别对各个选项分析判断即可.

【详解】对于A，为奇函数，在和上为减函数，而在定义域内不是减函数，所以A不合题意；

对于B，为奇函数，在定义域上为减函数，所以B符合题意；

对于C，为偶函数，所以C不合题意；

对于D，由于为非奇非偶函数，所以D不合题意，

故选：B.

4. 设，则*a*，*b*，*c*的大小关系为( )

A. *a*＜*b*＜*c* B. *b*＜*a*＜*c* C. *b*＜*c*＜*a* D. *c*＜*a*＜*b*

【答案】D

【解析】

【分析】结合指数函数、对数函数的性质确定正确答案.

【详解】，

在上递增，所以，即.

在上递减，所以，

所以.

故选：D

5. 若*m*+*n*＝1(*m*＞0，*n*＞0)，则的最小值为( )

A. 4 B. 6 C. 9 D. 12

【答案】A

【解析】

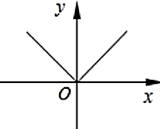
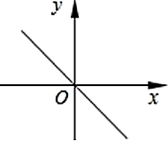
【分析】根据已知条件，利用基本不等式即可求解．

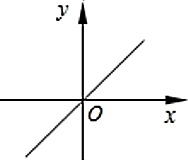
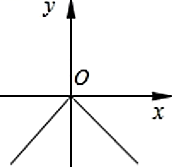
详解】因为*m*+*n*＝1(*m*＞0，*n*＞0)，

则，当且仅当时取等号．

故选：A．

6. 设*x*∈*R*，定义符号函数，则函数=的图象大致是

A  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【详解】函数f(x)=|x|sgnx==x，

故函数f(x)=|x|sgnx的图象为y=x所在的直线，

故答案为C．

7. 设函函＝*x*2﹣2*x*+2，若*tx*对任意的实数*x*1恒成立，则实数的取值范围是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】将问题转化为在上恒成立，结合对勾函数的性质求出的最小值即可．

【详解】因为*tx*对任意的实数*x*1恒成立，所以*x*2﹣2*x*+2*tx*对任意的实数*x*1恒成立，

等价于在上恒成立，

由对勾函数的性质可知在处取最小值为，所以，

所以实数*t*的取值范围是．

故选：C.

8. 已知是定义域为的单调函数，若对任意的，都有，则函数的零点为( )

A.  B.  C. 2 D. 3

【答案】A

【解析】

【分析】先根据单调，结合已知条件求出的解析式，然后再进一步研究函数的零点．

【详解】解：因为是定义域为的单调函数，且对任意的，都有，

故可设存在唯一的实数，使得，

则设，所以，

所以，则，

由于函数在上单调递增，函数在上单调递减，

又，所以，

故

再令，，得：，解得(负值舍去)．

则函数的零点为.

故选：A．

**二、多选题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，选对但不全的得2分，有选错的或不选的得0分**

9. 下列各组函数为同一个函数的是( )

A. ，

B. ，

C. ，

D. ，

【答案】CD

【解析】

【分析】逐项判断即可，A项定义域不同；B项定义域不同；CD项化简后三要素相同；

【详解】对于A：的定义域为，的定义域为，

因为这两个函数的定义域不同，所以这两个函数不是同一函数，故A错误；

对于B：的定义域为，的定义域为，

因为这两个函数的定义域不同，所以这两个函数不是同一函数，故B错误；

对于C：的定义域为，的定义域为，

，，所以这两个函数是同一函数，故C正确；

对于D：的定义域为，的定义域为，

，所以这两个函数是同一函数，故D正确；

故选：CD.

10. 下列说法正确的有( )

A. 命题“，*x*2+*x*+1＞0”的否定为“”

B. 函数*f*(*x*)＝log*ax*+1(*a*＞0且*a*≠1)的图象恒过定点(1，1)

C. 已知函数*f*(*x*)＝|*x*|+2，则*f*(*x*)的图象关于直线*x*＝2对称

D. 

【答案】AB

【解析】

【分析】由全称量词命题的否定可判断A；利用函数平移的即可判断BC；由换底公式可可判断D

【详解】对于A选项：“∀*x*∈**R**，*x*2+*x*+1＞0”的否定为“∃*x*∈**R**．*x*2+*x*+10”，故A正确；

对于B选项：由函数对数函数*y*＝log*ax*(*a*＞0且*a*≠1)恒过(1，0)，所以*f*(*x*)＝log*ax*+1恒过(1，1)，故B正确；

对于C选项：由函数*y*＝|*x*|图像关于*x*＝0对称，所以*f*(*x*)＝|*x*|+2，关于*x*＝0对称，故C错误；

对于D选项：由换底公式，故D错误；

故选：AB．

11. 若，则下列不等式中，恒成立的是( )

A.  B. *a*3+*b*3*a*2*b*+*b*2*a*

C.  D. 

【答案】ABD

【解析】

【分析】由已知结合基本不等式及相关结论，不等式的性质及对勾函数单调性分别检验各选项即可判断．

【详解】对A：当*a*＞0，*b*＞0时，，当且仅当*a*＝*b*时取等号，A正确；

对B：*a*3+*b*3﹣*a*2*b*﹣*ab*2＝*a*2(*a*﹣*b*)+*b*2(*b*﹣*a*)＝(*a*﹣*b*)2(*a*+*b*)≥0，故*a*3+*b*3≥*a*2*b*+*b*2*a*，B正确；

对C：，故，C错误；

对D：令，又在上单调递增，

且当时，，故，D正确．

下证在上单调递增：

在上任取，则，

因为，故，故，即，

故在上单调递增.

故选：ABD．

12. 已知函数是定义在**R**上的函数，其中*f*(*x*)是奇函数，*g*(*x*)是偶函数，且*f*(*x*)+*g*(*x*)＝*ax*2﹣*x*，若对于任意，都有，则实数*a*可以为( )

A 3 B. 2 C. 1 D. 0

【答案】AB

【解析】

【分析】由已知结合函数的奇偶性可求，由函数的单调性定义分析可得，令，判断出在上单调递增，结合二次函数的性质分析可得*a*的取值范围．

【详解】根据题意，*f*(*x*)+*g*(*x*)＝*ax*2﹣*x*，则*f*(﹣*x*)+*g*(﹣*x*)＝*ax*2+*x*，

两式相加可得*f*(*x*)+*f*(﹣*x*)+*g*(*x*)+*g*(﹣*x*)＝2*ax*2，

又由*f*(*x*)是定义在**R**上的奇函数，*g*(*x*)是定义在**R**上的偶函数，

所以2*g*(*x*)＝2*ax*2，即*g*(*x*)＝*ax*2，

若对于任意，都有，变形可得，

令，则*h*(*x*)在区间上单调递增，

若*a*＝0，则*h*(*x*)＝﹣4*x*在上单调递减，不满足题意；

若，则*h*(*x*)＝*ax*2﹣4*x*是对称轴为的二次函数，

若*h*(*x*)在区间上单调递增，只需，解得，

所以*a*的取值范围为，则*a*可以取值3，2.

故选：AB

**三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 函数定义域为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】根据函数定义域的求法求得正确答案.

【详解】依题意，解得，

所以的定义域为.

故答案为：

14. 已知函数，则 \_\_\_\_\_．

【答案】4

【解析】

【分析】根据分段函数解析式求得正确答案.

【详解】由于，

所以.

故答案为：

15. 若幂函数在上为增函数，则实数\_\_\_\_\_．

【答案】4

【解析】

【分析】结合幂函数的定义以及单调性求得的值.

【详解】是幂函数，所以，

解得或.

当时，，在上递增，符合题意.

当时，，上递减，不符合题意.

综上所述，的值为.

故答案为：

16. 在函数*y*＝3*x*图象上有*A*(*x*1，*t*)，*B*(*x*2，*t*+3)，*C*(*x*3，*t*+6)(其中*t*3)三点，则△*ABC*的面积*S*(*t*)的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】．

【解析】

【分析】先利用对数式，求出*x*1，*x*2，*x*3，然后即可将△*ABC*的面积表示成的形式，代入*x*1，*x*2，*x*3，求其最大值即可．

【详解】根据题意，函数*y*＝3*x*图象上有*A*(*x*1，*t*)，*B*(*x*2，*t*+3)，*C*(*x*3，*t*+6)(其中*t*3)三点，

所以，

即*x*1＝log3*t*，*x*2＝log3(*t*+3)，*x*3＝log3(*t*+6)，





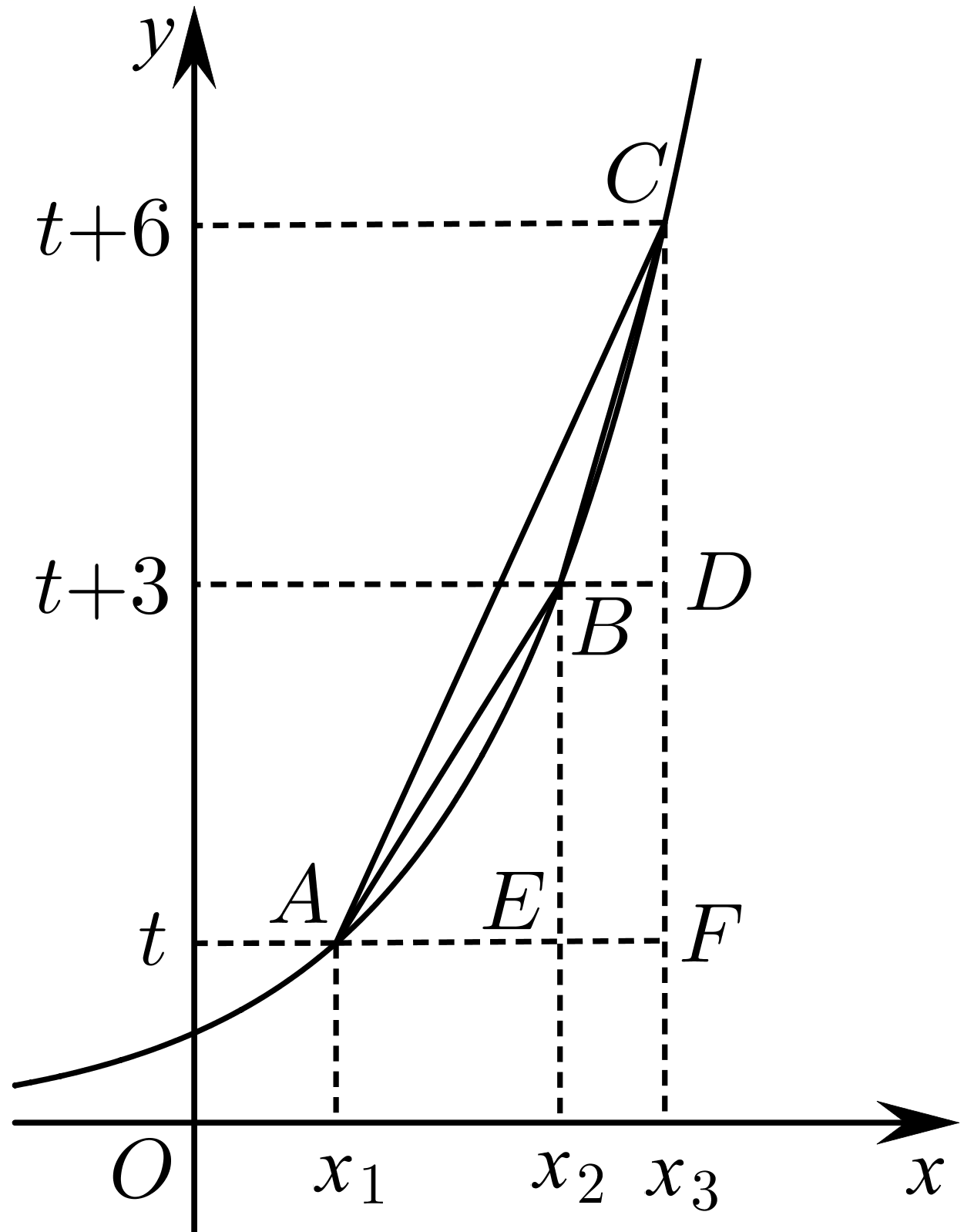
即

,

∵*t*3，∴单调递减，

∴*t*＝3时，．

故答案为：．



**四、解答题：本大题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 已知集合．

(1)若，求；

(2)若，求实数的取值集合．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据交集的知识求得正确答案.

(2)根据对进行分类讨论，从而求得的取值范围.

【小问1详解】

依题意，

当时，，

所以.

【小问2详解】

由解得，，

若，则，，符合题意.

若，由于，所以.

综上所述，实数的取值集合为.

18. 计算下列各式的值．

(1)；

(2)．

【答案】(1)

(2)9

【解析】

分析】(1)利用指数运算公式和对数运算公式，即可解出；

(2)利用对数运算公式，即可解出．

【小问1详解】

原式；

【小问2详解】

原式

.

19. 已知函数是定义在**R**上的增函数，并且满足．

(1)求的值；

(2)判断函数的奇偶性；

(3)若，求*x*的取值范围．

【答案】(1)0； (2)奇函数；

(3).

【解析】

【分析】(1)令*x*＝*y*＝0，即可得答案；

(2)令*y*＝-*x*，结合(1)的结论即可判断；

(3)由题意可得，则原不等式等价于，由是定义在**R**上的增函数求解即可．

【小问1详解】

令*x*＝*y*＝0，得，解得.

【小问2详解】

因为函数的定义域为**R**，

令*y*＝-*x*，

则有，即，

∴函数为奇函数，

∴为奇函数；

【小问3详解】

因为，

所以，

又因为，

即由，则，

即，

又因为为增函数，所以，解得，

故*x*的取值范围为．

20. 近年来，人们对能源危机、气候危机有了更加清醒的认识，各国对新型节能环保产品的需求急剧扩大，同时，对新型节能环保产品的研发投入产量增加．杭州某企业为响应国家号召，研发出一款新型节能环保产品，计划生产投入市场．已知该产品的固定研发成本为180万元，此外，每生产一万台该产品需另投入450万元．设该企业一年内生产该产品*x*(0＜*x*≤50)万台且能全部售完，根据市场调研，该产品投入市场的数量越多，每台产品的售价将适当降低．已知每万台产品的销售收入为万元，满足：．

(1)写出年利润(单位：万元)关于年产量*x*(单位：万台)的函数关系式；(利润＝销售收入﹣固定研发成本﹣产品生产成本)

(2)当年产量为多少万台时，该企业的获利最大？此时的最大利润为多少？

【答案】(1)；

(2)当年产量为30万台时，该企业的获利最大，且此时的最大利润为2270万元．

【解析】

【分析】(1)由已知条件，根据利润＝销售收入﹣固定研发成本﹣产品生产成本即可建立年利润(单位：万元)关于年产量*x*(单位：万台)的函数关系式；

(2)根据(1)所得分段函数，分别求出各段的最大值，比较大小即可得答案．

【小问1详解】

当0＜*x*≤20时，＝*x*﹣(180+450*x*)＝610*x*﹣2*x*2﹣180﹣450*x*＝﹣2*x*2+160*x*﹣180，

当20＜*x*≤50时，

所以，.

【小问2详解】

当0＜*x*≤20时，＝﹣2*x*2+160*x*﹣180＝﹣2(*x*﹣40)2+3020，

则函数在(0,20]上单调递增，故当*x*＝20时，取得最大值，且最大值为2220；

当20＜*x*≤50时，

，

当且仅当，即*x*＝30(负值舍去)时等号成立，此时取得最大值，且最大值为2270，

因为2270＞2220，

所以，当年产量为30万台时，该企业的获利最大，且此时的最大利润为2270万元．

21. 已知函数为奇函数．

(1)求实数*k*的值；

(2)若对任意的*x*2∈，存在*x*1∈，使成立，求实数*t*的取值范围．

【答案】(1)；

(2)．

【解析】

【分析】(1)根据求解即可；

(2)求得和在对应区间上的最小值，根据其大小关系，再解不等式即可.

【小问1详解】

因为*x*∈**R**，为奇函数，所以，

所以，，经检验，满足题意，

故.

【小问2详解】

因为任意的*x*2∈，存在*x*1∈，使成立，

所以在[*t*,+)上的最小值小于或等于在[1,2]的最小值，

易知＝e*x*﹣e﹣*x*在**R**上为增函数，所以在[*t*,+)上也为增函数，

所以的最小值为*f*(*t*)＝e*t*﹣e﹣*t*，

令*m*＝|*x*﹣*t*|，当*t*≤1时，*m*＝|*x*﹣*t*|在*x*＝1处取小值为1﹣*t*，所以的最小值为e1﹣*t*，

所以e*t*﹣e﹣*t*≤e1﹣*t*，即(e*t*)2≤1+e，所以，所以；

当1＜*t*＜2时，*m*＝|*x*﹣*t*|在*x*＝*t*处取小值为0，所以的最小值为e0＝1，e*t*﹣e﹣*t*≤1，

即，令*k*＝e*t*，*k*＞0，则*k*2﹣*k*﹣1≤0，解得，

即，解得＜＝1，与*t*＞1矛盾，故舍去；

当*t*≥2时，*m*＝|*x*﹣*t*|在*x*＝2处取小值为*t*﹣2，所以的最小值为e*t*﹣2，e*t*﹣e﹣*t*≤e*t*﹣2，即，

所以与*t*≥2矛盾，故舍去．

综上所述，*t*的范围为：．

下证＝e*x*﹣e﹣*x*在**R**上为增函数：

在上任取，则，

又当时，，，故，即，

故＝e*x*﹣e﹣*x*在**R**上为增函数.

22. 已知函数＝*x*2+*bx*+*c*(1≤*b*≤2)，记集合*A*＝{*x*|＝*x*}，*B*＝{*x*|＝*x*}．

(1)若*b*＝1，*c*＝，求集合*A*与*B*；

(2)若集合*A*＝{*x*1，*x*2}，*B*＝{*x*1，*x*2，*x*3，*x*4}并且恒成立，求*c*的取值范围．

【答案】(1)*A*＝{﹣1，1}，*B*＝{﹣1，1}；

(2)．

【解析】

【分析】(1)由二次方程的解法可得集合*A*；由因式分解可得集合*B*；

(2)将＝*x*展开，并运用二次函数的零点式，结合韦达定理，可得*x*1+*x*2＝1﹣*b*，*x*1*x*2＝*c*，*x*3+*x*4＝﹣1﹣*b*，*x*3*x*4＝*c*+1+*b*，再由不等式恒成立思想解不等式可得所求取值范围．

【小问1详解】

当*b*＝1，*c*＝﹣1时，＝*x*2+*x*﹣1，

＝*x*2+*x*﹣1＝*x*，可得*x*2﹣1＝0，

解得*x*＝1或*x*＝﹣1，

所以*A*＝{﹣1，1}；

＝*x*，故可得(*x*2+*x*﹣1)2+(*x*2+*x*﹣1)﹣1＝*x*，

化简得*x*4+2*x*3﹣2*x*﹣1＝0，

即(*x*2﹣1)(*x*+1)2＝0，可得(*x*﹣1)(*x*+1)3＝0，

解得*x*＝1或*x*＝﹣1，

所以*B*＝{﹣1，1}；

【小问2详解】

﹣*x*＝*x*2+(*b*﹣1)*x*+*c*＝(*x*﹣*x*1)(*x*﹣*x*2)，

﹣*x*＝﹣+﹣*x*＝(*f*(*x*)﹣*x*1)(*f*(*x*)﹣*x*2)+(*x*﹣*x*1)(*x*﹣*x*2)

＝(*f*(*x*)﹣*x*+*x*﹣*x*1)(*f*(*x*)﹣*x*+*x*﹣*x*2)+(*x*﹣*x*1)(*x*﹣*x*2)

＝(*x*﹣*x*1)(*x*﹣*x*2+1)(*x*﹣*x*2)(*x*﹣*x*1+1)+(*x*﹣*x*1)(*x*﹣*x*2)

＝(*x*﹣*x*1)(*x*﹣*x*2)[(*x*﹣*x*2+1)(*x*﹣*x*1+1)+1]，

而*x*1+*x*2＝1﹣*b*，*x*1*x*2＝*c*，

所以*x*3+*x*4＝*x*1+*x*2﹣2＝1﹣*b*﹣2＝﹣1﹣*b*，*x*3*x*4＝*x*1*x*2+2﹣(*x*1+*x*2)＝*c*+1+*b*，

所以恒成立，

可得(1+*b*)2﹣4(1+*b*+*c*)＞0，且(1+*b*)2﹣4(1+*b*+*c*)≤2恒成立，

由1≤*b*≤2，可得2≤1+*b*≤3，则*g*(*b*)＝(1+*b*)2﹣4(1+*b*)的值域为[﹣4,﹣3]，

所以4*c*＜﹣4且4*c*+2≥﹣3，解得，

即*c*的取值范围是．