**湖北省部分重点中学高一上学期期末联合考试数学试题**

**命题人：陈艳 审题人：杨家平 邓禹**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一个符合题目要求**

1. 函数的定义域是(     )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】由解析式有意义列不等式求的取值范围即可.

【详解】因为有意义，

所以，解不等式可得，

所以函数的定义域是，

故选：C.

2. 已知点在第三象限，则角的终边位置在( )

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】B

【解析】

【分析】由所在的象限有，即可判断所在的象限.

【详解】因为点在第三象限，

所以，

由，可得角的终边在第二、四象限，

由，可得角的终边在第二、三象限或轴非正半轴上，

所以角终边位置在第二象限，

故选：B.

3. 设，，，则的大小关系为(     )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】由指数函数，对数函数单调性分析和与1和0 的关系，由正切函数性质分析与1和0 的关系，即可得出答案.

【详解】，即，

，且，即，

由正切函数性质可知，即，

故，

故选：A.

4. 函数的零点所在的区间为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】判断函数的单调性，计算区间端点处函数值，由局零点存在定理即可判断答案.

【详解】函数,是单调递增函数，

当 时，，

 ，

故

故函数的零点所在的区间为，

故选：B

5. 奇函数满足，当时，，则=( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】由，可得到函数的周期是4，利用函数的周期性和奇偶性，将转化为，代入函数解析式求解即可.

【详解】解：已知奇函数满足，

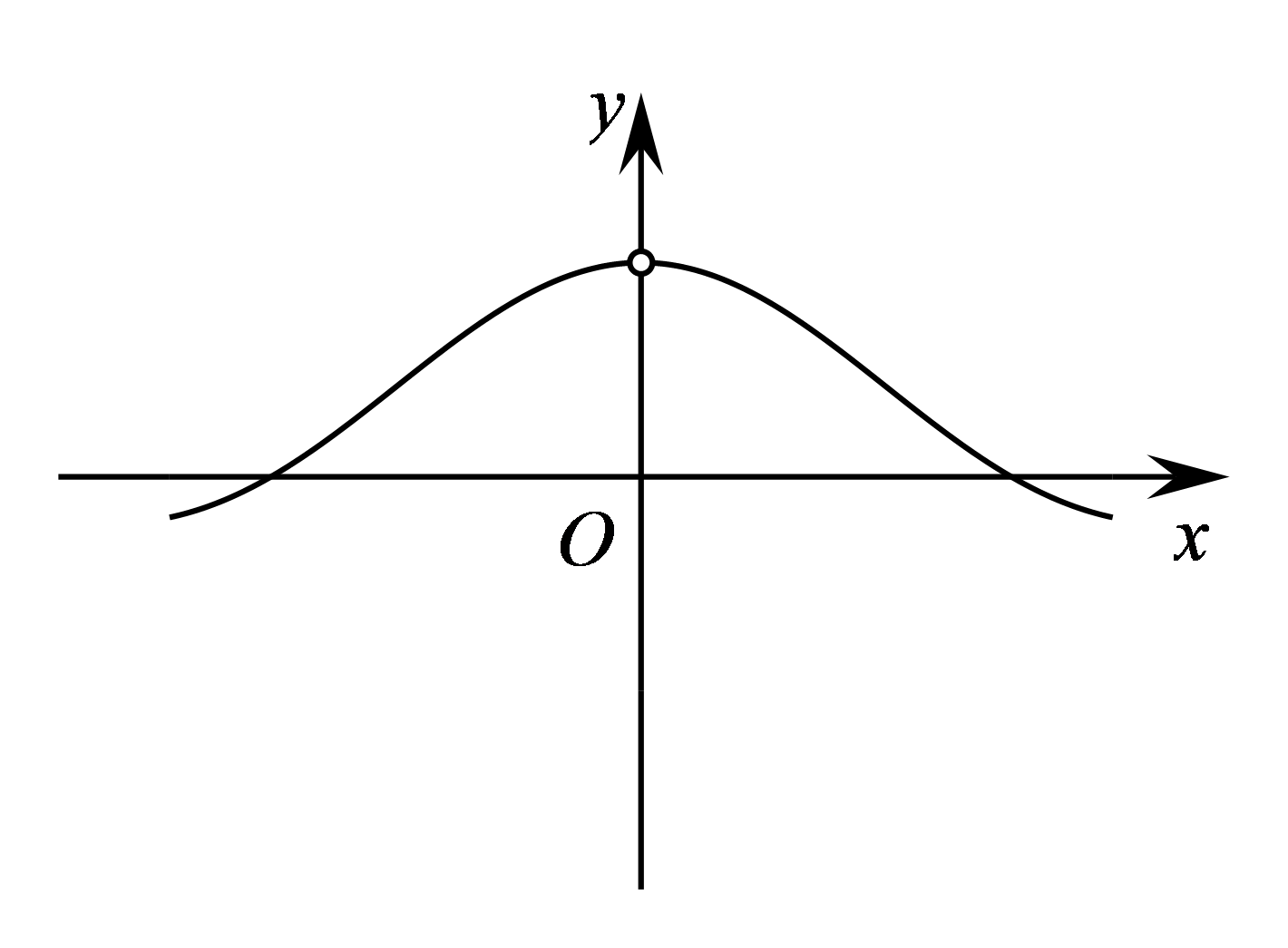
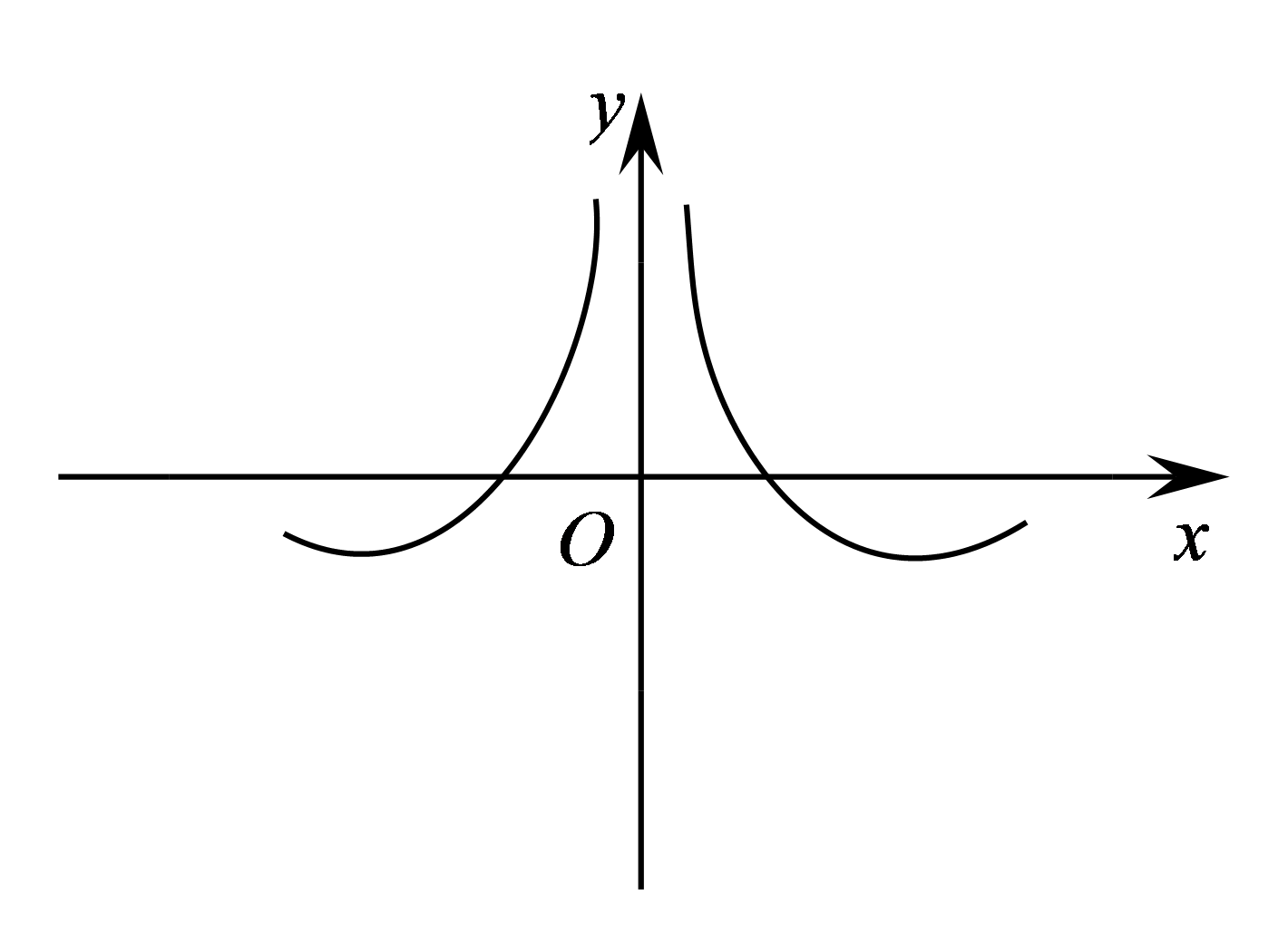
是以4为周期奇函数，

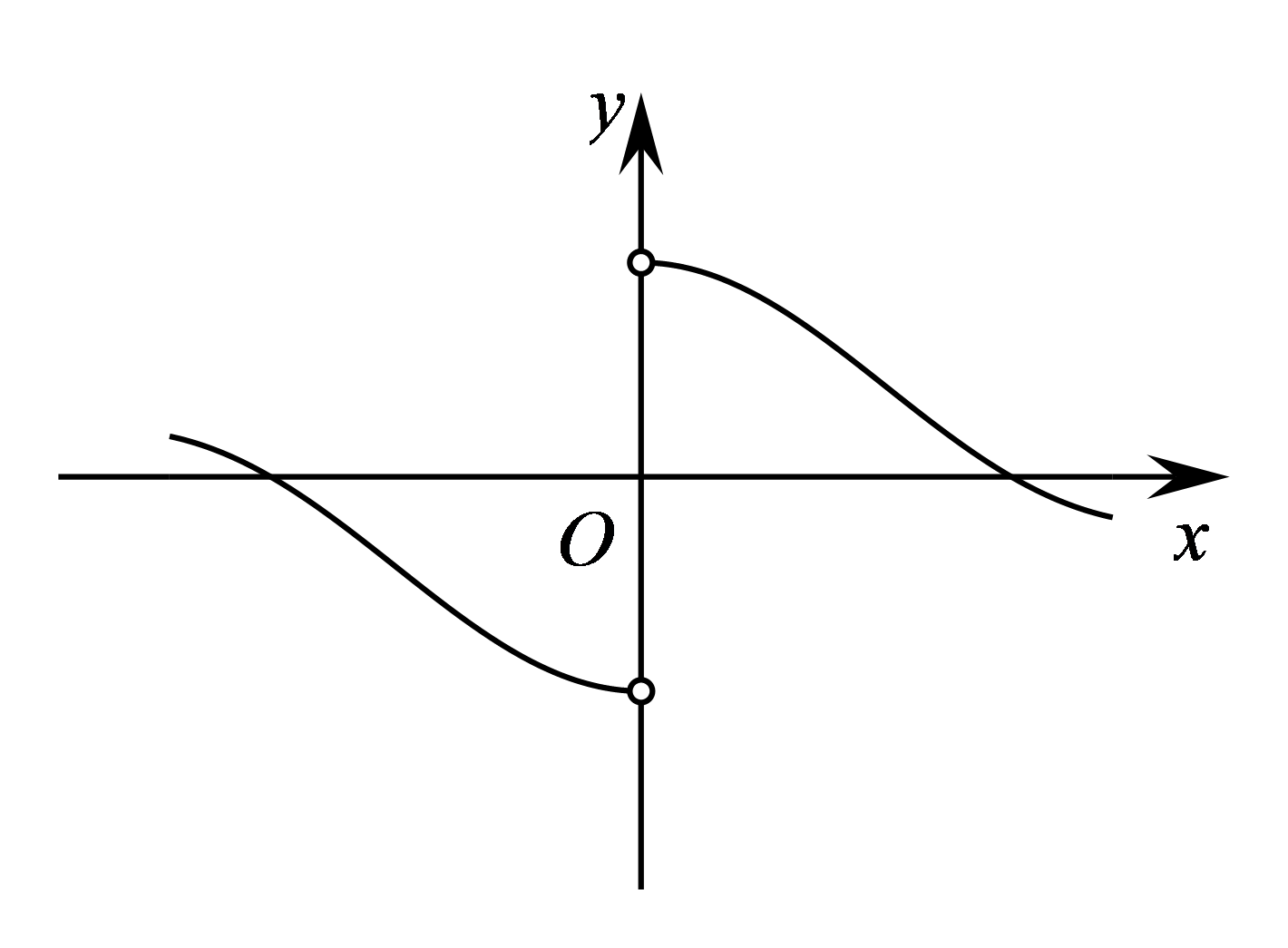
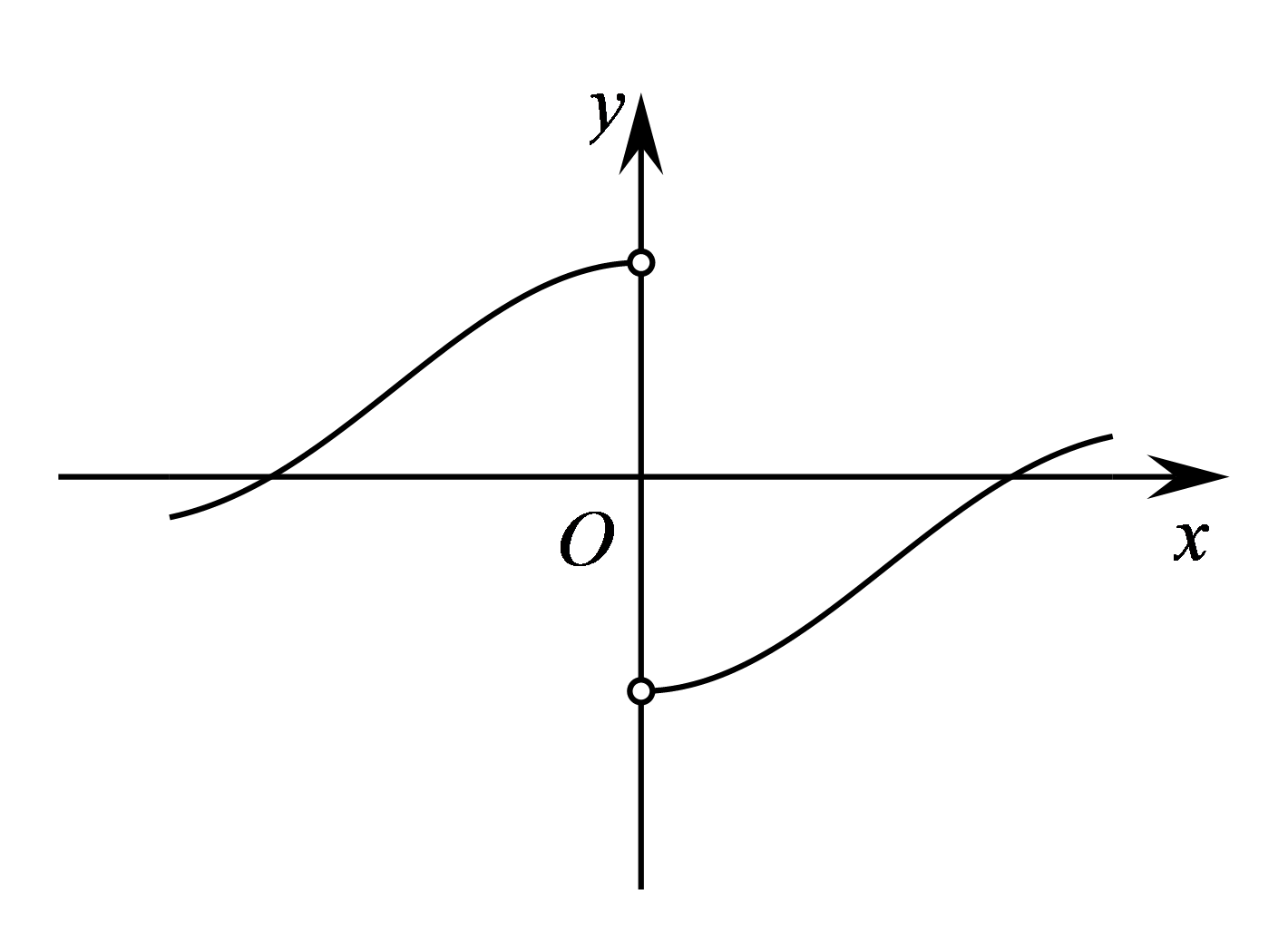
又当时，，

，

故选：A.

6. 函数的部分图像大致是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据函数基本性质及函数图像特征分别判断即可.

【详解】因为,.

所以为奇函数,故选项错;,故选项错;

故选:.

7. 已知函数()，若在上有两个零点，则取值范围是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】求出的范围，数形结合得到关于的范围，求出的取值范围.

【详解】，，则，

故，解得：.

故选：A

8. 已知函数，若方程有4个不同的零点，且，则( )．

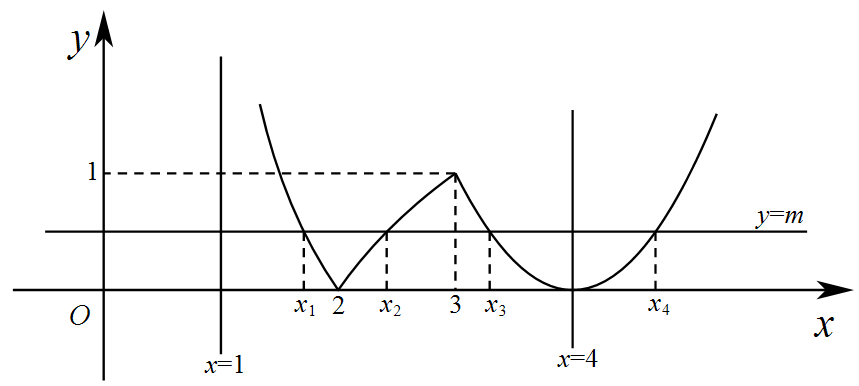
A. 10 B. 8 C. 6 D. 4

【答案】B

【解析】

【分析】作出*f*(*x*)图像，由图可知方程的4个不同的零点为函数*y*＝*f*(*x*)与函数*y*＝*m*图像的四个交点的横坐标，由图可知，且.

【详解】作函数的图像如图，



有四个不同的实根且，可得，

且，即为，

即有，即为，

可得.

故选：B.

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分，在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的的0分.**

9. 下列命题为真命题的是(     )

A. 若，则 B. 若，则

C. 若，则 D. 若，则

【答案】BD

【解析】

【分析】利用不等式的运算法则与性质即可求解.

【详解】对于A：当，，故A错误；

对于B：，，故B正确；

对于C：当，时，

则，，，

则，故C错误；

对于D：，，故D正确；

故选：BD.

10. 下列说法正确的是(     )

A. 命题的否定为：.

B. 与为同一函数

C. 若幂函数的图象过点，则

D. 函数和的图象关于直线对称

【答案】AD

【解析】

【分析】根据全称量词的否定是存在量词，可知A正确；根据两个函数的定义域不同，可知B不正确；利用待定系数法求出的解析式，再根据解析式求出，可知C不正确；根据函数与互为反函数，可知D正确.

【详解】对于A，命题的否定为：，故A正确；

对于B，与的定义域不同，所以不为同一函数，故B不正确；

对于C，设，则，所以，所以，故C不正确；

对于D，函数与互为反函数，它们的图象关于直线对称，故D正确.

故选：AD

11. 已知函数 的图象关于直线对称，则( )

A. 函数为奇函数

B. 函数在上单调递增

C. 若，则的最小值为

D. 函数的图象向右平移个单位长度得到函数的图象

【答案】AC

【解析】

【分析】

利用的图象关于直线对称，即可求出的值，从而得出的解析式，再利用三角函数的性质逐一判断四个选项即可.

【详解】因为的图象关于直线对称，

所以 ，

得，，因为 ，所以，

所以，

对于A：，所以为奇函数成立，故选项A正确；

对于B：时，，函数在上不是单调函数；故选项B不正确；

对于C：因为，，又因为，所以的最小值为半个周期，即，故选项C正确；

对于D：函数的图象向右平移个单位长度得到

，故选项D不正确；

故选：AC

【点睛】本题主要考查了利用三角函数对称轴求函数解析式，考查了三角函数平移变换、三角函数的周期、单调性、最值，属于中档题

12. 已知函数，则下列说法正确的是(     )

A. 函数有3个零点

B. 关于*x*的方程有个不同的解

C. 对于实数，不等式恒成立

D. 当时，函数的图象与*x*轴围成的图形的面积为

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据题意求出函数的解析式，再画出函数的图象，然后结合图象逐个分析判断即可.

【详解】当时，，当时，，

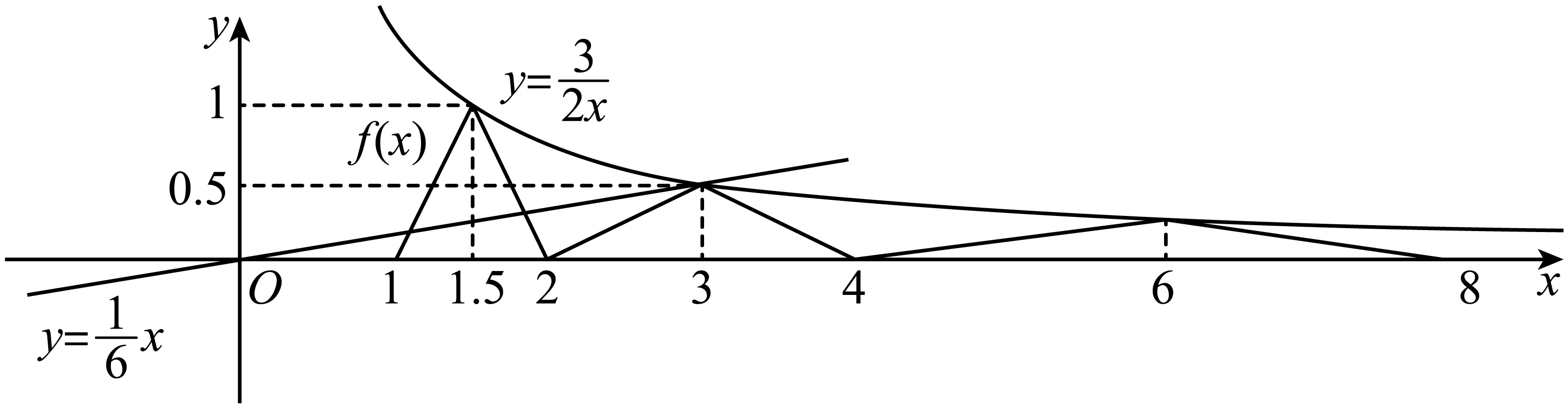
当时，则，，

当时，则，，

当时，则，，

当时，则，，

依次类推，可得函数的解析式，作出函数的大致图象如图所示，



对于A，由，得，令，由图象可知与的图象只有3个交点，所以函数有3个零点，所以A正确，

对于B，当时，，即，由图象可知与的图象只有3个交点，

所以关于*x*的方程有3个不同的解，而当时，，所以B错误，

对于C，对于实数，不等式恒成立，即恒成立，

由图可知函数的图象的每一个上顶点都在曲线上，所以恒成立，所以C正确，

对于D，当时，则，此时函数的图象与*x*轴围成的图形的面积为，

当时，则，此时函数的图象与*x*轴围成的图形的面积为，

当时，则，此时函数的图象与*x*轴围成的图形的面积为，

……，

当时，函数的图象与*x*轴围成的图形的面积为，所以D正确，

故选：ACD

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

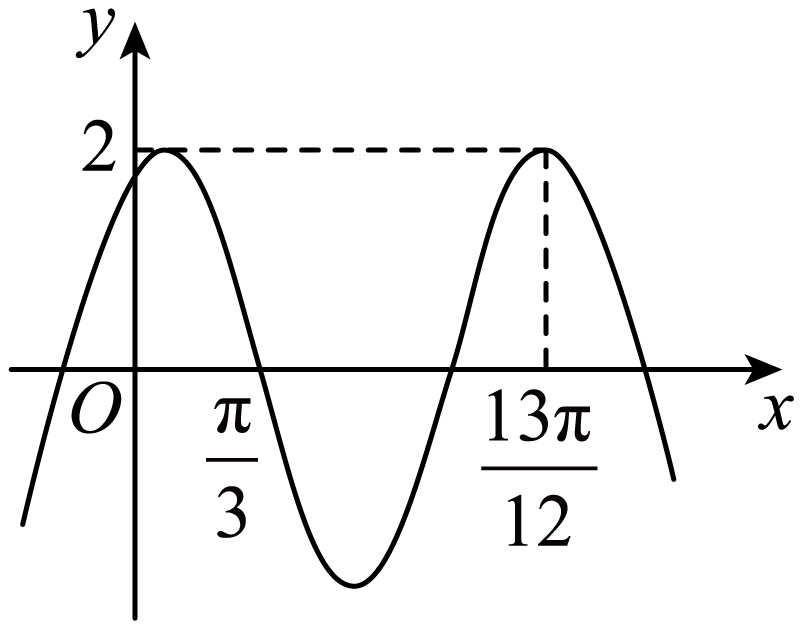
【解析】

【分析】由于，进而结合诱导公式求解即可.

【详解】由诱导公式可得．

故答案为：.

14. 已知函数的图象如图所示. 则函数的解析式为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.



【答案】

【解析】

【分析】根据最值可求，根据周期可求，代入特殊值可求.

【详解】由图可知，，

，

，

，

，又，

.

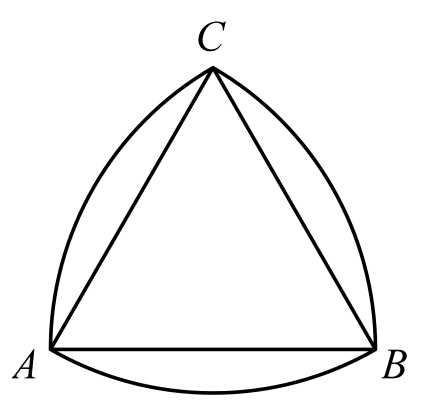
，

当时，，

解得.

故答案为：.

15. 以等边三角形每个顶点为圆心，以边长为半径，在另两个顶点间作一段弧，三段弧围成曲边三角形就是勒洛三角形.勒洛三角形是由德国机械工程专家、机构运动学家勒洛首先发现，所以以他的名字命名.一些地方的市政检修井盖、方孔转机等都有应用勒洛三角形.如图，已知某勒洛三角形的一段弧的长度为，则该勒洛三角形的面积为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.



【答案】

【解析】

【分析】计算出等边的边长，计算出由弧与所围成的弓形的面积，进而可求得勒洛三角形的面积.

【详解】设等边三角形的边长为，则，解得，

所以，由弧与所围成的弓形的面积为，

所以该勒洛三角形的面积.

故答案：.

16. 函数是定义在上的奇函数，且关于的不等式恒成立，则实数的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】先利用函数的奇偶性求解实数；再利用定义证明函数的单调性，利用奇偶性和单调性将不等式恒成立问题转化为分离参数问题，利用基本不等式以及双勾函数的单调性求解即可.

【详解】函数的定义域为，

由函数为上的奇函数，

可得，

即，

则实数；

所以，

任取，设，

则，

，

，

则，

所以，

则函数为上的增函数；

又函数为上的奇函数，

所以不等式恒成立，

转化为，

即对恒成立，

所以对恒成立，

即，

令，

因，

则，

即，

则，

当且仅当时取等号，

由双勾函数的单调性知：，函数单调递减，

，函数单调递增，

当时，，

当时，，

所以，

所以，

故实数的取值范围为.

故答案为： .

【点睛】关键点睛：本题考查函数奇偶性的定义，以及利用奇偶性，单调性解不等式恒成立问题，利用奇偶性和单调性将不等式恒成立问题转化为分离参数问题是解决本题的关键.

**四、解答题：本题共6小题，共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 已知角的始边与轴的非负半轴重合，终边与单位圆的交点的坐标为，且.

(1)求的值；

(2)求的值.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)由三角函数的定义与三角函数的象限符号即可求解；

(2)由同角三角函数的关系即可求解.

【小问1详解】

∵角的终边与单位圆的交点为

∴

∵

∴

∴.

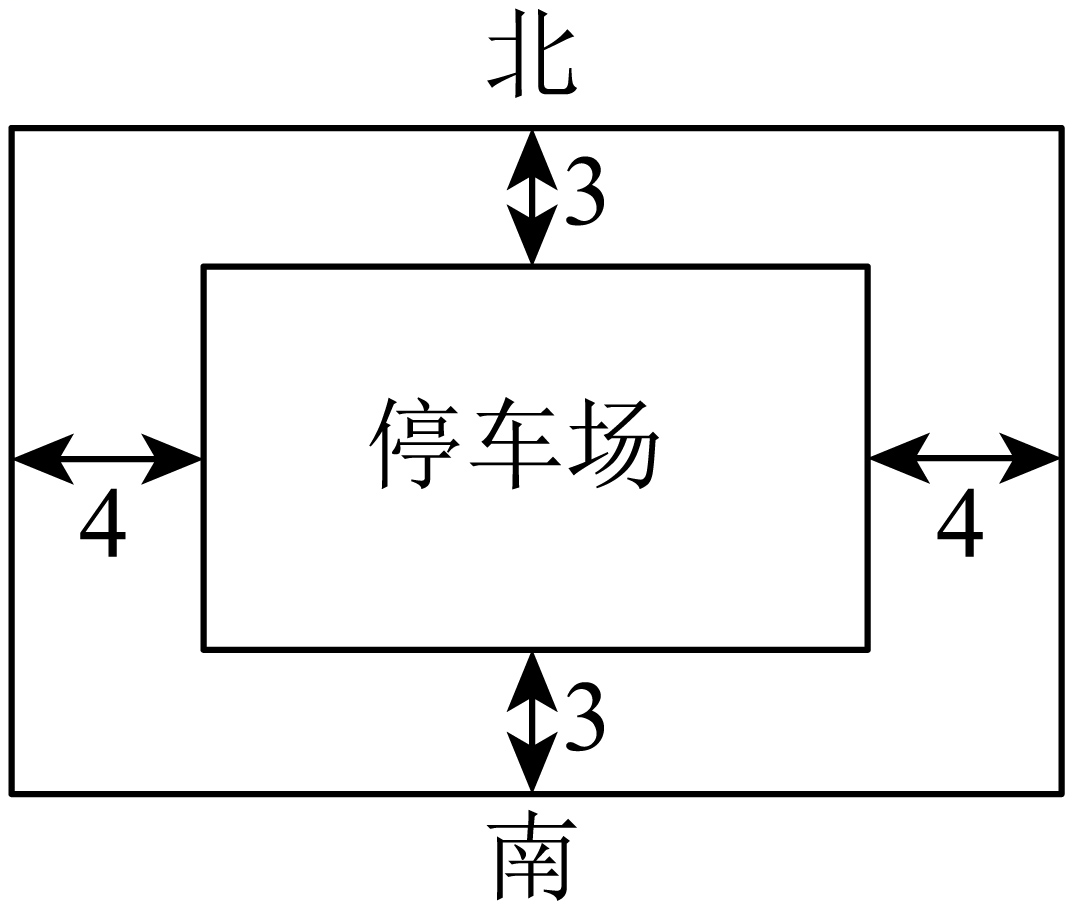
【小问2详解】

原式

又∵

∴原式

18. 某居民小区欲在一块空地上建一面积为的矩形停车场，停车场的四周留有人行通道，设计要求停车场外侧南北的人行通道宽3m，东西的人行通道宽4m，如图所示(图中单位：m)，问如何设计停车场的边长，才能使人行通道占地面积最小？最小面积是多少？



【答案】设计矩形停车场南北侧边长为30，则其东西侧边长为40，人行通道占地面积最小528．

【解析】

【分析】设矩形停车场南北侧边长为，则其东西侧边长为m，人行通道占地面积为，再由基本不等式可得答案.

【详解】设矩形停车场南北侧边长为，则其东西侧边长为m，

人行通道占地面积为

，

由均值不等式，得，

当且仅当，即时，，此时．

所以，设计矩形停车场南北侧边长为30m，则其东西侧边长为40m，人行通道占地面积最小528m2．

19. 设函数．

(1)求函数的最小正周期和单调递减区间；

(2)求函数在区间上的最大值和最小值．

【答案】(1)，

(2)最大值为1；最小值为

【解析】

【分析】(1)代入正弦函数的周期公式与单调递减区间即可求解；

(2)根据正弦函数的单调区间与定义域即可求出最大值和最小值.

【小问1详解】

由题知，

所以函数的最小正周期，

令，

得，

所以的单调递减区间为．

【小问2详解】

因为，

所以，

所以当即时，有最大值，最大值为1；

当即时，有最小值，最小值为.

20. 中国地大物博，大兴安岭的雪花还在飞舞，长江两岸的柳枝已经发芽，海南岛上盛开着鲜花．燕子每年秋天都要从北方飞向南方过冬，专家发现，某种两岁燕子在飞行时的耗氧量与飞行速度米秒之间满足关系：，其中表示燕子耗氧量的单位数．

(1)当该燕子的耗氧量为个单位时，它的飞行速度大约是多少？

(2)若某只两岁燕子飞行时的耗氧量变为原来的倍，则它的飞行速度大约增加多少？参考数据：，

【答案】(1)(米/秒)

(2)(米/秒)

【解析】

【分析】(1)由耗氧量和飞行速度的关系可将表示为对数，然后求出即可．

(2)记燕子原来的耗氧量为，飞行速度为，现在的耗氧量为，飞行速度为，则可得，然后化为对数运算即可．

【小问1详解】

当时，，即，

所以，

所以，

即它的飞行速度大约是米秒．

【小问2详解】

记燕子原来的耗氧量为，飞行速度为，现在的耗氧量为，飞行速度为，

则，即，

所以，，

所以，

所以它的飞行速度大约增加米秒．

21. 已知函数．

(1)若，且函数有零点，求实数的取值范围；

(2)当时，解关于的不等式；

(3)若正数满足，且对于任意的恒成立，求实数的值．

【答案】(1) ；

(2) 时；时；时；

(3) ；

【解析】

【分析】(1)由可得结果；(2)时， ，分三种情况讨论，分别利用一元二次不等式的解法求解即可；(3)时恒成立，当且仅当，即，即，由，可得，则，解不等式即可的结果．

【详解】(1) 时，，

由函数有零点，可得，即或；

(2) 时， ，

当即时，的解集为，

当即时，的解集为，

当即时，的解集为；

(3)二次函数开口响上，对称轴，由可得在单调递增，

时恒成立，当且仅当，即，即，

由，可得，

则，由可得，即，则，

此时，则．

【点睛】本题主要考查函数的零点、一元二次不等式的解法、二次函数的性质以及分类讨论思想的应用，属于中档题．分类讨论思想解决高中数学问题的一种重要思想方法，是中学数学四种重要的数学思想之一，尤其在解决含参数问题发挥着奇特功效，大大提高了解题能力与速度．运用这种方法的关键是将题设条件研究透，这样才能快速找准突破点．充分利用分类讨论思想方法能够使问题条理清晰，进而顺利解答，希望同学们能够熟练掌握并应用与解题当中．

22. 设函数(为实数).

(1)当时，求方程的实数解；

(2)当时，

(ⅰ)存在使不等式成立，求的范围；

(ⅱ)设函数若对任意的总存在使，求实数的取值范围.

【答案】(1)或

(2)(ⅰ)；(ⅱ)

【解析】

【分析】(1)将代入中，直接求方程的实数根即可；

(2)将代入中，根据指数函数的性质判断的单调性.

(ⅰ)根据条件，可得，求出，即可得到的取值范围；

(ⅱ)求出和的值域，根据条件得到，再求出实数的取值范围.

【小问1详解】

当时，，

则或

或.

【小问2详解】

当时，.

因为在上单调递增，在上单调递减，

所以在上单调递增.

(ⅰ)因为存在，使不等式成立，

所以，所以，所以只需，

又当时，，所以，

即的取值范围为.

(ⅱ)当时，的值域为；

当时，的值域为.

因为对任意的总存在使，

所以，所以，解得，

所以实数的取值范围为.

【点睛】结论点睛：本题考查不等式的恒成立与有解问题，可按如下规则转化：

一般地，已知函数，

(1)若，，总有成立，故；

(2)若，，有成立，故；

(3)若，，有成立，故；

(4)若若，，有，则的值域是值域的子集．