**雅礼教育集团2022年下学期期末考试试卷**

**高一数学**

**时量：120分钟；分值：150分**

**命题人：李云皇 审题人：彭熹**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求．**

1. 命题：，的否定形式为(    )

A. ， B. ，

C. ， D. ，

【答案】D

【解析】

【分析】“任意一个都符合”的否定为“存在一个不符合”

【详解】由题意，“任意一个都符合”的否定为“存在一个不符合”，故为，.

故选：D

2. 已知集合，，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】解不等式确定集合后再求交集即可．

【详解】由题意，，

所以．

故选：A．

3. 设，则“”是“”的( )．

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

【详解】  ，但，不满足 ，所以充分不必要条件，选A.

【考点】 充要条件

【名师点睛】本题考查充要条件的判断，若，则是的充分条件，若，则是的必要条件，若，则是的充要条件；从集合的角度看，若，则是的充分条件，若，则是的必要条件，若，则是的充要条件，若是的真子集，则是的充分不必要条件，若是的真子集，则是的必要不充分条件.

4. ( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】利用诱导公式化简可得结果.

【详解】.

故选：A.

5. 设，则的大小关系是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】

易得，再由，利用幂函数的单调性判断.

【详解】因为，

且， 在上递增，

所以，即，

综上：

故选：A

6. 已知，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】利用诱导公式可得，再由二倍角余弦公式求.

【详解】由，即，

又.

故选：D

7. 流行病学基本参数：基本再生数指一个感染者传染的平均人数，世代间隔*T*指相邻两代间传染所需的平均时间．在新冠肺炎疫情初始阶段，可用模型：(其中是开始确诊病例数)描述累计感染病例随时间*t*(单位：天)的变化规律，指数增长率*r*与，*T*满足，有学者估计出．据此，在新冠肺炎疫情初始阶段，当时，*t*的值为()( )

A. 1.2 B. 1.7 C. 2.0 D. 2.5

【答案】B

【解析】

【分析】

根据所给模型求得，代入已知模型，再由，得，求解值得答案

【详解】解：把代入，得，解得，

所以，

由，得，则，

两边取对数得，，得，

故选：B

【点睛】关键点点睛：此题考查函数模型的实际应用，考查计算能力，解题的关键是准确理解题意，弄清函数模型中各个量的关系，属于中档题

8. 若函数在上单调，且在上存在最值，则的取值范围是( )．

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】利用三角函数的单调性与周期性的关系及周期公式，结合三角函数的最值即可求解.

【详解】因为在上单调，所以，即,则，

由此可得．

因为当，即时，函数取得最值，

欲满足在上存在极最点，

因为周期，故在上有且只有一个最值，

故第一个最值点，得，

又第二个最值点，

要使在上单调，必须，得．

综上可得，的取值范围是．

故选：B．

**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．**

9. 下列命题为真命题的是( )

A. 不论取何实数，命题“”为真命题

B. 不论取何实数，命题：“二次函数的图象关于轴对称”为真命题

C. “四边形的对角线垂直且相等”是“四边形是正方形”的充分不必要条件

D. “”是“”的既不充分也不必要条件

【答案】ABD

【解析】

【分析】结合一元二次函数和一元二次不等式的性质可判断AB；根据充分条件、必要条件的概念可判断CD.

【详解】对于，关于的一元二次方程满足，

即有不等实根，显然，即，

因此不等式的解集为，

当时，，故A正确.

对于，二次函数图象的对称轴为直线，即轴，故B正确.

对于，对角线垂直且相等的四边形不一定是正方形可能为菱形，反之成立.故错误.

对于，令，则，即充分性不成立，

令，则，而，故必要性也不成立，

即“”是“”的既不充分也不必要条件，故D正确.

故选：ABD.

10. 已知，则下列结论正确的有( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据同角三角函数的平方关系可求出的值，根据角的范围得出角，进而求解.

【详解】因为，所以，

因为，也即，解得：或，

因为，所以，则，

所以，

故选：.

11. 对于函数，下列说法正确的是( )

A. 最小正周期为 B. 其图象关于点对称

C. 对称轴方程 D. 单调增区间

【答案】AC

【解析】

【分析】利用余弦型函数的周期公式可判断A选项；利用余弦型函数的对称新可判断BC选项；利用余弦型函数的单调性可判断D选项.

【详解】对于A选项，函数的最小正周期为，A对；

对于B选项，，B错；

对于C选项，由，可得，

即函数的对称轴方程为，C对；

对于D选项，由，解得，

所以，函数的单调增区间，D错.

故选：AC.

12. 已知函数则以下判断正确的是( )

A. 若函数有3个零点，则实数的取值范围是

B. 函数在上单调递增

C. 直线与函数的图象有两个公共点

D. 函数的图象与直线有且只有一个公共点

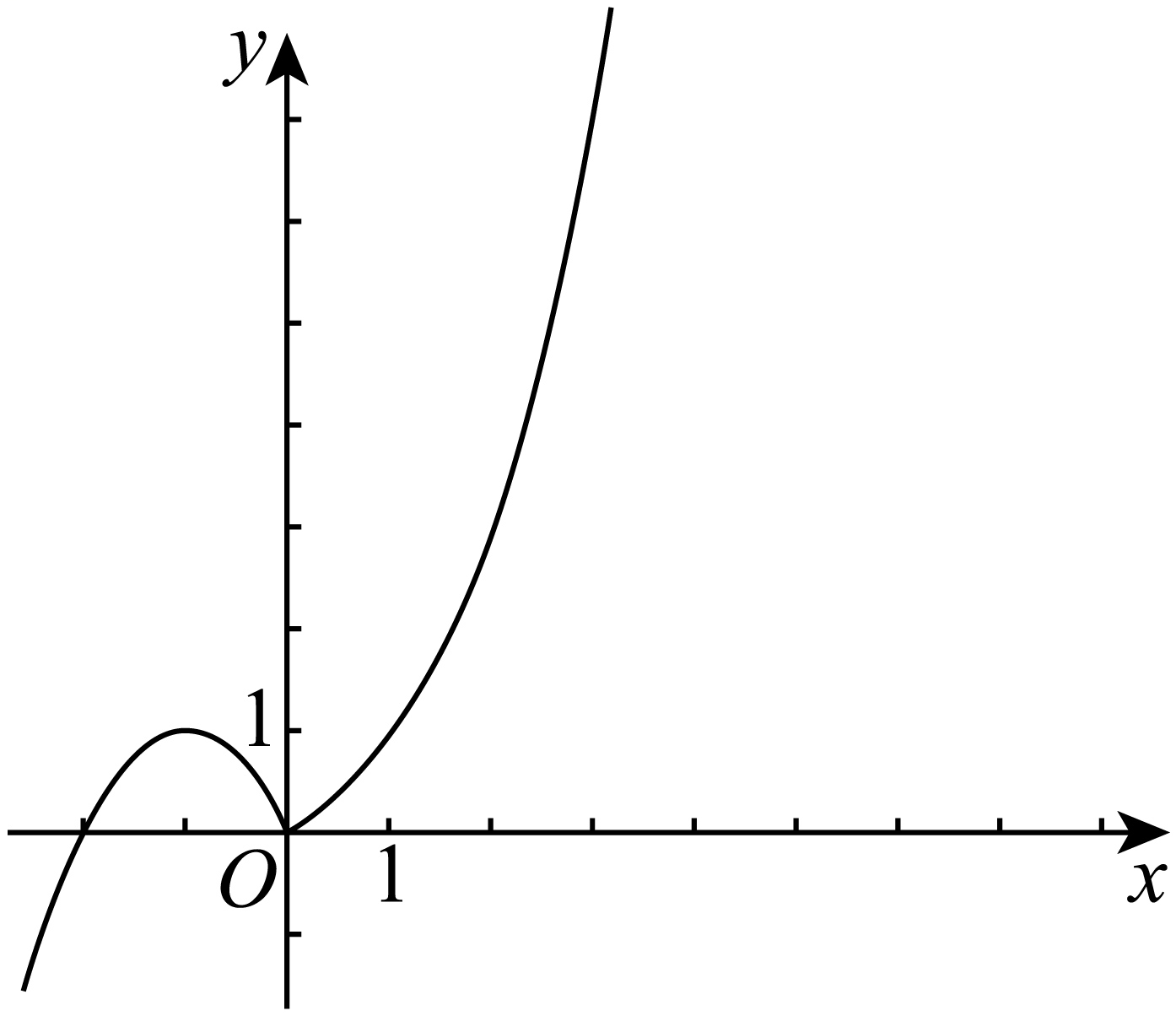
【答案】AC

【解析】

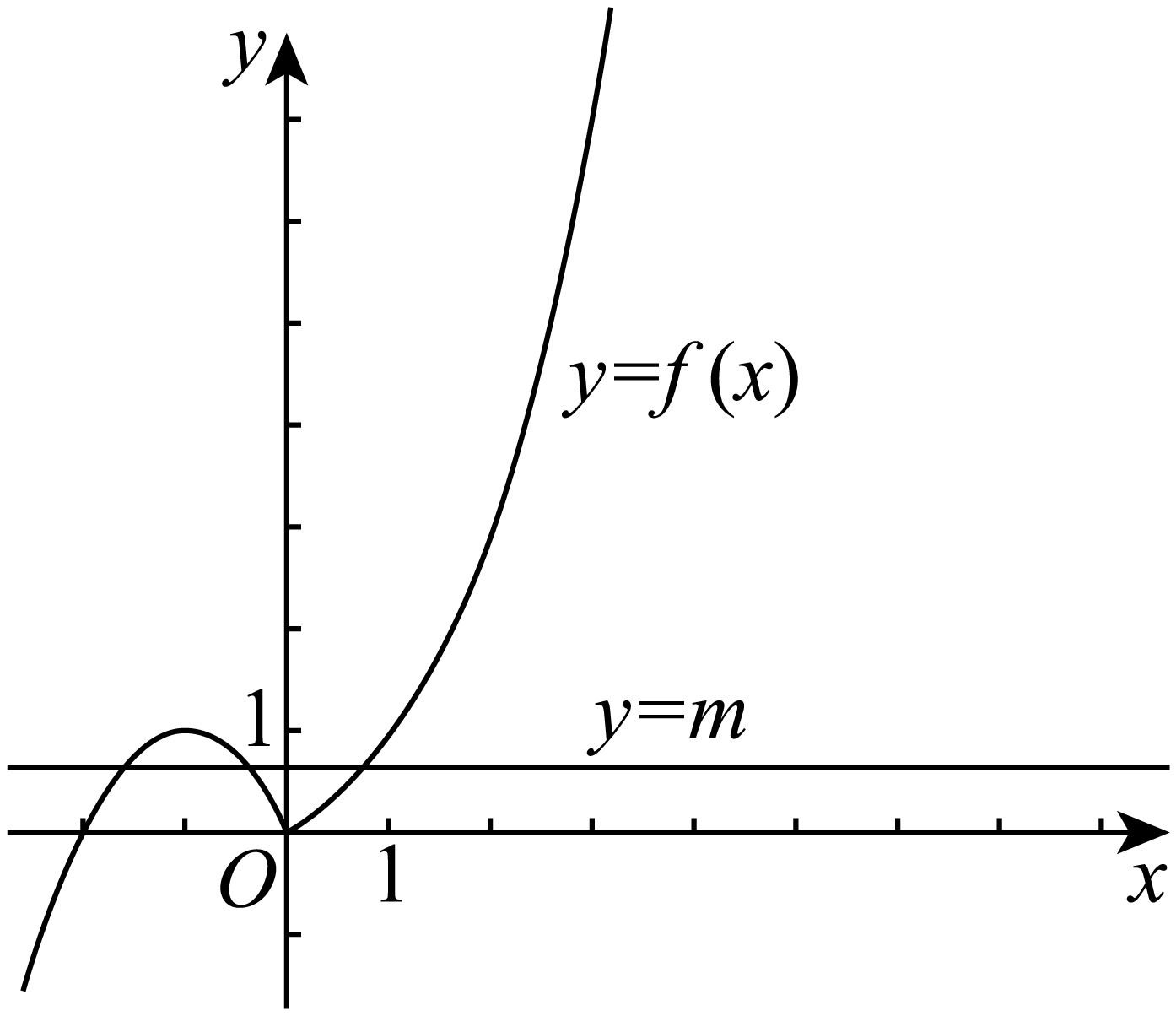
【分析】作出的图像如图所示，B可直接由图像或二次函数单调性判断；AC零点及交点问题均可以通过与交点个数判断；D通过图像或者联立方程求解即可判断.

【详解】当，

故的图像如图所示，



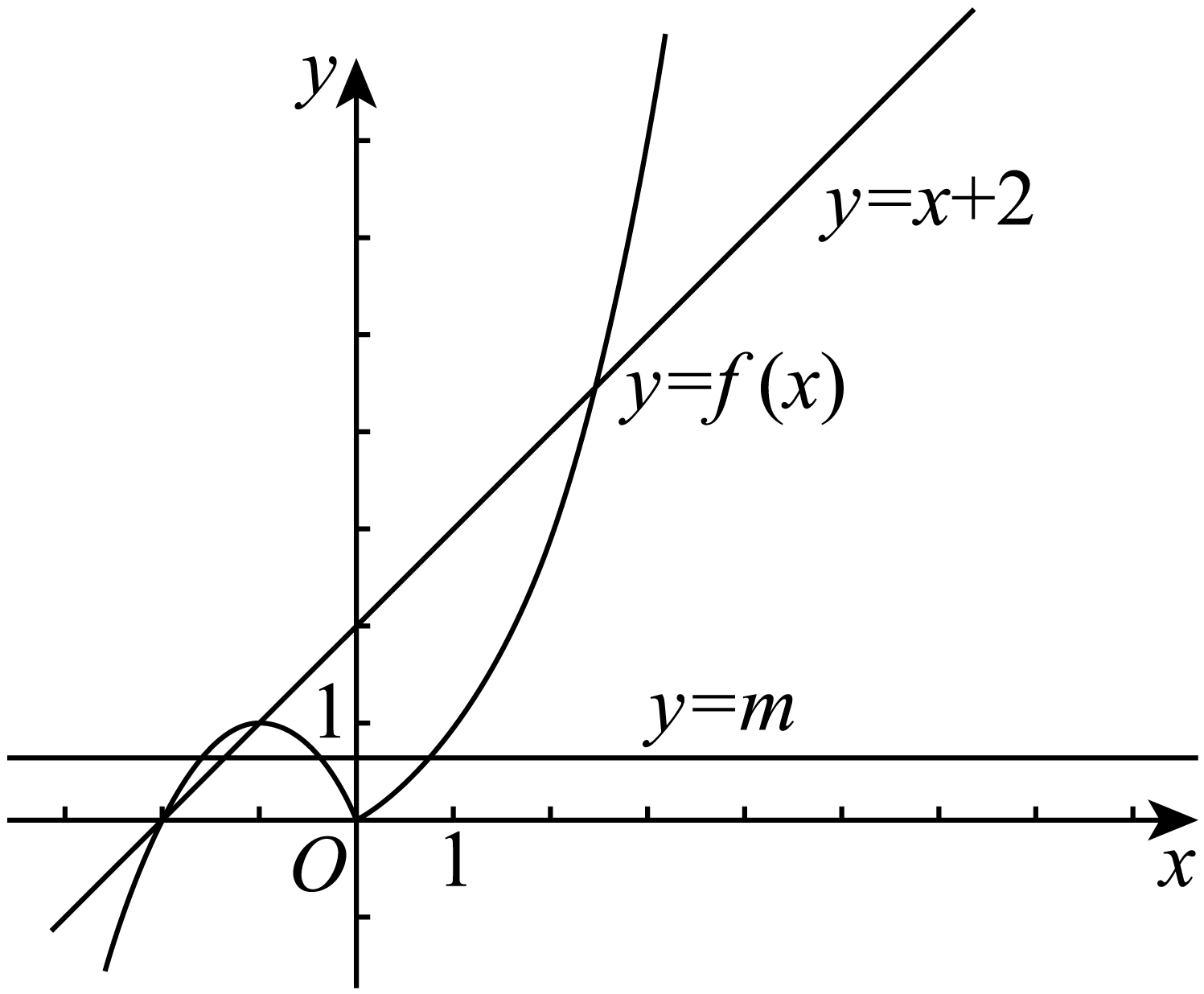
对AC，函数有3个零点，相当于与有3个交点，



故的取值范围是，直线与函数的图象有两个公共点，AC对；

对B，函数在上先增后减，B错；

对D，如图所示，联立可得解得或，由图右侧一定有一个交点，故函数的图象与直线不止一个公共点，D错.



故选：AC

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13. 函数的定义域为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】根据题意，列出不等式，即可得到结果.

【详解】根据题意可得，，解得

即函数的定义域为.

故答案为: 

14. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据诱导公式化简后利用二倍角公式求值.

【详解】,

故答案为：

15. 写出不等式成立的一个必要不充分条件\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】(不唯一)

【解析】

【分析】解不等式得到充要条件，再根据必要不充分条件的定义即可得答案.

【详解】解：由可得，

解得，

所以不等式成立的一个必要不充分条件可以是:.

故答案为：(不唯一)

16. 函数的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，当且仅当\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_时，等号成立．

【答案】 ①. ## ②. 

【解析】

【分析】利用基本不等式即可求解.

【详解】

当且仅当，即时，等号成立．

故答案为：；.

**四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．**

17. 已知，且．

(1)求的值；

(2)求的值．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据同角三角函数基本关系求的值，进而可得的值；

(2)利用诱导公式化简，再化弦为切，将的值代入即可求解.

【小问1详解】

因，且，所以，

所以，

【小问2详解】





．

18. 已知函数.

(1)判断函数的单调性，并用单调性定义证明；

(2)若为奇函数，求满足的的取值范围.

【答案】(1)增函数，证明见解析；

(2).

【解析】

【分析】(1)判断出函数为上的增函数，然后任取、且，作差，因式分解后判断的符号，即可证得结论成立；

(2)由奇函数的定义可求出实数的值，再利用函数的单调性可得出关于的不等式，解之即可.

【小问1详解】

证明：函数为上的增函数，理由如下：

任取、且，则，

所以，，即，

所以，函数为上的增函数.

【小问2详解】

解：若函数为奇函数，则，即，

则，

因为函数为上的增函数，由得，解得.

因此，满足的的取值范围是.

19. 已知函数，．

(1)求最小正周期和最大值；

(2)设，求函数的单调递减区间．

【答案】(1)，最大值2；

(2)．

【解析】

【分析】(1)根据题意，由三角恒等变换公式将函数化简，即可得到结果；

(2)根据题意，得到函数的解析式，然后由正弦型函数的单调区间，即可得到结果.

【小问1详解】

∵，

所以的最小正周期，

当时，取得最大值2；

【小问2详解】

由(1)知，

又，

由，解得．

所以，函数的单调减区间为．

20. 已知函数是偶函数

(1)求实数的值；

(2)设，若函数与的图象有公共点，求实数的取值范围.

【答案】(1)；

(2).

【解析】

【分析】(1)根据函数解析式以及偶函数的定义可求得实数的值；(2)利用函数与方程的思想，把函数与的图象有公共点的问题转化成方程有解的问题，进而求得参数的取值范围.

【小问1详解】

由函数，得，

又因为是偶函数，所以满足，

即，所以，

即对于一切恒成立，所以，

故；

【小问2详解】

由得

若函数与的图象有公共点，等价于方程有解，

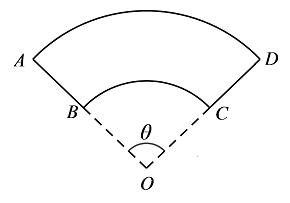
即，所以，

即方程在上有解，

由指数函数值域可知，，所以，

所以实数的取值范围是.

21. 某企业欲做一个介绍企业发展史的铭牌，铭牌的截面形状是如图所示的扇形环面(由扇形*OAD*挖去扇形*OBC*后构成的).已知，，线段*BA*，*CD*与，的长度之和为30，圆心角为弧度.



(1)求关于*x*的函数表达式；

(2)记铭牌的截面面积为*y*，试问*x*取何值时，*y*的值最大？并求出最大值.

【答案】(1)；

(2)，.

【解析】

【分析】(1)根据扇形的弧长公式结合已知条件可得出关于、的等式，即可得出关于的函数解析式；

(2)利用扇形的面积公式结合二次函数的基本性质可求得的最大值，即可得出结论.

【小问1详解】

解：根据题意，可算得，．

因为，所以，

所以，.

【小问2详解】

解：根据题意，可知

，

当时，.

综上所述，当时铭牌的面积最大，且最大面积为.

22. 已知，函数，其中．

(1)设，求*t*的取值范围，并把表示为*t*的函数；

(2)若对区间内的任意，总有，求实数*a*的取值范围．

【答案】(1)，

(2)

【解析】

【分析】(1)由已知可得，即，代入即可求得；

(2)问题转化为对成立，由二次函数分类讨论即可求解.

【小问1详解】

，



，，从而，，

又，∴，

又，∴，

【小问2详解】

要使得对区间内的任意恒成立，

只需，也就是对成立

二次函数，，开口向下，对称轴为

①当时，即，函数在上单调递减，

则，解得

②当时，即，函数上单调递增，在上单调递减，

则，解得

③当时，即，函数在上单调递增，

则，解得

综上，实数*a*的取值范围是