**大连市2022～2023学年度第一学期期末考试**

**高一数学**

**第Ⅰ卷(选择题)**

**一、单项选择题(本大题共8小题，每题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．)**

1. 已知集合，集合，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】化简集合*B*，再利用交集的定义运算即得.

【详解】因为，又，

所以.

故选：C.

2. 已知向量，，且，则实数( )

A. 2 B. 1 C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】利用向量共线的坐标表示即可求解.

【详解】∵向量，，且，

∴，解得.

故选：D.

3. 若，，…，的方差为2，则，，…，的方差是( )

A. 18 B. 7 C. 6 D. 2

【答案】A

【解析】

【分析】设，，…，的平均数为，写出方差的表示式，同样地表示出所求的方差，利用两式的整体关系求解．

【详解】解：设，，…，的平均数为，方差

又易知，，…，的平均数为．

且，

所以其方差．

故选：A．

4. 中国共产党第二十次全国代表大会于2022年10月16日在北京开幕．党的二十大报告鼓舞人心，内涵丰富．某学校党支部评选了5份优秀学习报告心得体会(其中教师2份，学生3份)，现从中随机抽选2份参展，则参展的优秀学习报告心得体会中，学生、教师各一份的概率是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】先求出基本事件的样本空间，再根据古典概型计算.

【详解】在5份优秀报告中，设教师的报告为 ，学生的报告为 ，从中随机抽取2份的样本空间为：

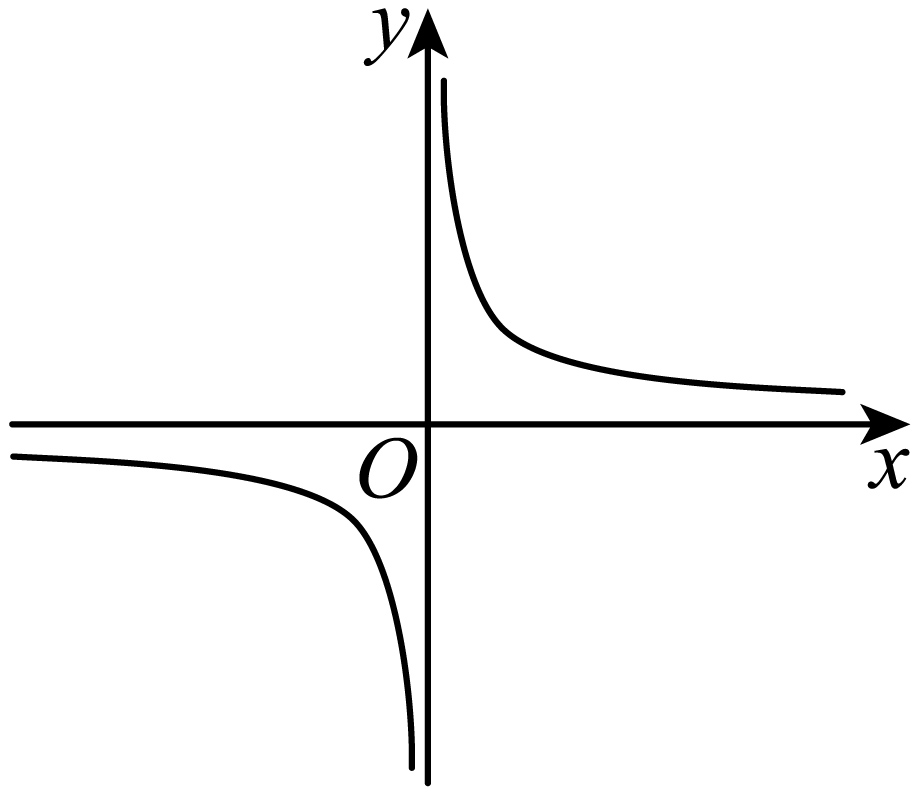
 ，

共10个，

恰好是学生，教师各一份的概率为 ；

故选：B.

5. 下列函数中，其图像如图所示的函数为( )



A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据函数的性质逐项分析即得．

【详解】由图象可知函数为奇函数，定义域为，且在单调递减，

对于A，，定义域为，，

所以函数为奇函数，在单调递减，故A正确；

对于B，，定义域为，故B错误；

对于C，，定义域为，故C错误；

对于D，，定义域为，，函数为偶函数，故D错误.

故选：A．

6. “北溪”管道泄漏事件的爆发，使得欧洲能源供应危机成为举世瞩目的国际公共事件．随着管道泄漏，大量天然气泄漏使得超过8万吨类似甲烷的气体扩散到海洋和大气中，将对全球气候产生灾难性影响．假设海水中某种环境污染物含量*P*(单位：)与时间*t*(单位：天)间的关系为：，其中表示初始含量，*k*为正常数．令为之间海水稀释效率，其中，分别表示当时间为和时的污染物含量．某研究团队连续20天不间断监测海水中该种环境污染物含量，按照5天一期进行记录，共分为四期，即，，，分别记为Ⅰ期，Ⅱ期，Ⅲ期，Ⅳ期，则下列哪个时期的稀释效率最高( )．

A. Ⅰ期 B. Ⅲ期 C. Ⅲ期 D. Ⅳ期

【答案】A

【解析】

【分析】利用两点的斜率公式及函数图象的特点即可求解.

【详解】由题意可知，表示两点和间斜率绝对值，但函数的图象特点是递减同时后面会越减越慢.

故选：A.

7. 已知，，且满足，则的最大值为( )

A. 9 B. 6 C. 4 D. 1

【答案】D

【解析】

【分析】由题可得，利用基本不等式可得 ，进而即得.

【详解】因为，，，

所以，

所以，

当且仅当，即时等号成立，

所以，即的最大值为1.

故选：D

8. 已知定义域为*D*的函数，若，都，满足，则称函数具有性质．若函数具有性质，则“存在零点”是“”的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【解析】

【分析】根据新定义寻找条件说明充分性与必要性是否成立即可.

【详解】若存在零点，令，

则，

因为，取，

则，且，

所以函数具有性质，但是，

故充分性不成立，

若，

因为函数具有性质，

取，则，使得

，

所以，所以存在零点，

故必要性成立，

综上所述：若函数具有性质，

则“存在零点”是“”的必要不充分条件，

故选：B.

**二、多项选择题(本大题共4小题，每题5分，共20分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得2分．)**

9. 十六世纪中叶，英国数学家雷科德在《砺智石》一书中首先把“＝”作为等号使用，后来英国数学家哈利奥特首次使用“＜”和“＞”符号，不等号的引入对不等式的发展影响深远．若*a*，*b*，，则下列命题正确的是( )

A 若且，则 B. 若，，则

C. 若，，则 D. 若，，则

【答案】BCD

【解析】

【分析】利用不等式性质结合可判断A，根据指数函数的性质可判断B，根据不等式性质结合对数函数的性质可判断C，根据幂函数的性质可判断D.

【详解】A中，时，则，错误；

B中，因为，，所以成立，正确；

C中，因为，，所以，，

所以，即，正确；

D中，由，可得，又，所以，正确.

故选：BCD.

10. 同时掷红、蓝两枚质地均匀的骰子，事件*A*表示“两枚骰子的点数之和为5”，事件*B*表示“红色骰子的点数是偶数”，事件*C*表示“两枚骰子的点数相同”，事件*D*表示“至少一枚骰子的点数是奇数”，则( )

A. *A*与*C*互斥 B. *B*与*D*对立 C. *A*与相互独立 D. *B*与*C*相互独立

【答案】AD

【解析】

【分析】根据互斥的意义判定A；利用对立事件定义判断B；

利用独立事件的概率公式判断C、D.

【详解】事件*A*：两枚骰子的点数之和为5，

则为(1,4)(4,1)(2,3)(3,2)

事件*C*：表示“两枚骰子的点数相同，

则为(1,1)(2,2)(3,3)(4,4)(5,5)(6,6)

故事件*A*与事件*C*互斥，所以A正确；

事件中与事件*D*会出现相同的情况，例如(2,1)(4,3)等

故事件中与事件*D*不对立，故B不正确；

事件*D*表示“至少一枚骰子的点数是奇数”

事件*D*的对立事件表示“掷出的点数都是偶数点”

所以,,

所以

故C不正确；

,,

所以

故D正确；

故选：AD.

11. 已知点*P*为所在平面内一点，且，若*E*为*AC*的中点，*F*为*BC*的中点，则下列结论正确的是( )

A. 向量与可能平行 B. 点*P*在线段*EF*上

C.  D. 

【答案】BC

【解析】

【分析】根据平面向量线性运算化简得到，即可判断ABC选项；

根据点为线段靠近点的三等分点得到，，，然后得到，即可判断D选项.

【详解】因为，所以，即，所以点为线段靠近点的三等分点，故A错，BC正确；

设边上的高为，因为，分别为，中点，所以，，又点为线段靠近点的三等分点，，，所以，则，，所以，故D错.

故选：BC.

12. 已知函数，，的零点分别为，，，则下列结论正确的是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】BC

【解析】

【分析】根据函数的单调性及零点存在定理可得，，所在区间，进而可判断ACD，由题可知，分别为，与直线的交点的横坐标，结合反函数的性质可判断B.

【详解】因为单调递增，又，，

所以，

因为单调递增，，，

所以，则，故A错误；

因为单调递增， ，

所以，又，所以，故C正确；

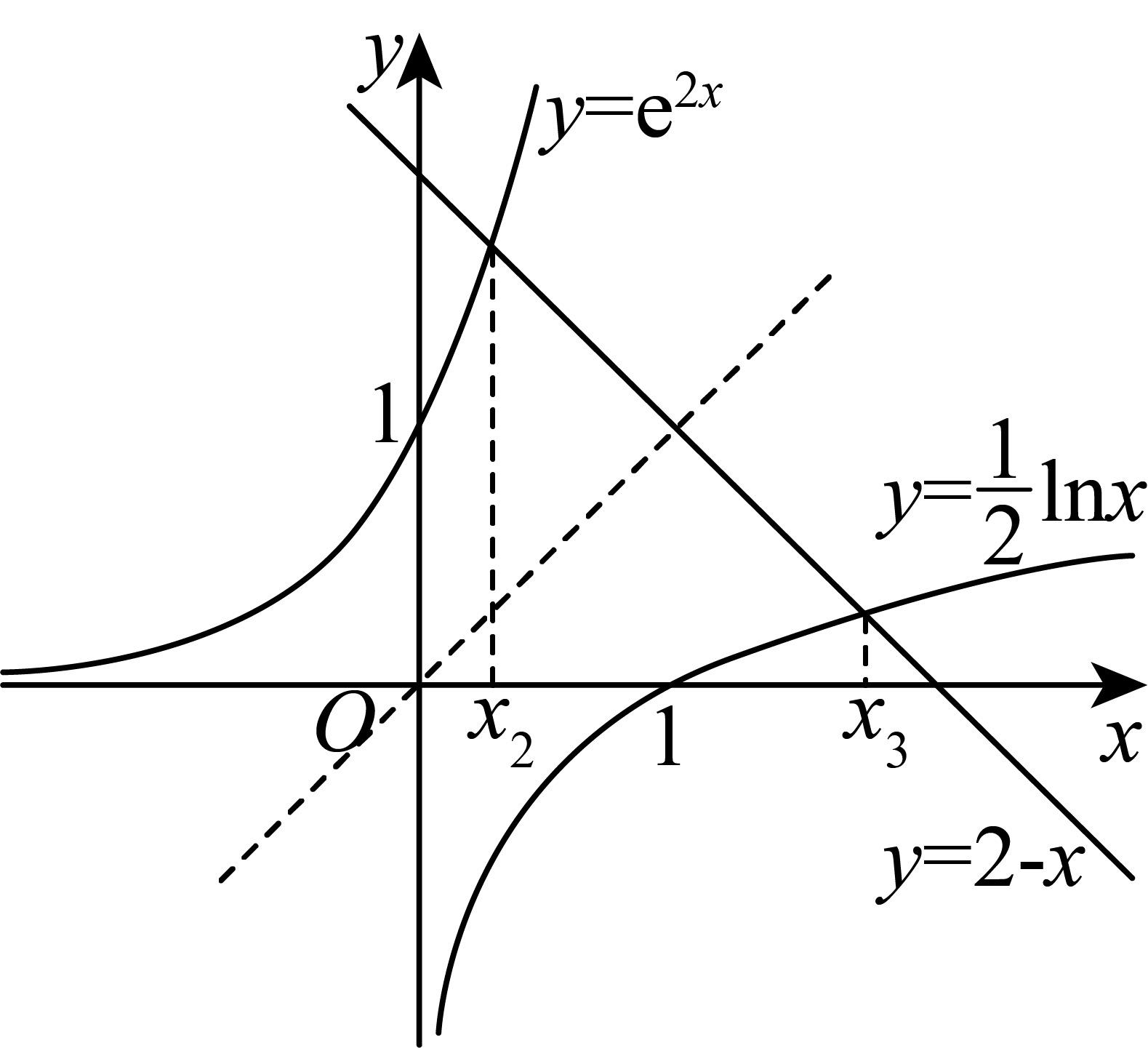
因为，，所以，，故D错误；

由，可得，

由，可得，

又函数与互为反函数图象关于对称，

作出函数，及的图象，



又与垂直，由，可得，

则，与直线的交点的横坐标分别为，，且，故B正确.

故选：BC.

**第Ⅱ卷(非选择题)**

**三、填空题(本大题功4小题，每小题5分，共20分．)**

13. \_\_\_\_\_\_．

【答案】7

【解析】

【分析】根据对数的性质和公式计算即可.

【详解】原式.

故答案为：7.

14. 已知向量，满足，，，则实数\_\_\_\_\_\_．

【答案】1

【解析】

【分析】根据平面向量的坐标的线性运算求得，根据向量的模的坐标运算列方程即可得实数的值.

【详解】解：已知向量，满足，，所以，

则，解得.

故答案为：1.

15. 在考察某中学的学生身高时，采用分层抽样的方法抽取男生24人，女生16人，得到了男生的平均身高是170cm，女生的平均身高是165cm，则估计该校全体学生的平均身高是\_\_\_\_\_\_cm．

【答案】168

【解析】

【分析】根据平均数的公式求平均数即可.

【详解】估计该校全体学生的平均身高为cm.

故答案为：168.

16. 函数满足：，都有，则函数的最大值为\_\_\_\_\_\_．

【答案】16

【解析】

【分析】先根据条件就出*a*和*b*，再运用换元法构造二次函数，运用二次函数求最大值.

【详解】令 ，则原条件转化为 ，即 是关于 的对称的，

 ，解得 ， ，

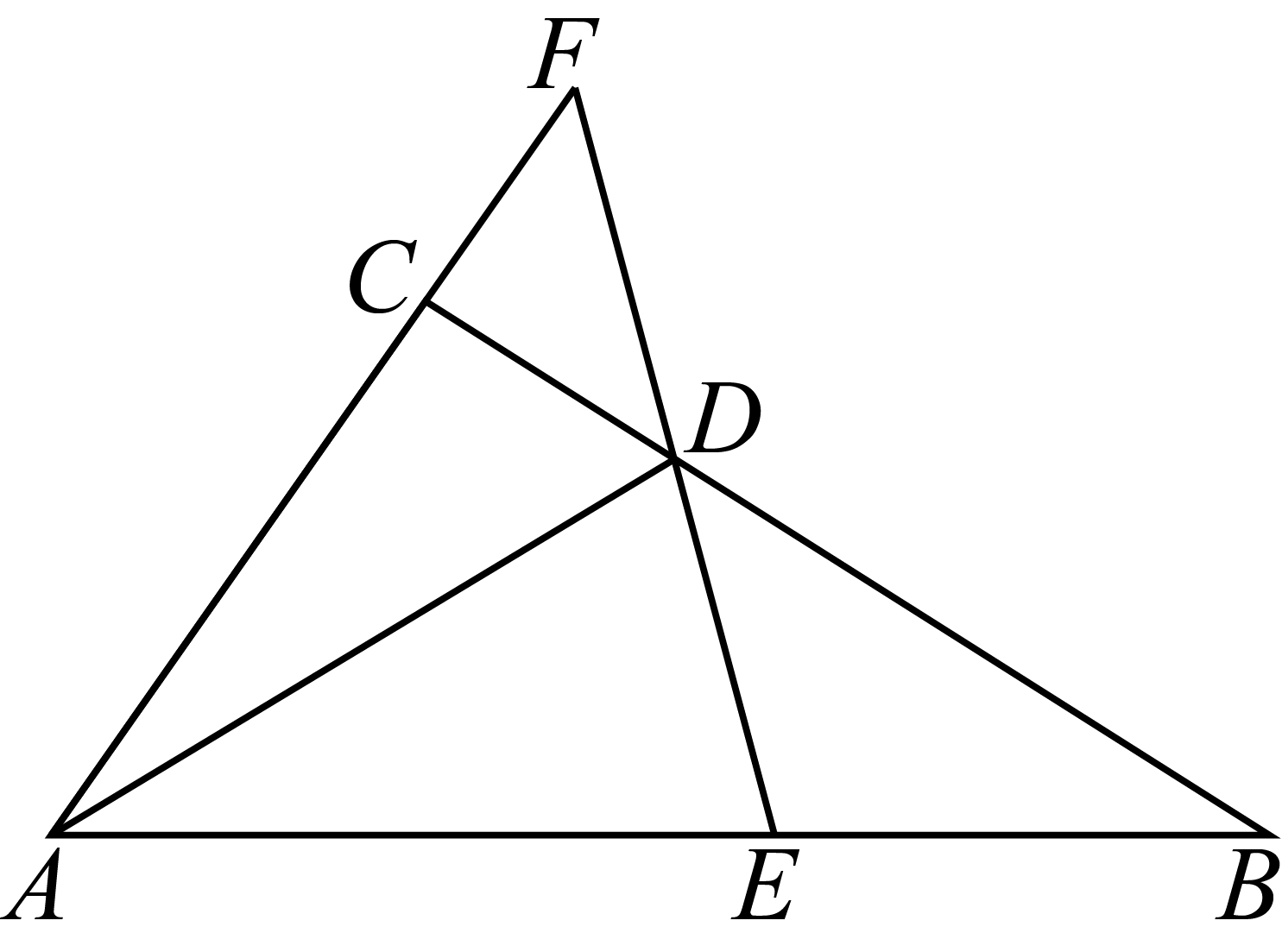
令 ， ，当 时，取得最大值，

 ；

故答案为：16.

**四、解答题(本大题共6小题，共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)**

17. 如图所示，在中，*D*为*BC*边上一点，且．过*D*点的直线*EF*与直线*AB*相交于*E*点，与直线*AC*相交于*F*点(*E*，*F*两点不重合)．



(1)用，表示；

(2)若，，求的值．

【答案】(1)

(2)3.

【解析】

【分析】(1)向量的线性表示，利用三角形法则及题所给条件即可；

(2)根据(1)的结论，转化用，表示，

根据三点共线找出等量关系；

【小问1详解】

在中，由,

又，

所以，

所以







【小问2详解】

因为，

又，

所以，，

所以，

又三点共线，且在线外，

所以有：，

即.

18. 已知集合，集合．

(1)若，求实数的值；

(2)若，，且*p*是*q*的充分条件，求实数的取值范围．

【答案】(1)

(2)或．

【解析】

【分析】(1)结合交集的定义和,分析求解即可；

(2)由题可知或，

再由已知可知，由此得出满足题意的不等式求解即可.

【小问1详解】

因为，

所以，所以，所以；

【小问2详解】

或，

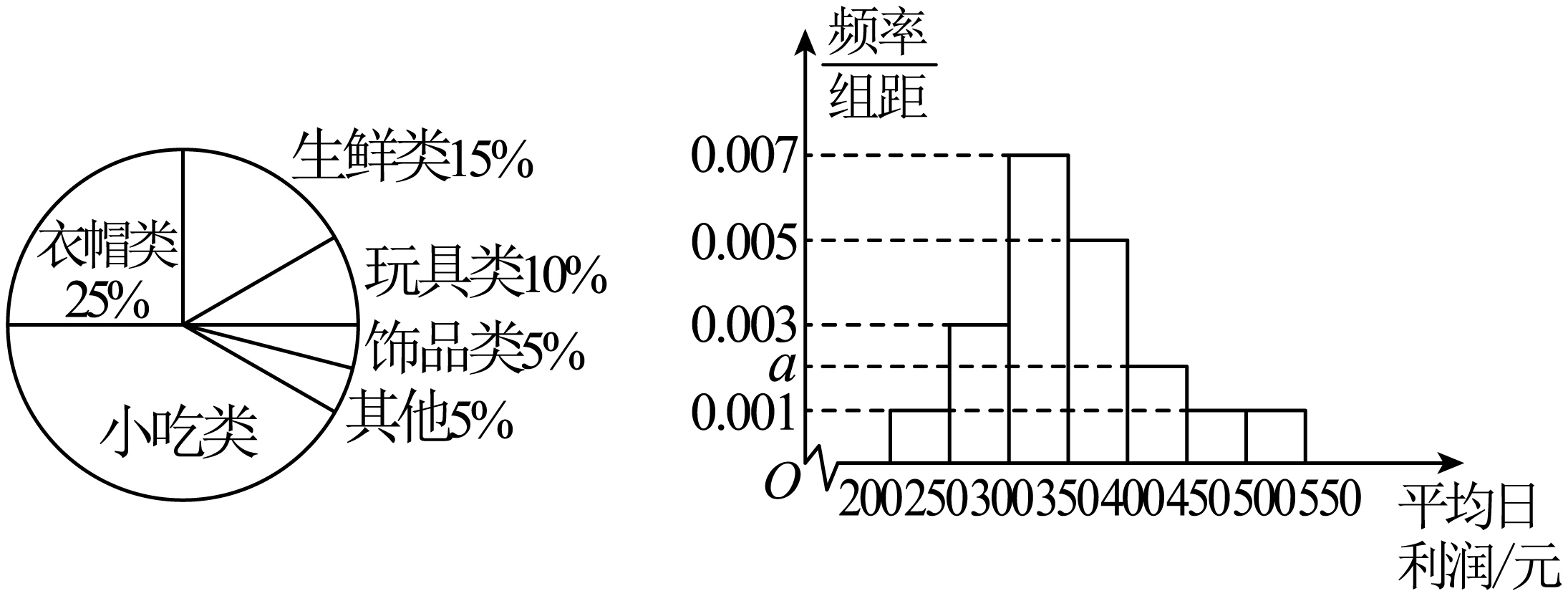
，，且*p*是*q*的充分条件

由已知可得，所以或，

所以或，

故实数*m*取值范围为或．

19. 近年来，“直播带货”受到越来越多人的喜爱，目前已经成为推动消费的一种流行的营销形式．某直播平台800个直播商家，对其进行调查统计，发现所售商品多为小吃、衣帽、生鲜、玩具、饰品类等，各类直播商家所占比例如图1所示．



(1)该直播平台为了更好地服务买卖双方，打算随机抽取40个直播商家进行问询交流．如果按照分层抽样的方式抽取，则应抽取小吃类、玩具类商家各多少家？

(2)在问询了解直播商家的利润状况时，工作人员对抽取的40个商家的平均日利润进行了统计(单位：元)，所得频率分布直方图如图2所示．请根据频率分布直方图计算下面的问题；

(ⅰ)估计该直播平台商家平均日利润的中位数与平均数(结果保留一位小数，求平均数时同一组中的数据用该组区间的中点値作代表)；

(ⅱ)若将平均日利润超过420元的商家成为“优秀商家”，估计该直播平台“优秀商家”的个数．

【答案】(1)小吃类16家，玩具类4家；

(2)(i)中位数为342.9，平均数为352.5；

(2)128.

【解析】

【分析】(1)根据分层抽样的定义计算即可；

(2)(i)根据中位数和平均数的定义计算即可；

(ii)根据样本中“优秀商家”的个数来估计总体中“优秀商家”的个数即可.

【小问1详解】

，，

所以应抽取小吃类16家，玩具类4家.

【小问2详解】

(i)根据题意可得，解得，

设中位数为，因为，，所以，解得，

平均数为，

所以该直播平台商家平均日利润的中位数为342.9，平均数为352.5.

(ii),

所以估计该直播平台“优秀商家”的个数为128.

20. 第56届世界乒乓球团体锦标赛于2022年在中国成都举办，国球运动又一次掀起热潮．现有甲乙两人进行乒乓球比赛，比赛采用7局4胜制，每局11分制，每赢一球得1分，选手只要得到至少11分，并且领先对方至少2分(包括2分)，即赢得该局比赛．在一局比赛中，每人只发2个球就要交换发球权，如果双方比分为10：10后，每人发一个球就要交换发球权．

(1)已知在本场比赛中，前三局甲赢两局，乙赢一局，在后续比赛中，每局比赛甲获胜的概率为，乙获胜的概率为，且每局比赛的结果相互独立，求甲乙两人只需要再进行两局比赛就能结束本场比赛的概率；

(2)已知某局比赛中双方比分为8：8，且接下来两球由甲发球，若甲发球时甲得分的概率为，乙发球时乙得分的概率为，各球的结果相互独立，求该局比赛甲得11分获胜的概率．

【答案】(1)；

(2).

【解析】

【分析】(1)由题可知两局比赛就能结束，则只能甲连胜两局，然后根据独立事件概率公式即得；

(2)由题可知甲得11分获胜有两类情况：甲获胜或甲获胜，然后结合条件根据独立事件概率公式即得.

【小问1详解】

设“甲乙两人只需要再进行两局比赛就能结束本场比赛”为事件，

若两局比赛就能结束，则只能甲连胜两局，

所以；

【小问2详解】

设“该局比赛甲得11分获胜”为事件，

甲得11分获胜有两类情况：甲连得3分，则甲获胜；

甲得3分，乙得1分，则甲获胜，此时有三种情况，每球得分方分别为乙甲甲甲，甲乙甲甲，甲甲乙甲，

所以.

21. 已知函数的定义域为**R**，其图像关于点对称．

(1)求实数*a*，*b*的值；

(2)求的值；

(3)若函数，判断函数的单调性(不必写出证明过程)，并解关于*t*的不等式．

【答案】(1)

(2)1011 (3)

【解析】

【分析】(1)根据对称性列方程解出*a*和*b*；

(2)根据对称性分组计算；

(3)构造函数，根据函数的单调性和奇偶性求解不等式.

【小问1详解】

有条件可知函数 经过点 ， ，即 ，

解得： ， ；

【小问2详解】

由于 ，

 ，

 ；

【小问3详解】

由于 是奇函数，根据函数平移规则， 也是奇函数，

并且由于 是增函数， 也是增函数， 也是增函数，定义域为

不等式 等价于 ，

即 ， ，由于 是增函数，

 ，解得 ；

综上，(1)；(2)；(3).

22. 已知函数的图像与函数的图像关于直线对称，函数．

(1)若，求在上的最大值；

(2)设，，求的最小值，其中．

【答案】(1)在上最大值为

(2)的最小值

【解析】

【分析】(1)根据反函数的概念得，当，有，从而可得，由，可得，故结合基本不等式与二次函数即可求得在上的最大值；

(2)根据等价于，即，对进行讨论，验证的成立情况，从而可得函数的解析式，结合单调性确定其最小值取值情况即可。

【小问1详解】

解：因为函数的图像与函数的图像关于直线对称，即与互为反函数，所以

当，有，

则，

又时，，所以，

所以，

当且仅当，即时等号同时成立，所以在上的最大值为；

【小问2详解】

解：，

等价于，即，因为，

当时，恒成立，所以，

则，所以在上单调递增，所以；

当时，，此时当时，，当时，，所以，

在上单调递减，在上单调递增，所以；

当时，，当时，与上一种情况相同，所以；

当时，恒成立，所以，则，所以在上单调递减，所以；

综上，的最小值.

【点睛】本题主要考查了对数函数与基本不等式结合求解最值问题，以及绝对值不等式分类讨论，分段函数解析式问题与对数函数单调性综合应用，属于难题.在处理对数函数与基本不等式综合应用问题时，涉及不等式求乘积最大值问题，取等情况同时考虑基本不等式与二次函数；在解决分段函数讨论问题注意自变量，不等式的成立情况分、、几种情况分析，确定与的大小关系，从而确定函数的解析式，最后结合的单调性确定其最小值取值情况.