**2022—2023学年度上学期期末考试高一试题**

**数学**

**考试时间：120分钟满分：150分**

**第I卷(选择题，共60分)**

**一、单项选择题(本小题共8小题，每小题5分，共40分，每小题只有一个选项符合要求)**

1. 已知集合，，若，则实数的取值范围为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】利用交集定义直接求解．

【详解】由集合，，

又∵，∴

∴实数*a*取值范围为：．

故选：C

2. 对任意实数，，，下列命题中真命题是( )

A. “”是“”的充要条件

B. “是无理数”是“是无理数”的充要条件

C. “”是“”的充分条件

D. “”是“”的充分条件

【答案】B

【解析】

【分析】通过反例可知ACD错误；根据充要条件和必要条件的定义可知B正确.

【详解】对于A，当时，，此时可以，必要性不成立，A错误；

对于B，当为无理数时，根据为有理数，可知为无理数，充分性成立；

当为无理数时，根据为有理数可得为无理数，必要性成立；

“是无理数”是“是无理数”的充要条件，B正确；

对于C，当时， ，但是，

故“”不是“”的充分条件，C错误；

对于D，当时，，但是，

所以“”不是“”的充分条件，D错误.

故选：B.

3. 若，，，则( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据指数函数以及对数函数的性质，确定*a,b,c*的范围，即可比较大小，可得答案.

【详解】由函数为增函数可知，

由为增函数可得，

由由为增函数可得，

所以，

故选：D

4. 某数学竞赛有5名参赛者，需要解答五道综合题，这五个人答对的题数如下：3，5，4，2，1，则这组数据的60%分位数为( )

A. 3 B. 3.5 C. 4 D. 4.5

【答案】B

【解析】

【分析】首先将数据从小到大排列，求得，则第分位数为第个数与第个数的平均数，即可得解.

【详解】解：这五人答对的题数从小到大排列为：、、、、，

又，所以第分位数为.

故选：B

5. 函数的反函数的定义域为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据反函数的定义域为原函数的值域，先求出原函数的值域，即可得出答案.

详解】，

，

，

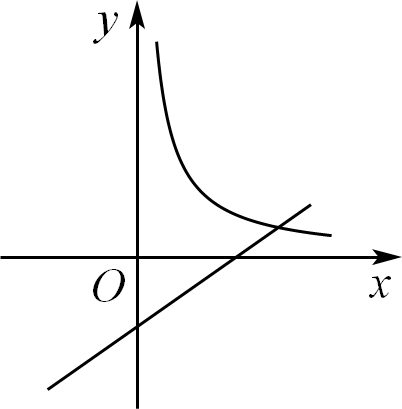
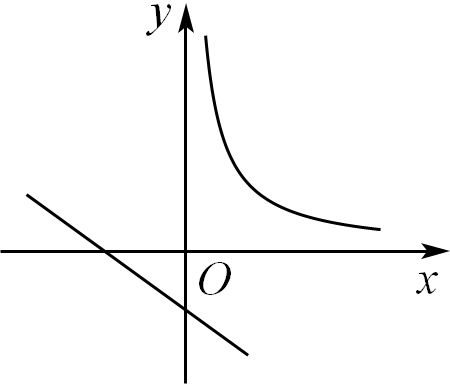
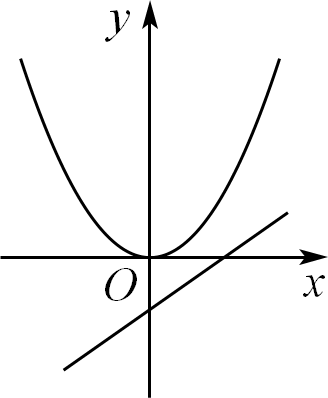
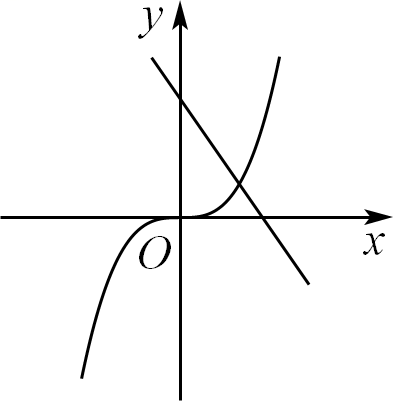
则的值域为，

反函数的定义域为原函数的值域，

反函数的定义域为，

故选：D.

6. 在同一坐标系内，函数和的图象可能是(　　)

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据幂函数的图象与性质，分和讨论，利用排除法，即可求解，得到答案.

【详解】由题意，若时，函数在递增，此时递增，排除D；纵轴上截距为正数，排除C，即时，不合题意；

若时，函数在递减，又由递减可排除A，故选B.

【点睛】本题主要考查了幂函数的图象与性质的应用，其中解答中熟记幂函数的图象与性质是解答的关键，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

7. 已知，则( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】由确定出1<*a*<2，再由转化可得*b*的取值情况而得解.

【详解】因则，*a*>1，此时，则有*a*<2，即1<*a*<2，

又，而，即，*b*<1，

所以.

故选：C

8. 已知函数，，若，，使得，则实数的取值范围是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意得到，根据函数单调性得到，，得到不等式，求出实数的取值范围是.

【详解】若，，使得，

故只需，

其中在上单调递减，故，

在上单调递增，故，

所以，解得：，

实数的取值范围是.

故选：C

**二、多项选择题(本小题共4道题，每小题5分，共20分.在每小题給出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对得5分，部分选对得2分，有错误答案得0分)**

9. 设，是两个非零向量，则下列描述错误的有( )

A. 若，则存在实数，使得.

B. 若，则.

C. 若，则，反向.

D. 若，则，一定同向

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据向量加法的意义判断选项A，C；根据平面向量加法的平行四边形法则可判断选项B；根据平面向量平行的性质可判断选项D.

【详解】对于选项A：当，由向量加法的意义知，方向相反且，

则存在实数，使得，故选项A错误；

对于选项B：当，则以，为邻边的平行四边形为矩形，且和是这个矩形的两条对角线长，

则，故选项B正确；

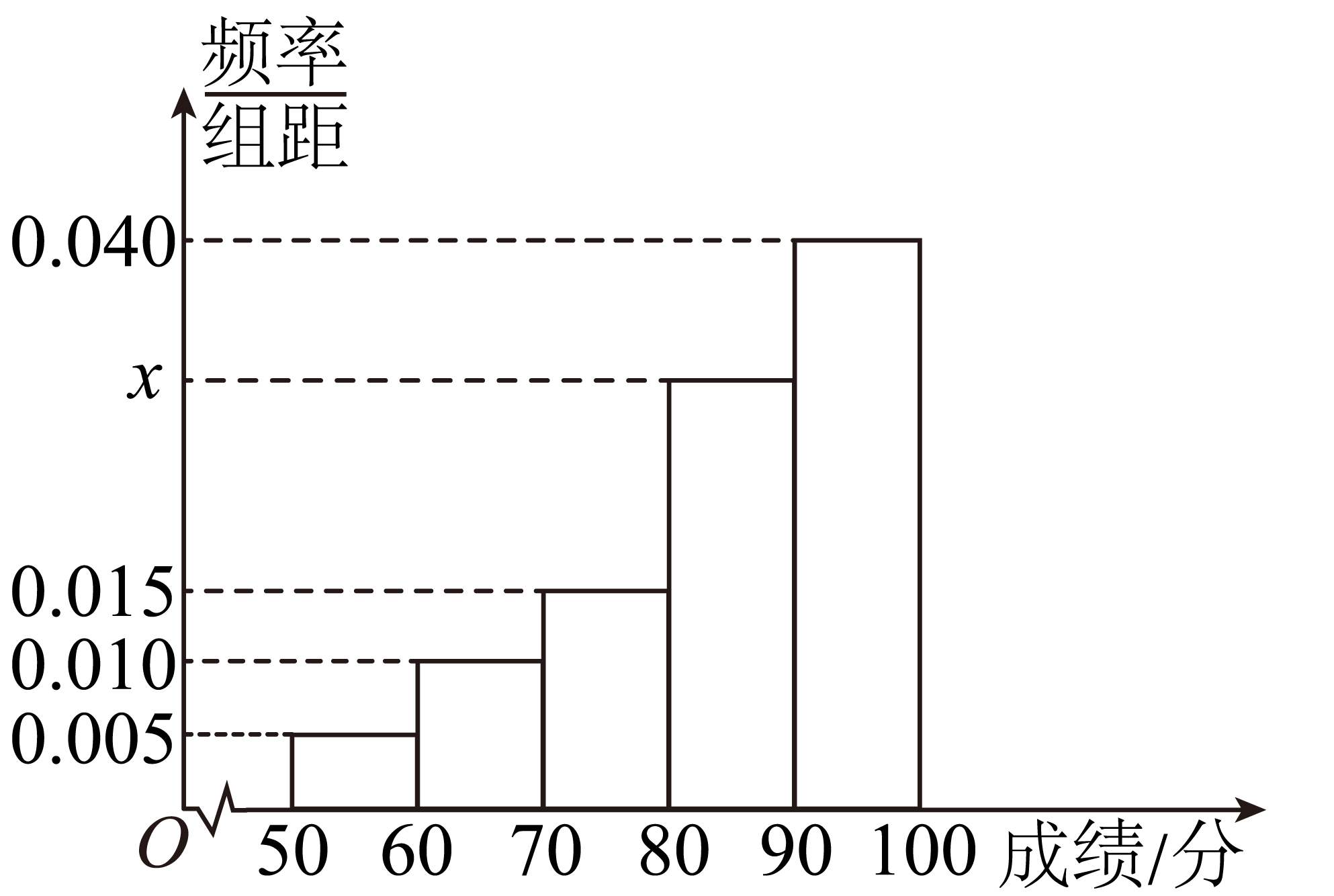
对于选项C：当，由向量加法的意义知，方向相同，故选项C错误；

对于选项D：当时，则，同向或反向，故选项D错误；

综上所述：选项ACD错误，

故选：ACD.

10. 某校组织全体高一学生参加了主题为“青春心向党，奋斗正当时”的知识竞赛，随机抽取了100名学生进行成绩统计，发现抽取的学生的成绩都在50分至100分之间，进行适当分组后(每组的取值区间均为左闭右开)，画出频率分布直方图(如图)，下列说法正确的是( )(小数点后保留一位)



A. 在被抽取的学生中，成绩在区间内的学生有20人

B. 这100名学生的平均成绩为84分

C. 估计全校学生成绩的中位数为86.7

D. 估计全校学生成绩的样本数据的70%分位数为91.5

【答案】BC

【解析】

【分析】由频率和为1可求解*x*，再由频率分布直方图的频率计算人数和中位数、平均成绩，根据百分数定义计算70%分位数，对选项逐个判断.

【详解】对于A，由，得，

所以成绩在区间内的学生人数为，故A不正确；

对于B，平均成绩为分，故B正确；

对于C，设中位数为，则，

得，故C正确；

对于D，设样本数据的70%分位数约为分，

则，解得.

故D不正确.

故选：BC.

11. 在边长为4的正方形中，在正方形(含边)内，满足，则下列结论正确的是( )

A. 若点在上时，则

B. 的取值范围为

C. 若点在上时，

D. 当在线段上时，的最小值为

【答案】AD

【解析】

【分析】根据题意建立平面直角坐标系，然后利用向量的线性坐标运算逐个分析判断即可.

详解】如图建立平面直角坐标系，则，设，

因，

所以，所以，

对于A，由题意可得线段的方程为，，

因为点在上，所以，

因为，所以，

所以，所以A正确，

对于B，因为，所以，

所以，

因为，所以，

所以，所以B错误，

对于C，因为，所以，

因为，，

所以，

若，则，得，

因为，所以不满足，

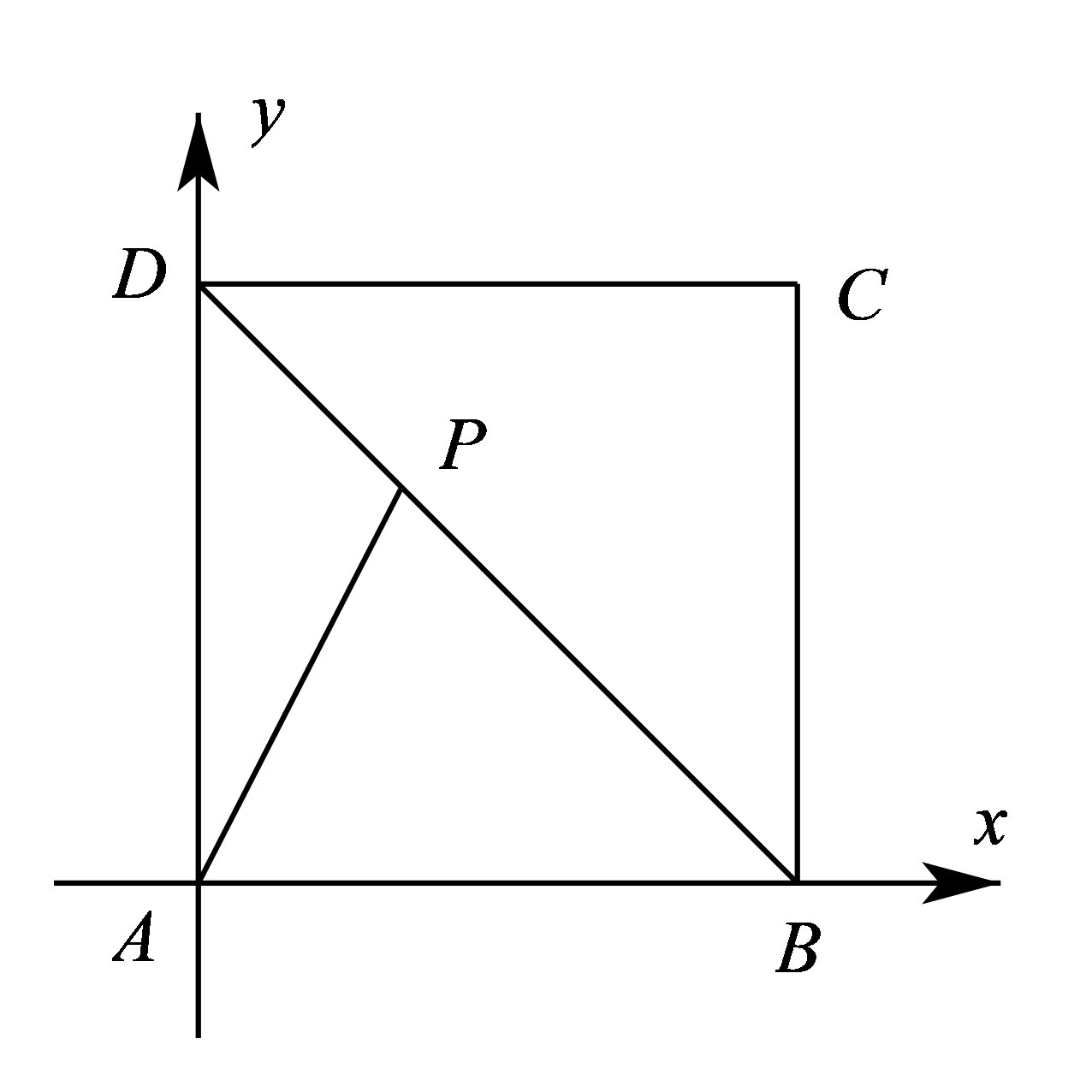
所以不成立，所以C错误，

对于D，

，当且仅当时取等号，

所以当在线段上时，的最小值为，所以D正确，

故选：AD



12. 已知函数，则( )

A. 的定义域是

B. 是偶函数

C. 是单调增函数

D 若，则，或

【答案】AC

【解析】

【分析】根据对数函数确定函数定义域即可判断选项A，利用函数奇偶性定义判断选项B，结合复合函数的单调性、函数单调性性质即可判断选项C，由单调性解不等式即可判断选项D.

【详解】解：函数的定义域满足，解得，则的定义域是，故A正确；

所以，且，故是非奇非偶函数，故B不正确；

由于函数，由复合函数单调性可得在上为单调增函数，

又函数，由复合函数单调性可得在上为单调增函数，

所以是单调增函数，故C正确；

由是上的单调增函数，且，所以可得：

，所以，解得或，故D不正确.

故选：AC.

**第II卷(选择题，共90分)**

**三、填空题(本题共4小题，每小题5分，共20分)**

13. 已知的范围为,且每个随机变量对应概率相等，(1)\_\_\_\_\_\_；(2)若，则\_\_\_\_\_\_.

【答案】 ①.  ②. 

【解析】

【分析】分析符合题意的取值情况再计算概率.

【详解】且即，故；

，则取值为16,36,46，故.

故答案为：，.

14. 已知函数是定义在上的增函数，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】由已知，要想保证函数是定义在上的增函数，需满足分段函数两部分在各自区间上单调递增，然后再满足连续单增，即比较当时，左边函数的最大值小于等于右边函数的最小值，列式即可完成求解.

【详解】由已知，函数是定义为在上的增函数，

则在上为单调递增函数，在上为单调递增函数，且，

所以，解得，

所以的取值范围是.

故答案为：

15. 在中，，，若(，均大于0)，则的值为\_\_\_\_\_\_.

【答案】15

【解析】

【分析】利用平面向量基本定理和向量三角形法则，可表示，进而求出，的值，即可求出结果.

【详解】如图所示，在中，，

因为，所以，所以，①

在中，，

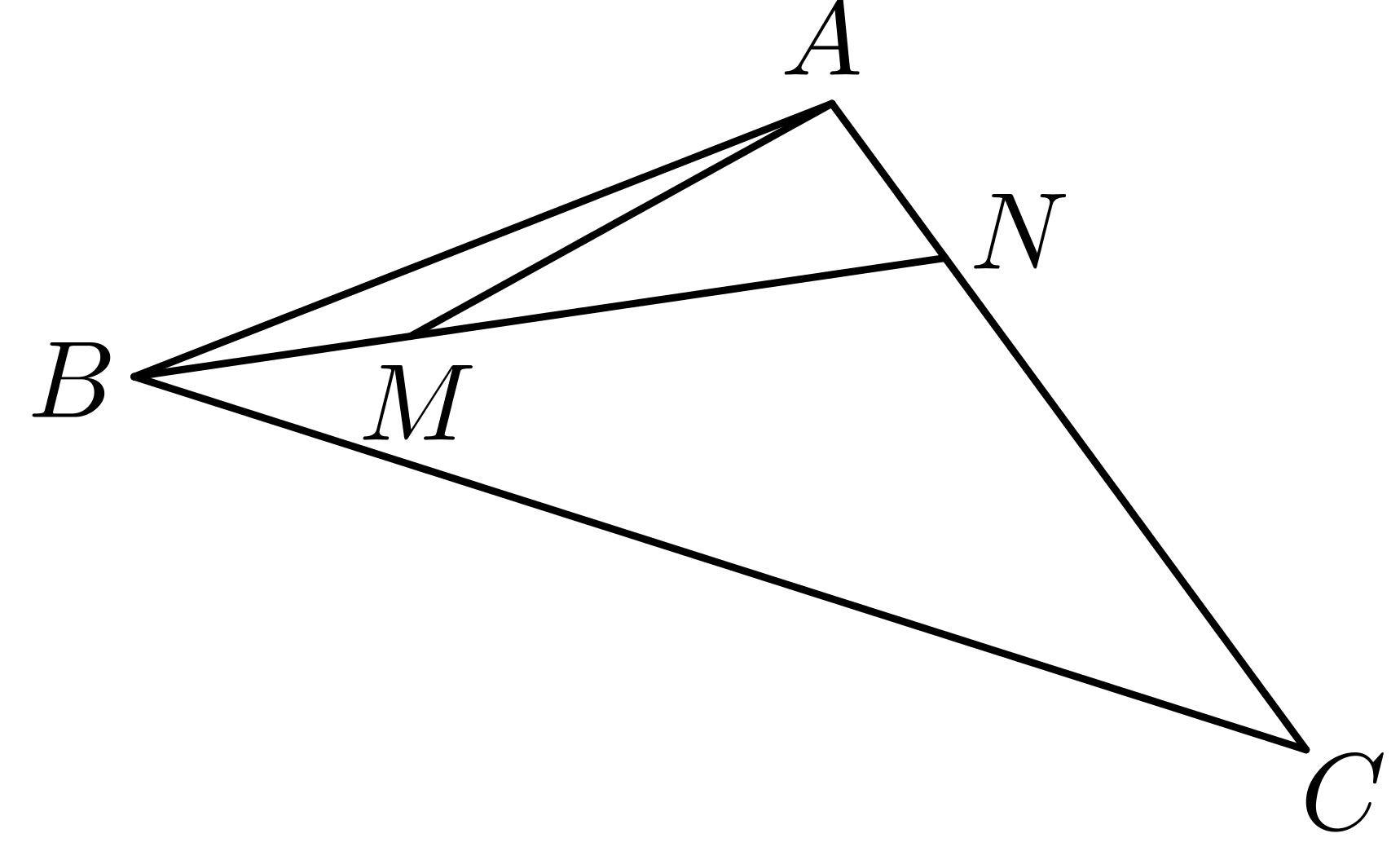
因为，所以，所以，代入①，

得，

因为，所以，，

所以，

故答案为：.



16. 已知函数，

(1)当方程有三个不同的实根，\_\_\_\_\_\_，.

(2)当方程有四个不同的实根，且，，，，满足，则的值是\_\_\_\_\_\_.

【答案】 ①. 0或2##2或0 ②. 12

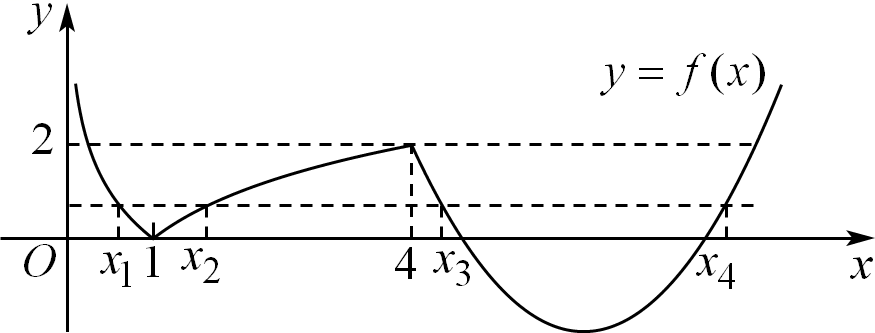
【解析】

【分析】(1)画出函数图像直接得到答案；

(2)从图像观察出分别是函数和自变量，是函数的两个自变量，代入化简求解.

【详解】当时，

画图为



观察图像发现当或时，有三个不同的实根；

观察图像发现当时，有个不同的实根，，并且

分别是函数和自变量，

所以

所以；

是函数的两个自变量，

又因为

所以

故

故答案为：0或2；12

**四、解答题(本题共6小题，共70分.解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)**

17. (1)当时，求的值.

(2)化简求值：.

【答案】(1)；(2).

【解析】

【分析】(1)根据指数的运算，代入计算即可得到结果；

(2)根据对数的运算，代入计算即可得到结果.

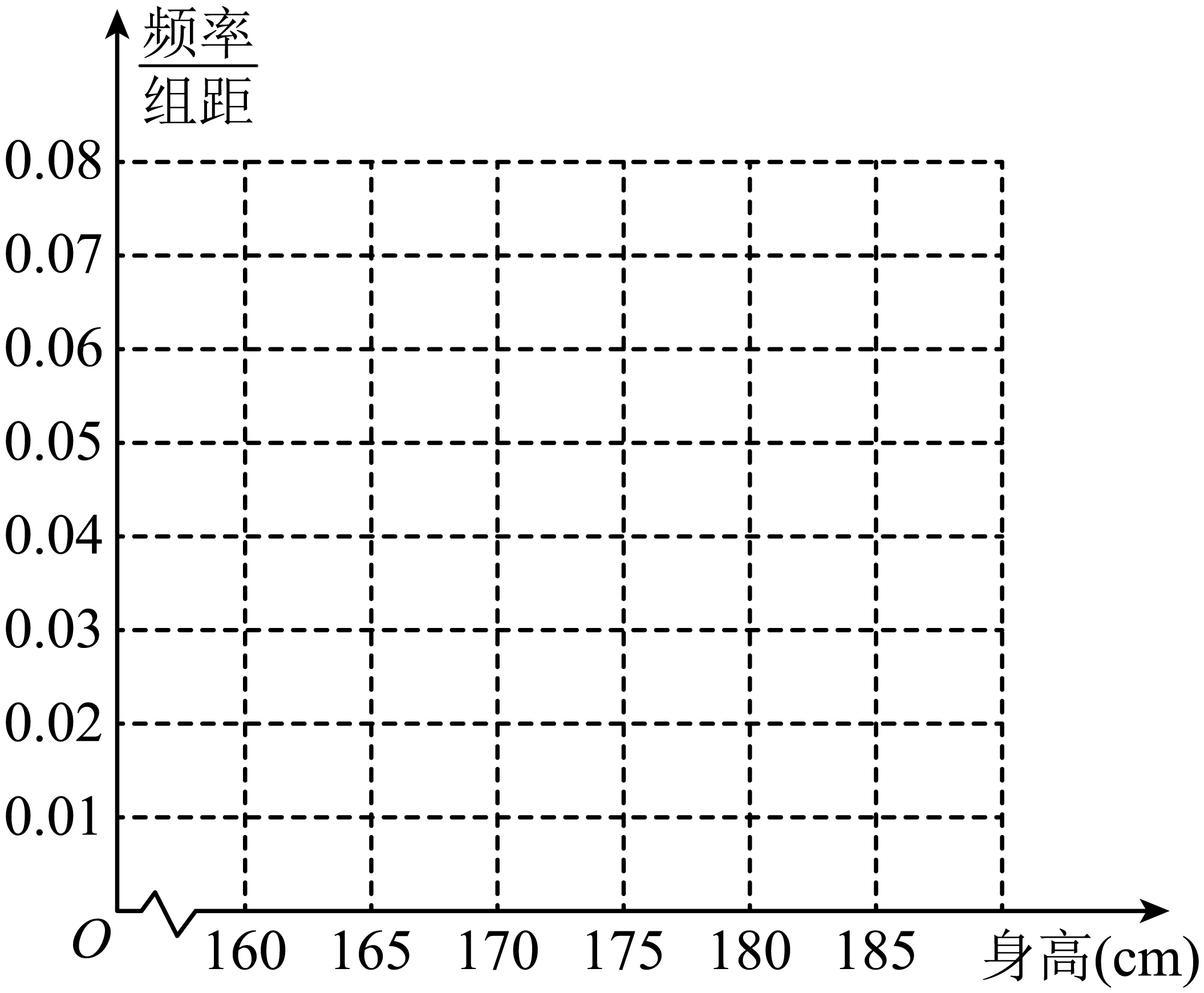
【详解】(1)因为，所以

(2)原式

18. 为了更好了解新高一男同学的身高情况，某校高一年级从男同学中随机抽取100名新生，分别对他们的身高进行了测量，并将测量数据分为以下五组：，，，，进行整理，如下表所示：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 组号 | 分组 | 频数 |
| 第1组 |  | 5 |
| 第2组 |  | 35 |
| 第3组 |  | 30 |
| 第4组 |  | 20 |
| 第5组 |  | 10 |
| 合计 | | 100 |

(1)在答题纸中，画出频率分布直方图：



(2)若在第3，4两组中，用分层抽样的方法抽取5名新生，再从这5名新生中随机抽取2名新生进行体能测试，求这2名新生来自不同组的概率.

【答案】(1)作图见解析

(2)

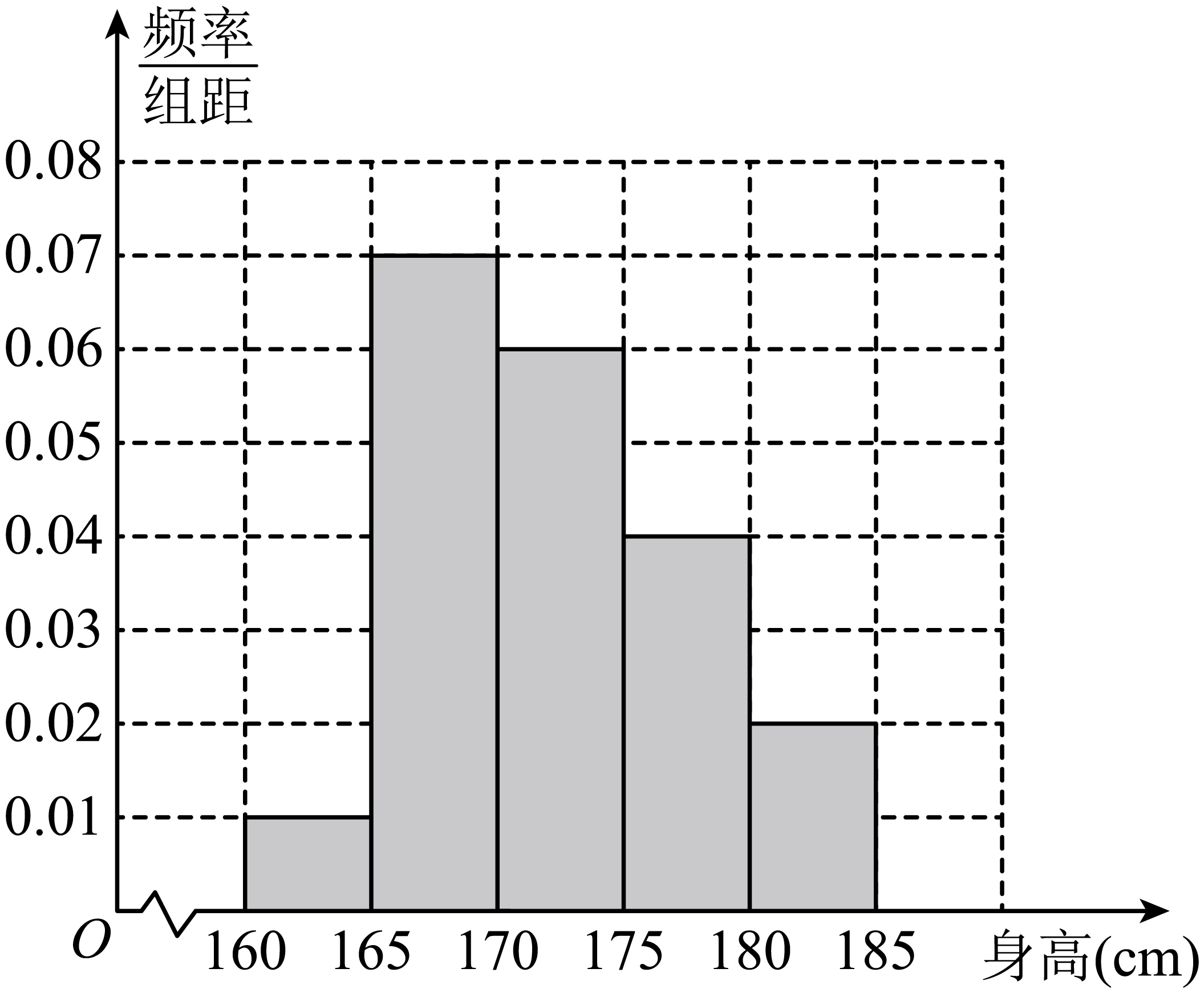
【解析】

【分析】(1)根据表中数据补全频率分布直方图即可求解；

(2)根据分层抽样先求出两组抽取的人员数并对这5名人员进行标记，然后列出所有的基本事件个数，根据古典概型的概率公式即可求解.

【小问1详解】

频率分布直方图如下图所示：

【小问2详解】

因为第3，4组共有50名新生，所以利用分层抽样从中抽取5名，每组应抽取的人数分别为：第3组：名，第4组：名，

设第3组抽取的3名新生分别为，，，第4组抽取的2名新生分别为，.

从这5名新生中随机抽取2名新生，有以下10种情况：，，，，，，，，，

这2名新生来自不同组的情况有以下6种：，，，，，，故所求的概率.

19. 已知向量，，当为何值时，

(1)求和

(2)与平行？平行时它们是同向还是反向？

【答案】(1)，

(2)平行，反向.

【解析】

【分析】(1)直接由向量的数乘，坐标加减法运算，以及向量模的计算公式求解；

(2)利用向量平行的条件即可求出的值，再判断结论即可.

【小问1详解】

向量，，

∴，，

∴，

.

【小问2详解】

若与平行，

则存在实数，使得，因此，解之得，

这时，

所以它们平行，且反向.

20. 设函数(且)是定义域为的奇函数.

(1)求实数的值；

(2)若，，且在上的最小值为，求实数的值.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据奇函数求解即可；

(2)根据求出a的值，再求出，利用换元法得到，再分为时，和时两种情况求解即可.

【小问1详解】

是定义域为的奇函数，

，

，即，

当时，，

即，符合条件.

故；

【小问2详解】

，

，(舍)，

故，

令，

是单调递增函数，

，故，

，

函数图象的对称轴为，

①当时，，解得.

②当时，，

解得，不符合，

综上，.

21. 布劳威尔不动点定理是拓扑学里一个非常重要的不动点定理，它得名于荷兰数学家鲁伊兹·布劳威尔，简单地讲就是对于满足一定条件的连续实函数，存在一个点，使得，那么我们称该函数为“不动点"函数，而称为该函数的一个不动点． 现新定义： 若满足，则称为的次不动点．

(1)判断函数是否是“不动点”函数，若是，求出其不动点； 若不是，请说明理由

(2)已知函数，若是的次不动点，求实数的值：

(3)若函数在上仅有一个不动点和一个次不动点，求实数的取值范围．

【答案】(1)是“不动点”函数，不动点是2和；

(2)；

(3).

【解析】

【分析】(1)根据不动点定义列出方程，求解方程即可作答.

(2)根据次不动点定义列出方程，求解方程即可作答.

(3)设出不动点和次不动点，建立函数关系，求出函数最值推理作答.

【小问1详解】

依题意，设为的不动点，即，于是得，解得或，

所以 是“不动点” 函数，不动点是2和.

【小问2详解】

因是“次不动点”函数，依题意有，即，显然，解得，

所以实数的值是.

【小问3详解】

设分别是函数在上的不动点和次不动点，且唯一，

由得：，即，整理得：，

令，显然函数在上单调递增，则，，则，

由得：，即，整理得：，

令，显然函数在上单调递增，，，则，

综上得：，

所以实数的取值范围.

【点睛】思路点睛：涉及函数新定义问题，理解新定义，找出数量关系，联想与题意有关的数学知识和方法，再转化、抽象为相应的数学问题作答.

22. 已知函数(其中，且)的图象关于原点对称.

(1)求，的值；

(2)当时，

①判断在区间上的单调性(只写出结论即可)；

②关于的方程在区间上有两个不同的解，求实数的取值范围.

【答案】(1)或；(2)①在区间上单调递增；②.

【解析】

【分析】(1)由图象关于原点对称知：，结合函数解析式可得，即可求参数.

(2)由已知得，①为，的构成的复合函数，由它们在上均单调递增，即知的单调性；②由①整理方程得在区间上有两个不同的解，令，有，结合基本不等式求其最值，进而确定的取值范围.

【详解】(1)由题意知：，整理得，即，对于定义域内任意都成立，

∴，解得或.

(2)由知：，故

①，由，在上均单调递增，

∴在区间上的单调递增.

②由①知，可得，即在区间上有两个不同的解，令，

∴当且仅当时等号成立，而在上递减，在上递增，且时.

∴.

【点睛】关键点点睛：

(1)利用函数的对称性，结合解析式列方程求参数值；

(2)根据对数型复合函数的构成判断单调性，应用参变分离、换元思想，将方程转化为在上存在不同的对应相同的值，求参数范围.