**辽宁省重点高中沈阳市郊联体**

**2022—2023学年度上学期期末高一年级试题**

**数学**

**第Ⅰ卷 选择题(共60分)**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的．**

1. 设集合，，全集，则( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】解不等式可求得集合，由补集和并集定义可求得结果.

【详解】由得：，则，；

由得：，则，.

故选：B.

2. 若*a*，*b*均为实数，则“”是“”的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】根据函数与解不等式，即可判断.

【详解】解：因为，由函数在上单调递增得：

又，由于函数在上单调递增得：

由“”是“”的充分不必要条件

可得“”是“”的充分不必要条件.

故选：A.

3. 从高一(男、女生人数相同,人数很多)抽三名学生参加数学竞赛，记事件*A*为“三名学生都是女生”，事件*B*为“三名学生都是男生”，事件*C*为“三名学生至少有一名是男生”，事件*D*为“三名学生不都是女生”，则以下错误的是( )

A.  B. 

C. 事件*A*与事件*B*互斥 D. 事件*A*与事件*C*对立

【答案】B

【解析】

【分析】由独立乘法公式求，根据事件的描述，结合互斥、对立事件的概念判断B、C、D即可.

【详解】由所抽学生为女生的概率均为，则，A正确；

两事件不可能同时发生，为互斥事件，C正确；

事件包含：三名学生有一名男生、三名学生有两名男生、三名学生都是男生，

其对立事件为，D正确；

事件包含：三名学生都是男生、三名学生有一名男生、三名学生有两名男生，

与事件含义相同，故，B错误；

故选：B

4. 已知某运动员每次投篮命中的概率都为，现采用随机模拟的方式估计该运动员三次投篮恰有两次命中的概率：先由计算机产生0到9之间取整数值的随机数，指定表示命中，表示不命中；再以三个随机数为一组，代表三次投篮结果，经随机模拟产生了如下12组随机数：           ，据此估计，该运动员三次投篮恰有两次命中的概率为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

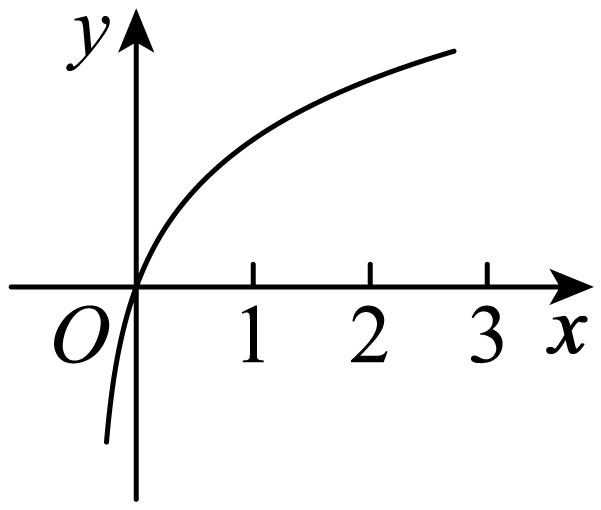
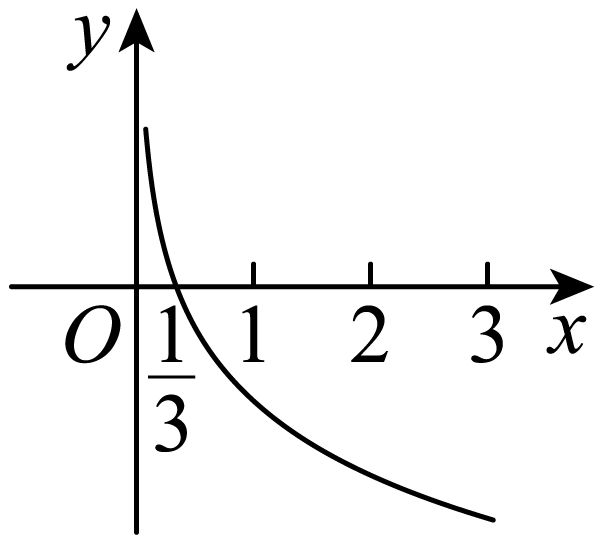
【分析】明确随机数代表的含义，根据古典概型的概率公式即可求得答案.

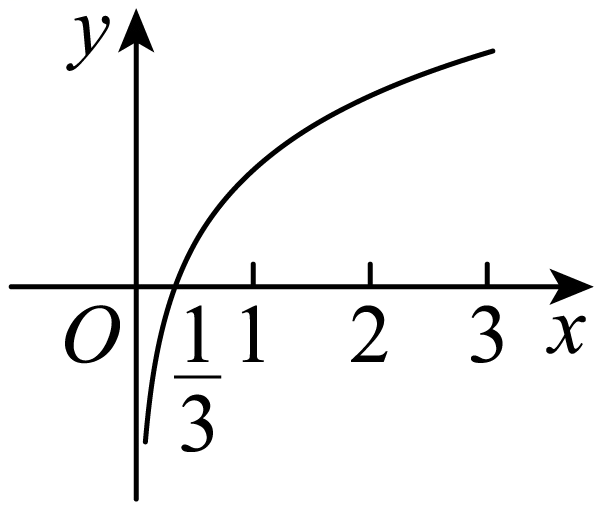
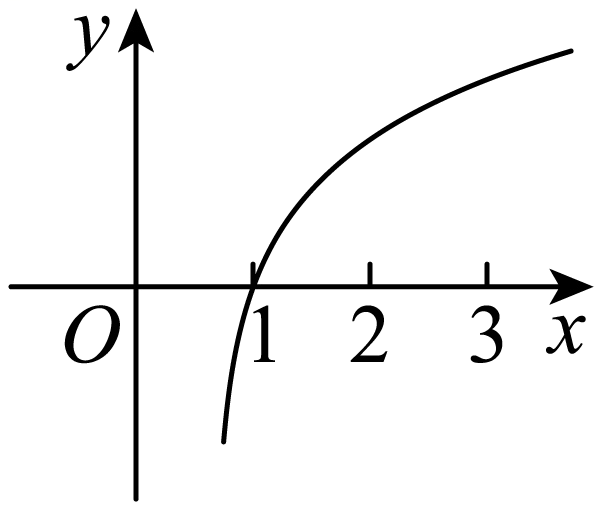
【详解】由题意可知经随机模拟产生的12组随机数中，这三组表示三次投篮恰有两次命中，

故该运动员三次投篮恰有两次命中的概率为，

故选：A

5. 如图，已知函数，则它的反函数的大致图像是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】直接利用反函数的性质写出解析式，得，再由解析式选择图像即可.

【详解】由题意得，函数的反函数是，

这是一个在上的单调递增函数，且，所以只有选项C的图像符合.

故选：C.

6. 某科研小组研发一种水稻新品种，如果第1代得到1粒种子，以后各代每粒种子都可以得到下一代15粒种子，则种子数量首次超过1000万粒的是( )(参考数据：)

A. 第5代种子 B. 第6代种子 C. 第7代种子 D. 第8代种子

【答案】C

【解析】

【分析】设第代种子的数量为，根据题意列出不等式，对不等式化简代入数值即可得到结果.

【详解】设第代种子的数量为，由题意得，得．因为

，故种子数量首次超过1000万粒的是第7代种子．

故选：C.

7. 已知，则( )

A. *a*＞*b*＞1 B. *b*＞*a*＞1

C. *b*＞1＞*a* D. *a*＞1＞*b*

【答案】D

【解析】

【分析】根据得出，从而得出，得出可得答案.

【详解】因为，所以，可得，

，，

所以，，，所以，

所以.

故选：D.

8. 设，关于的方程，给出下列四个命题，其中假命题的个数是( )

①存在实数，使得方程恰有个不同的实根；

②存在实数，使得方程恰有个不同的实根；

③存在实数，使得方程恰有个不同的实根；

④存在实数，使得方程恰有个不同的实根.

A.  B.  C.  D. 

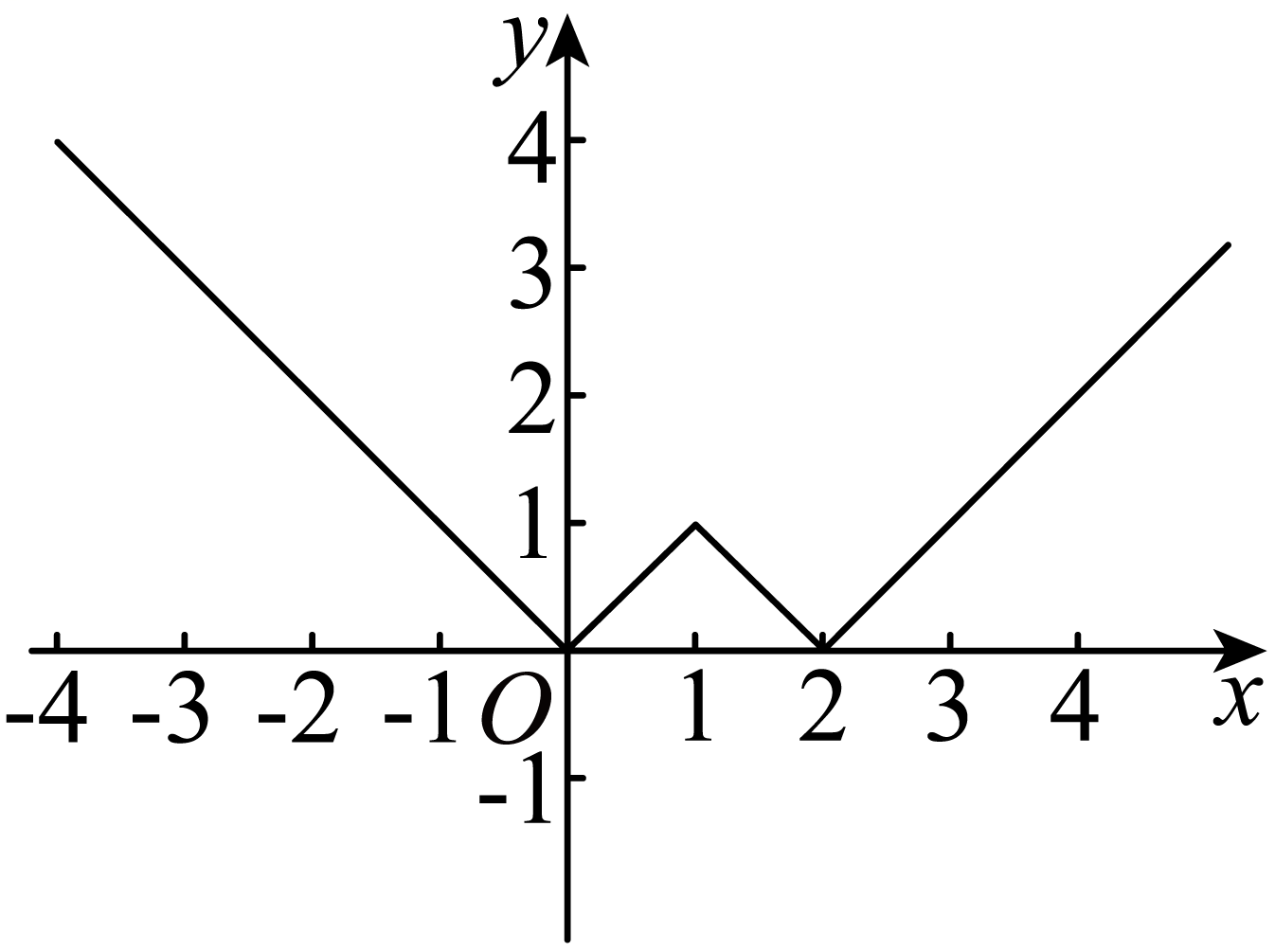
【答案】C

【解析】

【分析】作出函数图象，令，对根的判别式分类讨论即可得解.

【详解】解：

可作函数图象如下所示：



令，

(1)当时，解得或

①当时，解得由图可知，存在个不同的实数使得，

即方程有个不同的实数根；

②当时，解得由图可知，不存在实数使得，即方程无实数根；

(2)当时，解得或，

①当时，方程有两不相等的实数根，设为，，

则，

，均为负数，由函数图象知，故不存在实数使得，即方程无实数根；

②当时，方程有两不相等的实数根，设为，，

则，

，均为正数且，

设则，由图可知，存在个不同的实数使得，

存在个不同的实数使得，

即方程有个不同的实数根；

(3)当时，方程无解，则方程无实数根；

综上可得正确的有①④，错误的有②③

故选：

【点睛】本题考查了分段函数，以及函数与方程的思想，数形结合的思想，属于难题．

**二、多选题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得2分．**

9. 秋季开学前，某学校要求学生提供由当地社区医疗服务站或家长签字认可的返校前一周(7天)的体温测试记录，已知小明在一周内每天自测的体温(单位：)依次为，则该组数据的( )

A. 极差为 B. 平均数为

C. 中位数为 D. 第75百分位数为

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据极差、平均数、中位数和百分位数的定义判断即可.

【详解】体温从低到高依次为，

极差为，故正确；

平均数为，故B正确；

中位数为，故错误；

因为，所以体温的第75百分位数为从小到大排列的第6个数，是，故D正确.

故选：ABD.

10. 设，是两个非零向量，则下列描述错误的有( )

A. 若，则存在实数，使得.

B. 若，则.

C. 若，则，反向.

D. 若，则，一定同向

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据向量加法的意义判断选项A，C；根据平面向量加法的平行四边形法则可判断选项B；根据平面向量平行的性质可判断选项D.

【详解】对于选项A：当，由向量加法的意义知，方向相反且，

则存在实数，使得，故选项A错误；

对于选项B：当，则以，为邻边的平行四边形为矩形，且和是这个矩形的两条对角线长，

则，故选项B正确；

对于选项C：当，由向量加法的意义知，方向相同，故选项C错误；

对于选项D：当时，则，同向或反向，故选项D错误；

综上所述：选项ACD错误，

故选：ACD.

11. 下列命题正确的有( )

A. 命题“，”的否定“，”

B. 函数单调递增区间是

C. 函数是上的增函数，则实数*a*的取值范围为

D. 函数零点所在区间为且函数只有一个零点

【答案】BD

【解析】

【分析】对于A，由全称命题的否定为特称命题即可；

对于B，先求函数的定义域，再利用换元法结合复合函数单调性进行判断即可；

对于C，由分段函数为增函数，则每一段上都为增函数，再考虑端点处函数值，列出不等式求解即可；

对于D，先判断函数的单调性，再利用零点存在性定理判断即可.

【详解】对于A，命题“，”的否定“，”，故A选项错误；

对于B，由，得，令，则，

因为在上单调递增，在上单调递减，

又在定义域内单调递减，

所以在上单调递减，在上单调递增，故B选项正确；

对于C，因为函数是上的增函数，

所以 ，解得：，故C选项错误；

对于D，因为函数和函数在区间上单调递减，

所以函数在区间上单调递减，

又因为 ，

所以函数在区间上只有一个零点，故D选项正确.

故选：BD

12. 在某地区某高传染性病毒流行期间，为了建立指标显示疫情已受控制，以便向该地区居民显示可以过正常生活，有公共卫生专家建议的指标是“连续7天每天新增感染人数不超过5人”，根据连续7天的新增病例数计算，下列各项中，一定符合上述指标的是( )

A. 平均数

B. 标准差

C. 平均数且极差小于或等于

D. 众数等于且极差小于或等于

【答案】CD

【解析】

【分析】

根据题目条件，只需满足连续7天每日新增比例数不超过5即可，仅通过平均数和标准差不能确保每天的新增病例数不超过5，可判断A，B错误；再根据平均数及极差综合判断C，D中数据的可能取值，分析是否符合条件.

【详解】对于A选项，若平均数，不能保证每天新增病例数不超过人，不符合题意；

对于B选项，标准差反映的是数据的波动大小，例如当每天感染的人数均为，标准差是，显然不符合题意；

对于C选项，若极差等于或，在的条件下，显然符合指标；若极差等于，假设最大值为6，最小值为4，则，矛盾，故每天新增感染人数不超过5，符合条件，C正确；

对于D选项，若众数等于1且极差小于或等于4，则最大值不超过5，符合指标.

故选：CD.

【点睛】本题考查统计的数据特征，解答本题时，一定要注意平均数、标准差等对数据的影响，其中C、D选项的判断是难点，可采用假设法判断.

**第Ⅱ卷 非选择题(共90分)**

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13. 当时，幂函数为减函数，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】2

【解析】

【分析】利用幂函数定义即可得到结果.

【详解】函数为幂函数，则，解得或，

又因为函数在上单调递减，

可得，可得，

故答案为：2

14. 已知函数，若，则\_\_\_\_\_\_．

【答案】2023

【解析】

【分析】根据解析式可得，然后把代入即可得答案.

【详解】，

，

，即.

故答案为：2023.

15. 已知中，，*M*为线段*BN*上的一个动点，若(*x*、*y*均大于0)，则的最小值\_\_\_\_\_\_．

【答案】36

【解析】

【分析】首先转化向量表示，再结合平面向量基本定理的推论得，再利用基本不等式求最值.

【详解】由条件可知，所以，点三点共线，

所以，且，

，

当时，等号成立.

故答案为：36

16. 已知函数(*e*为自然常数，)，，若，总，使得成立，则实数*a*的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】设函数、的值域分别为集合*A*、*B*，易得，再根据对任意的，总存在实数，使得成立，由，结合二次函数的值域求解.

【详解】设函数、的值域分别为集合*A*、*B*，

当时，，所以，

因为对任意的，总存在实数，使得成立，

所以应有，

故当显然不合要求．

当时，在上符合要求．

当时，在上递增，

所以，故，解得，

综上，

故答案为：

**四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17. 计算下列各式的值.

(1)；

(2).

【答案】(1)125 (2)0

【解析】

【分析】(1)按照指数运算进行计算即可；

(2)按照对数运算进行计算即可；

【小问1详解】

；

【小问2详解】

.

18. 设，：实数满足.

(1)若，且都为真命题，求*x*的取值范围；

(2)若是的充分不必要条件，求实数的取值范围.

【答案】(1)；

(2).

【解析】

【分析】(1)求得命题对应的不等式解集，与命题对应的不等式取交集即可；

(2)求得命题对应的不等式解集，根据集合之间的关系，列出不等式，即可求得结果.

【小问1详解】

当时，可得，

可化为， 解得，

又由命题为真命题，则 .

所以，都为真命题时，则的取值范围是

【小问2详解】

由，解得，

因为，且是的充分不必要条件，

即集合 是的真子集，

则满足  ，解得，所以实数的取值范围是.

19. 平面内给定三个向量.

求满足的实数；

设，满足.且，求向量.

【答案】 或.

【解析】

【分析】

(1)根据即可得出，从而得出，解出，即可；

(2)根据，，得到方程组，解得.

【详解】解: 且









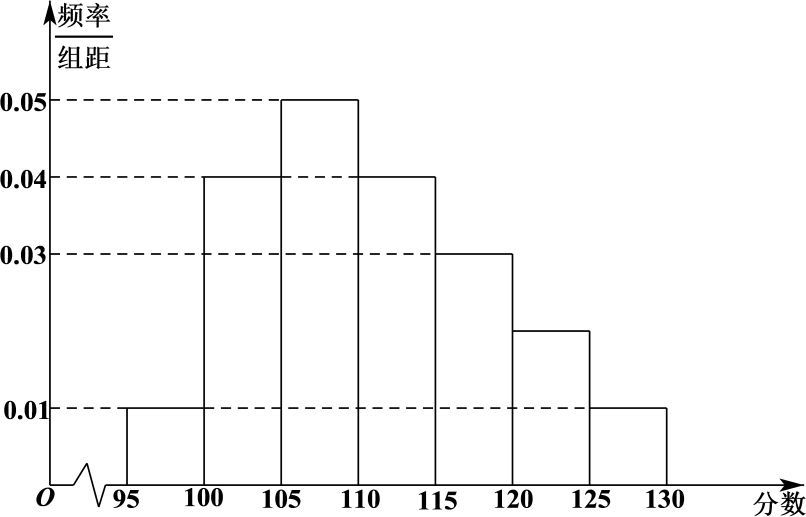
又，，

，解得或，

所以或.

【点睛】本题考查了向量坐标的加法和数乘运算，平行向量的坐标关系，根据向量的坐标求向量长度的方法，考查了计算能力，属于基础题．

20. 某校高二(5)班在一次数学测验中，全班名学生的数学成绩的频率分布直方图如下，已知分数在分的学生数有14人.



(1)求总人数和分数在的人数；

(2)利用频率分布直方图，估算该班学生数学成绩的众数和中位数各是多少？

(3)现在从分数在分的学生(男女生比例为1：2)中任选2人，求其中至多含有1名男生的概率.

【答案】(1)4； (2)众数和中位数分别是107．5，110；

(3)﹒

【解析】

【分析】(1)先求出分数在内的学生的频率，由此能求出该班总人数，再求出分数在内的学生的频率，由此能求出分数在内的人数．

(2)利用频率分布直方图，能估算该班学生数学成绩的众数和中位数．

(3)由题意分数在内有学生6名，其中男生有2名．设女生为，，，，男生为，，从6名学生中选出2名，利用列举法能求出其中至多含有1名男生的概率．

【小问1详解】

分数在内的学生的频率为，

∴该班总人数为．

分数在内的学生的频率为：，

分数在内的人数为．

【小问2详解】

由频率直方图可知众数是最高的小矩形底边中点的横坐标，即为．

设中位数为，，．

众数和中位数分别是107.5，110．

【小问3详解】

由题意分数在内有学生名，其中男生有2名．

设女生为，，，，男生为，，从6名学生中选出2名的基本事件为：

，，，，，，，，，，，，，，

，，，，，，，，，，，，，，

，，，，，，，，共15种，

其中至多有1名男生的基本事件共14种，

其中至多含有1名男生的概率为．

21. 某中学为了丰富学生的业余生活，开展了一系列文体活动，其中一项是同学们最感兴趣的对篮球对抗赛，现有甲乙两队进行比赛，甲队每场获胜的概率为.且各场比赛互不影响.

若采用三局两胜制进行比赛，求甲队获胜的概率；

若采用五局三胜制进行比赛，求乙队在第四场比赛后即获得胜利的概率.

【答案】 

【解析】

【分析】

(1)三局两胜制甲胜，则包括三个基本事件，甲胜前两场比赛，第一(二)场比赛甲输了，其他两场比赛赢了，根据相互独立事件的概率计算公式计算可得.

(2)五局三胜制，乙队在第四场比赛后即获得胜利，即第四场比赛乙赢，前三场比赛乙赢了二场比赛，根据相互独立事件的概率公式计算可得.

【详解】解:设表示甲队在第场比赛获胜

所求概率为:

所求概率为:.

【点睛】本题考查相互独立事件的概率计算问题，属于基础题.

22. 若函数对于定义域内的某个区间内的任意一个，满足，则称函数为上的“局部奇函数”；满足，则称函数为上的“局部偶函数”.已知函数其中为常数.

(1)若为上的“局部奇函数”，当时，求不等式的解集；

(2)已知函数在区间上是“局部奇函数”，在区间上是“局部偶函数”，

(i)求函数的值域；

(ii)对于上的任意实数不等式恒成立，求实数的取值范围.

【答案】(1)；(2)(i)；(ii).

【解析】

【分析】

(1)根据局部奇函数性质得，进而，即，由于，，故的解集为；

(2)(i)由题得，故分别求各段的函数值域，求并集即可得函数的值域；(ii)根据题意分当时，当时，当时三种情况讨论求解.

详解】解：(1)对上成立，即，

所以，故等价于，

令，即，解得或，

又，，，又

的解集为.

(2)(i)

①当时，令，，由反比例函数与一次函数的单调性得函数在上单调递增，所以；

②当，令，为对勾函数，，所以.

的值域为

(ii)①当时，， ，

②当时，， 成立，

③当时，， ，

综上，的取值范围是

【点睛】本题考查函数的奇偶性，不等式恒成立问题，考查分类讨论思想，化归转化思想，数学运算求解能力，是中档题.其中本题第二问的第一个问题的解题的关键在于借助对勾函数的单调性求解值域，第二个问题在于分类讨论求解，即分当时，当时，当时三种情况讨论求解.