**重庆南开中学高2025级高一(上)期末考试**

**数学试题**

**本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，满分150分，考试时间120分钟.**

**第Ⅰ卷(选择题 共60分)**

**一、单项选择题：本题共8小题.每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求.请将答案填写在答题卡相应的位置上.**

1. 若锐角，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据倍角公式即可求解.

【详解】，

为锐角，所以为锐角，

所以原式化简为.

故选：B.

2. 命题“，”的否定是( )

A. ， B. ，

C. ， D. ，

【答案】C

【解析】

【分析】全称量词命题的否定是存在量词命题，把任意改为存在，把结论否定.

【详解】“，”的否定是“，”.

故选：C

3. 已知*α*是第二象限角，则点*P*(sin*α*，tan*α*)在( )

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】D

【解析】

【分析】

由*α*是第二象限角，可得sin*α*＞0，tan*α*＜0，从而可得答案

【详解】解：∵*α*是第二象限角，

∴sin*α*＞0，cos*α*＜0，

∴tan*α*＜0．

∴点*P*(sin*α*，tan*α*)在第四象限．

故选：D．

4. 若函数的定义域为，则实数的取值范围为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】由题意可知在上恒成立，然后分和两种情况讨论求解即可.

【详解】因为函数的定义域为，

所以在上恒成立，

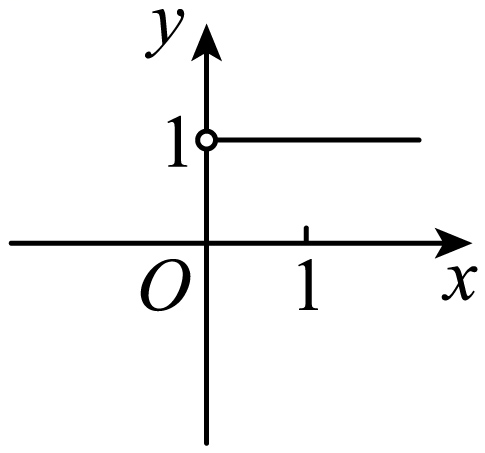
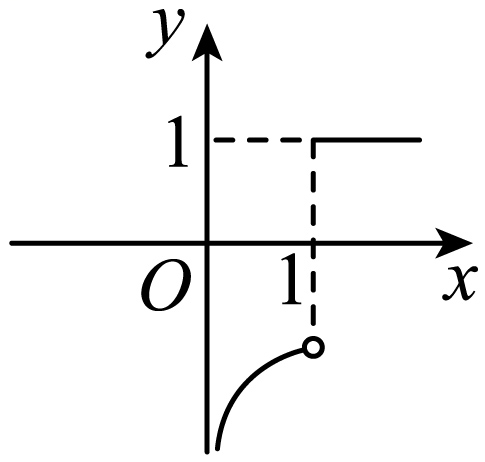
当时，，得，不合题意，

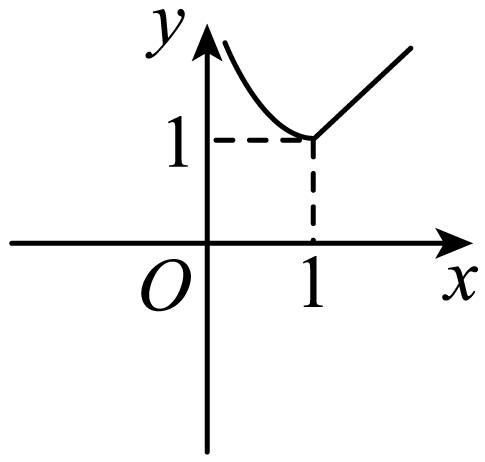
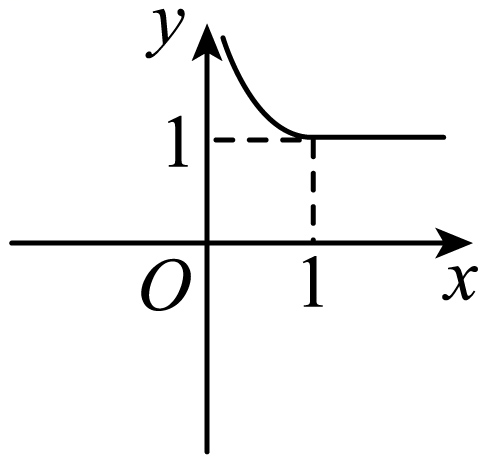
当时，则，解得，

综上实数的取值范围为，

故选：C

5. 函数的图像大致是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】分、两种情况对函数的解析式进行化简，然后可得答案.

【详解】当时，，

当，，

所以函数的图像大致是选项D，

故选：D

6. 设，，，则( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】先根据函数单调性得到，，对利用换底公式变形后作差，结合基本不等式，得到，从而得到答案.

【详解】因为单调递减，所以，

又与均单调递增，故，，

其中，，

，其中，故，

其中，

故，

所以，即，

故

故选：D

7. 已知函数的定义域为，且函数为偶函数，函数为奇函数，则( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】由条件可得的图像关于对称，，然后可选出答案.

【详解】因为函数为偶函数，所以的图像关于对称，

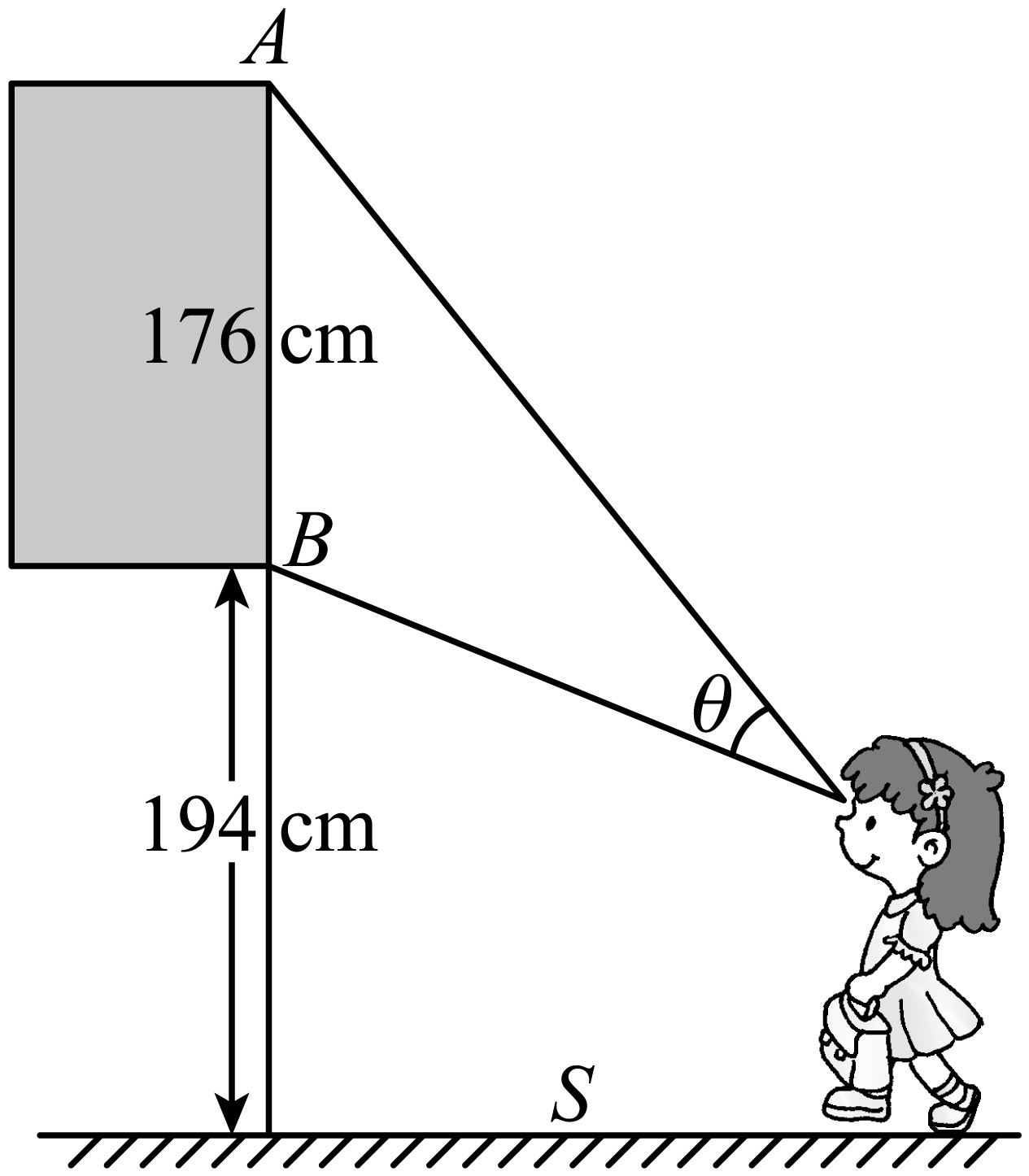
因为函数的定义域为，函数为奇函数，

所以函数的图像关于点对称，且，

所以，

故选：B

8. 2023年是农历癸卯兔年，在中国传统文化中，兔被视为一种祥瑞之物，是活力和幸福的象征，寓意福寿安康.故宫博物院就收藏着这样一副蕴含“吉祥团圆”美好愿景的名画——《梧桐双兔图》，该绢本设色画纵约176cm，横约95cm，其挂在墙壁上的最低点离地面194cm.小南身高160cm(头顶距眼睛的距离为10cm)，为使观赏视角最大，小南离墙距离应为( )



A.  B. 76cm C. 94cm D. 

【答案】D

【解析】

【分析】由题意只需最大，设小南眼睛所在的位置点为点，过点做直线的垂线，垂足为，求出，，设，则，求出，，代入，利用基本不等式求解即可.

【详解】由题意可得为锐角，故要使最大，只需最大，

设小南眼睛所在的位置点为点，过点做直线的垂线，垂足为，如图，

则依题意可得(cm)，(cm)，，

设，则，且，

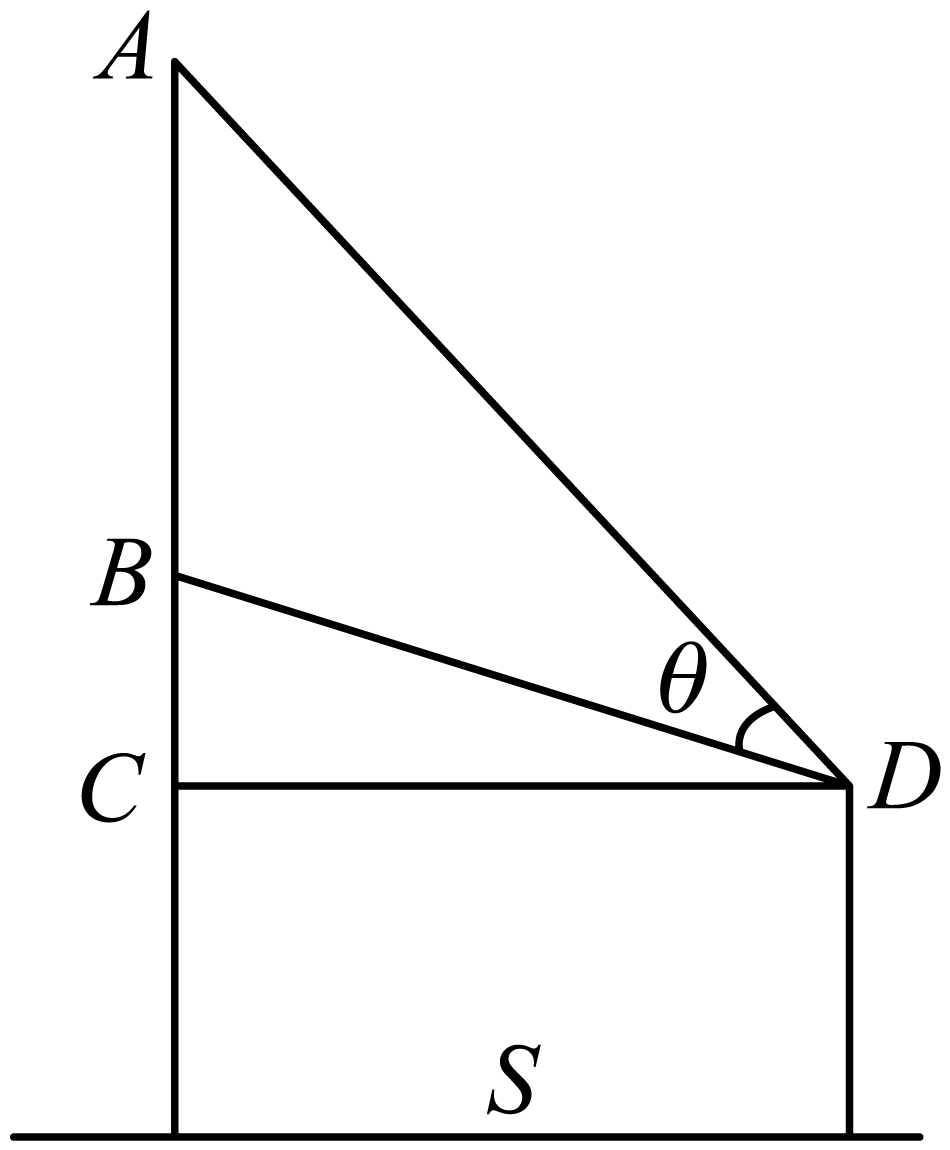
，

故

，当且仅当即时等号成立，

故使观赏视角最大，小南离墙距离应为cm.

故选：D.



**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对得5分，部分选对得2分，有选错得0分.请将答案填写在答题卡相应的位置上.**

9. 下列各式中值为1的是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】ABC

【解析】

【分析】利用诱导公式、二倍角公式、两角和的正弦公式即特殊角的三角函数计算可得.

【详解】解：对于A：，故A正确；

对于B：



，故B正确；

对于C：，故C正确；

对于D：，故D错误；

故选：ABC

10. 若，，且，则下列不等式中正确的是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】AB

【解析】

【分析】根据已知条件构造函数，注意的范围，利用函数单调性的性质及不等式的性质，结合特殊值法即可求解.

【详解】令，则

由一次函数知，在上单调递增，

由对数函数知，在上单调递增，

所以在上单调递增，

由，得，即，

所以，故A正确；

由A知，，又，，，所以，

因为在上单调递减，

所以，故B正确，

由B知，，令，，，此时，故C错误；

由B知，，令，，，此时，故D错误；

故选：AB.

11. 若存在实数使得函数有四个零点，且，则下列说法正确的是( )

A.  B. 

C.  D. 的最小值为

【答案】BC

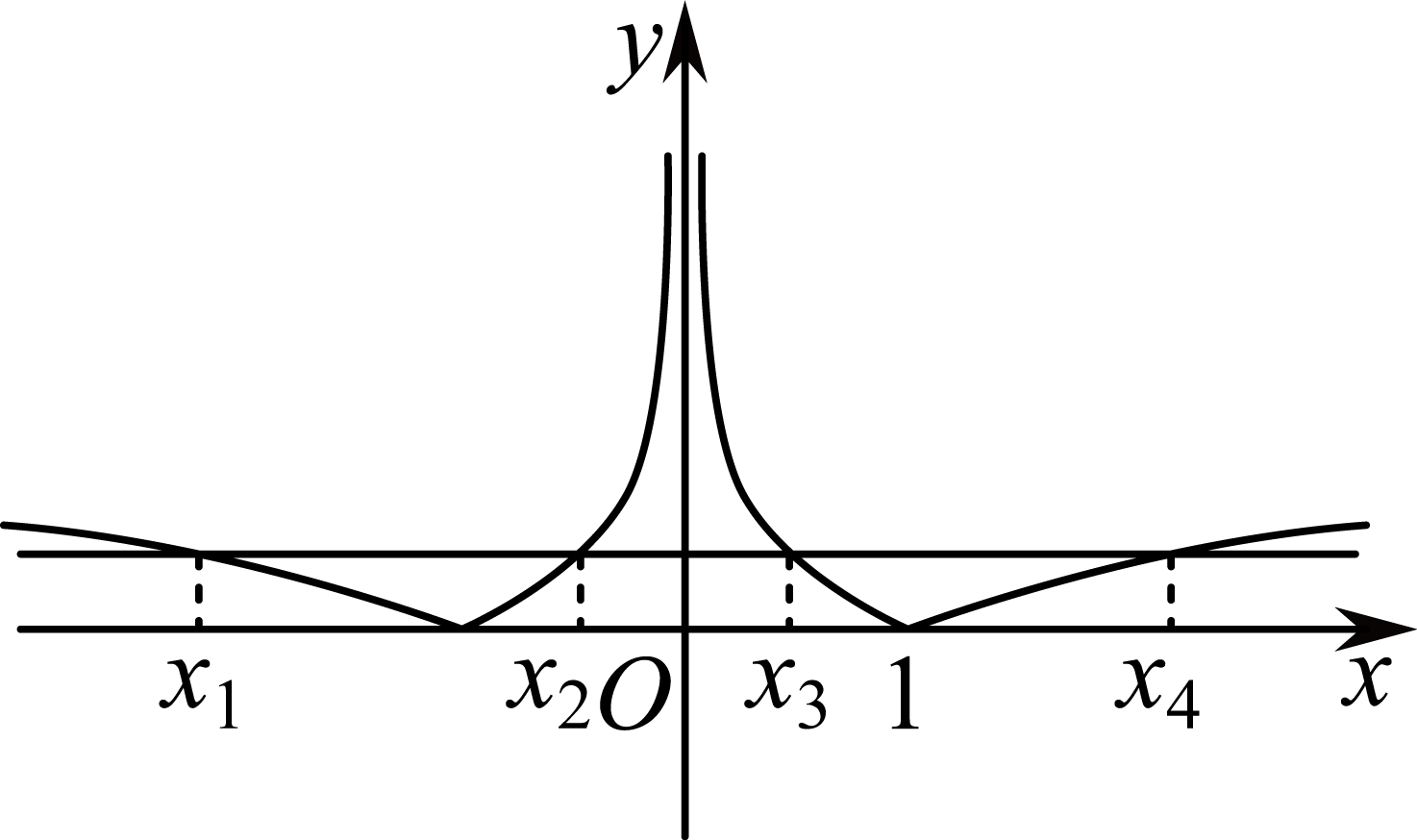
【解析】

【分析】画出函数图像，方程问题转化为函数图像交点的问题即可求解.

【详解】有四个零点，

所以有四个根，

所以和函数图像有四个交点，且交点横坐标为，

所以

因为为正数，

而，所以选项A错误；

根据题意可得，，

，

根据对称性有

所以，

故选项B正确；，

，

故选项C正确；

，当且仅当时成立，所以等号取不到，故选项D错误，

故选：BC.

12. 已知函数，其中，，，是常数，若对任意恒有，则下列判断一定成立的有( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】AC

【解析】

【分析】取特殊值判断A，B，D，结合数量积的性质证明，判断C.

【详解】因为，且对任意恒有，

所以，A正确；

当时，对任意恒有，但，，B错误，D错误；

令，

则，

，

，

所以，

所以，所以，故，C正确；

故选：AC.

【点睛】对于不等式恒成立问题，常利用一般与特殊的关系，通过取特殊值解决问题.

**第Ⅱ卷(非选择题共90分)**

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.请将答案填写在答题卡相应位置上.**

13. 设集合，，则\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】解不等式求出集合,根据定义域的定义求出集合，即可求交集.

【详解】由得解得，

所以，

由得，所以，

所以，

故答案为: .

14. 若圆心角为2rad的扇形的周长为6cm，则该扇形的面积为\_\_\_\_\_\_.

【答案】##2.25

【解析】

【分析】利用扇形的面积和弧长公式求解即可.

【详解】设扇形的半径为，弧长为，

由题意及弧长公式可得解得，

所以该扇形面积，

故答案为：

15. 若，且，，则\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】由题意求出的范围，，的值，而，由两角差的余弦公式代入即可得出答案.

【详解】因为，所以，

，所以，所以，

所以，，

所以，

因为，，则，

，，所以

所以

，

所以.

故答案为：.

16. 对于给定的区间，如果存在一个正的常数，使得都有，且对恒成立，那么称函数为上的“增函数”.已知函数，若函数是上的“3增函数”，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】先分析出为偶函数，为奇函数，所以为偶函数，且在R上单调递增，分，与三种情况，结合函数的单调性和对称性，得到实数的取值范围.

【详解】设，则定义域为R，

且，故为偶函数，

定义域为R，且，

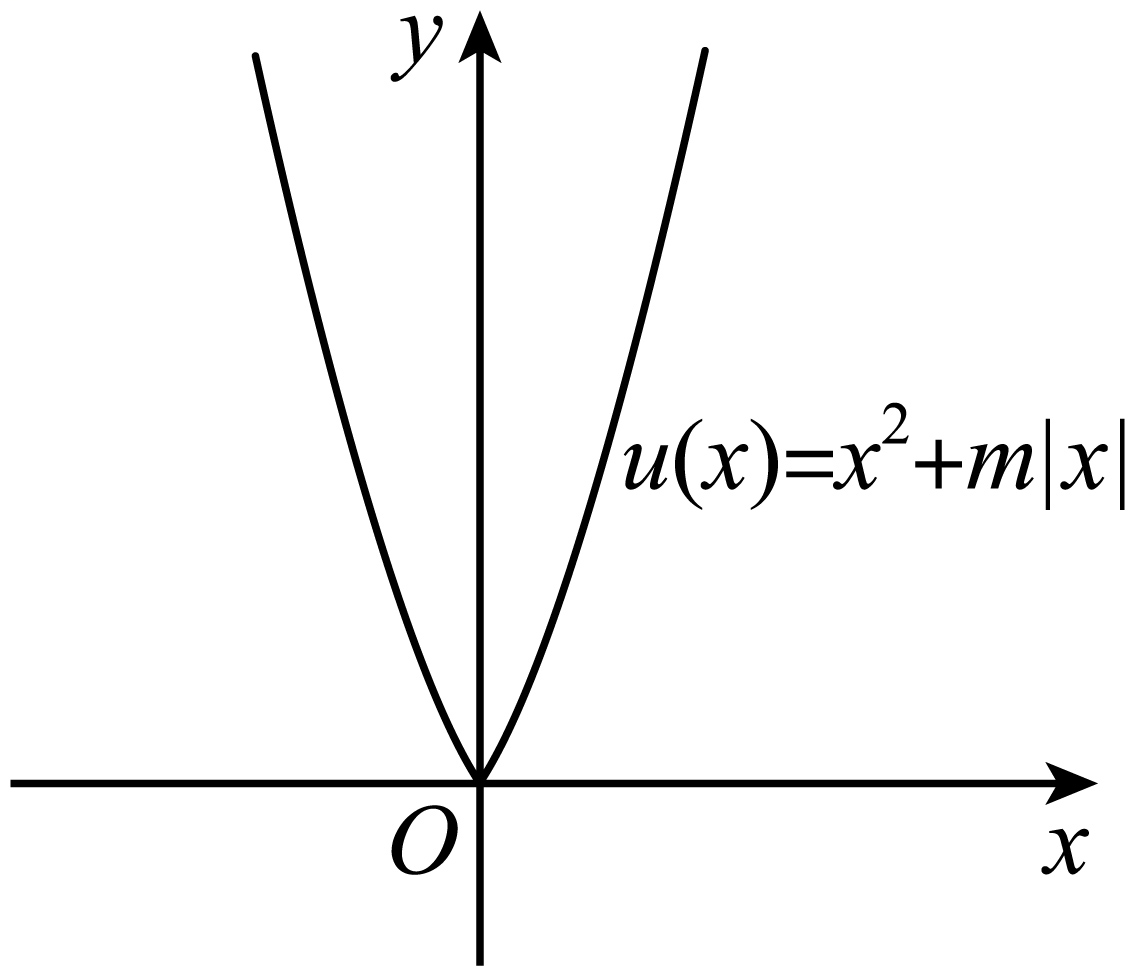
故为奇函数，

所以为偶函数，

且在上单调递增，

故在R上单调递增，

若，则画出的图象如下：

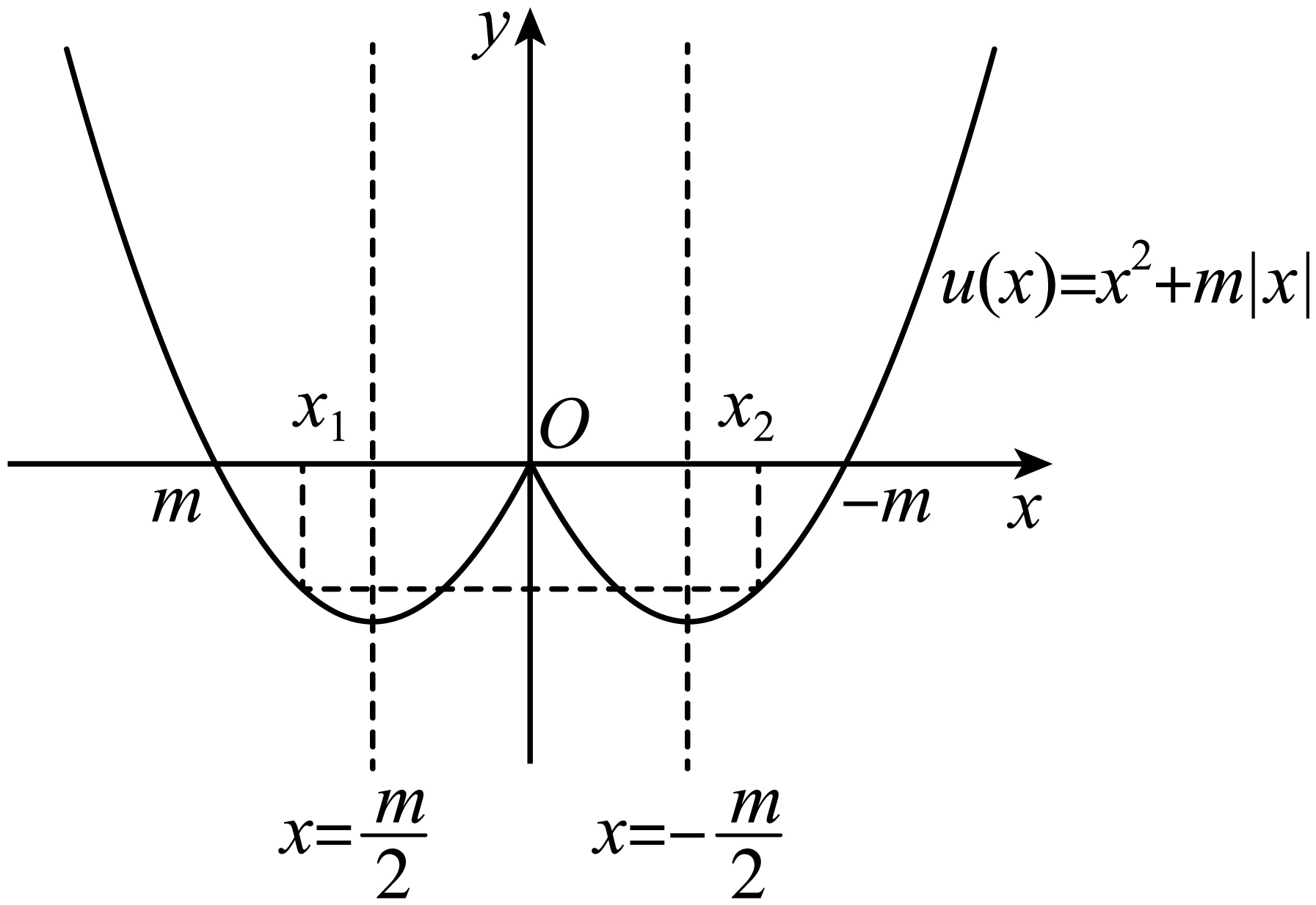


即在上单调递减，在上单调递增，

由复合函数单调性满足“同增异减”，可知：在单调递减，在上单调递增，

因为为偶函数，所以有，满足3增函数，

若，画出的图象如下：



则在上单调递减，在上单调递增，在上单调递减，在上单调递增，

由复合函数单调性满足“同增异减”，可知：在单调递减，在上单调递增，在上单调递减，在上单调递增，

因为为偶函数，

所以只需任取，使得，

由对称性可知，存在，使得，且，

故满足，故满足3增函数，

若时，画出的图象如下：

则在上单调递增，在上单调递减，在上单调递增，

由复合函数单调性满足“同增异减”，可知：在上单调递增，在上单调递减，在上单调递增，

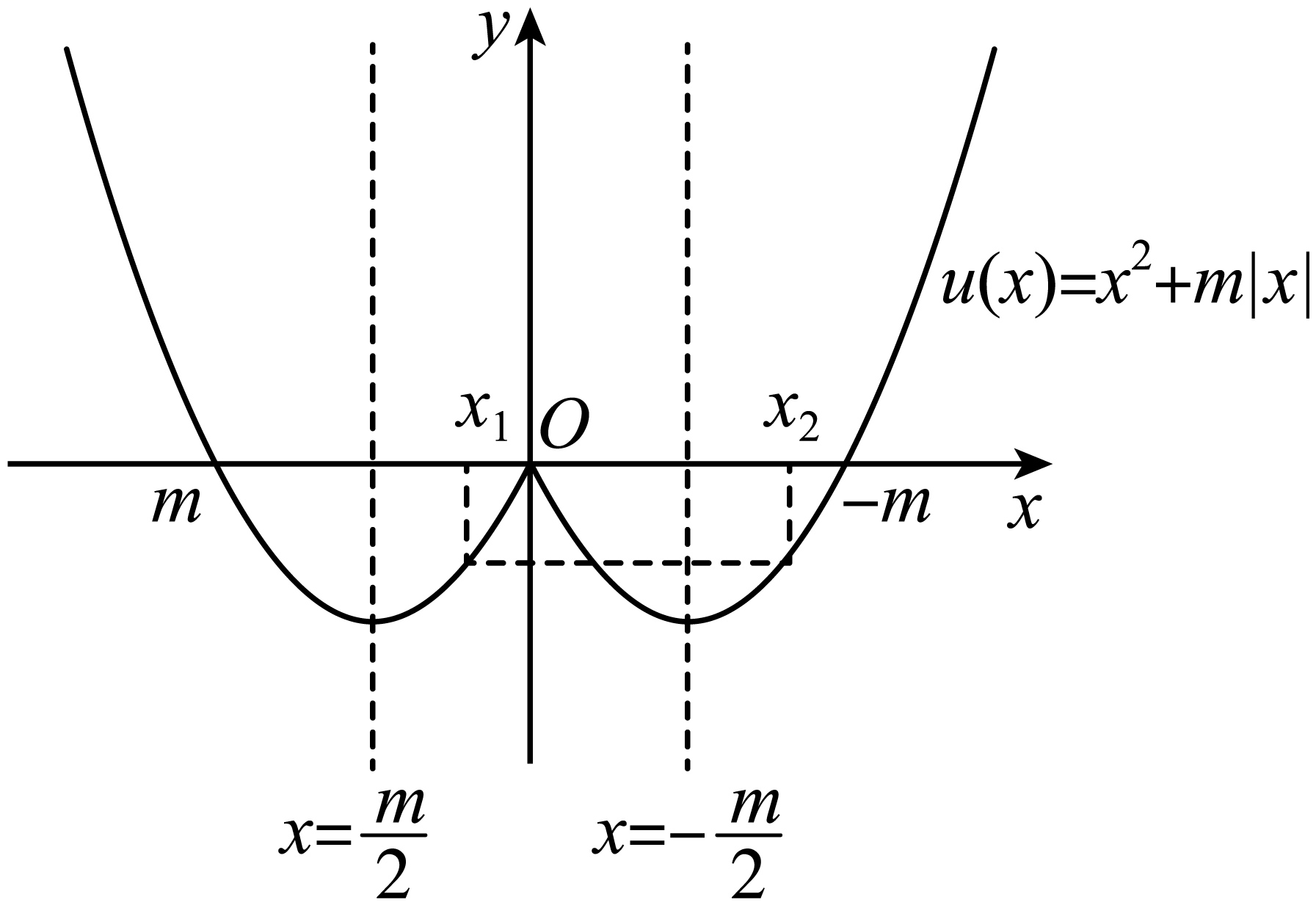
因为为偶函数，

故只需满足任取，使得，

由对称性可知：存在，使得，

所以要满足，结合，解得：，

综上：实数的取值范围是.



故答案为：.

【点睛】复合函数的单调性，先考虑函数的定义域，再拆分为内层函数和外层函数，利用同增异减来判断复合函数的单调性；

复合函数的奇偶性，先考虑函数定义域是否关于原点对称，再拆分为内层函数和外层函数，利用“内偶则偶，内奇同外”进行判断，即若内层函数为偶函数，则复合函数为偶函数，若内层函数为奇函数，则复合函数的奇偶性取决于外层函数的奇偶性，若外层函数为奇函数，则复合函数为奇函数，若外层函数为偶函数，则复合函数为偶函数.

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.请将答案填写在答题卡相应的位置上.**

17. 在单位圆中，角的终边与单位圆的交点为，其中.

(1)求的值；

(2)求的值.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)由*A*在单位圆上，可求得，后可求得；

(2)，后由可得答案.

【小问1详解】

由*A*在单位圆上，则，又，

则，则，，则；

【小问2详解】

，又，

则.

18. 已知函数(且)的图像与函数的图像关于直线对称.

(1)若在区间上的值域为，求的值；

(2)在(1)的条件下，解关于的不等式.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据反函数关系先得出表达式，进而得出表达式，利用的单调性，分类讨论得出结果；

(2)由(1)的单调性，结合定义域的范围，解不等式组即可.

【小问1详解】

由题知，是的反函数，，故.

当时，根据指数函数，对数函数的单调性，均在单调递减，于是在上单调递减，故，此时不成立；

当时，根据指数函数，对数函数的单调性，均在单调递增，在上单调递增，故，此时成立. 综上可知：

【小问2详解】

由(1)知，，为定义在的增函数，

根据，定义域满足：，解得.

由单调性和可得，，整理得，结合可知，

19. 已知函数.

(1)将函数化为的形式，其中，，，并求的值域；

(2)若，，求的值.

【答案】(1)，

(2)

【解析】

【分析】(1)利用诱导公式、二倍角公式、两角和与差的三角函数公式化简可得，根据三角函数的值域可得答案；

(2)由求出，由的范围求出，由展开代入可得答案.

【小问1详解】



，

∵，∴；

【小问2详解】

由，可知，

∵，∴，∴，

∴.

20. 已知函数(其中，为常数且，)过点、.

(1)求，的值；

(2)若关于的不等式对恒成立，求实数的取值范围.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据待定系数法即可求解；(2)根据分离参数和均值不等式即可求解.

【小问1详解】

由条件知：，解得：.

【小问2详解】

，

令，

则，

即：对都成立

所以对成立，

对成立，

所以，.

又，

当且仅当时取等，

∴.

21. 已知定义在上的函数满足：①；②，，均有.

(1)求函数的解析式；

(2)记.若，，且关于的方程在内有三个不同的实数解，求实数的取值范围.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据所给表达式，利用赋值法进行求解；

(2)由(1)求出，然后根据的定义结合图像求出的解析式，令，将方程转化为有三个不同的实数解，结合给定条件分析即可求出实数的取值范围.

【小问1详解】



因为，，且，

令可知：，

令可知：，

所以函数，

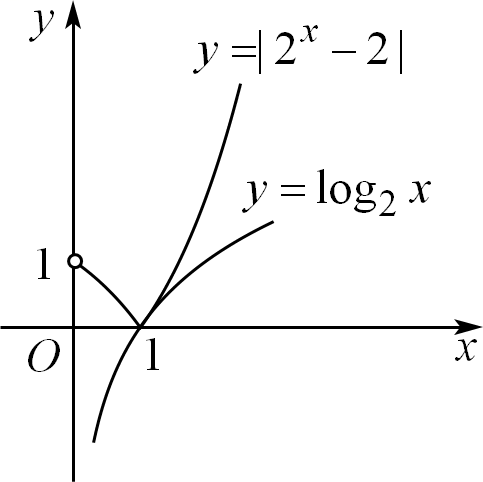
【小问2详解】

由(1)，

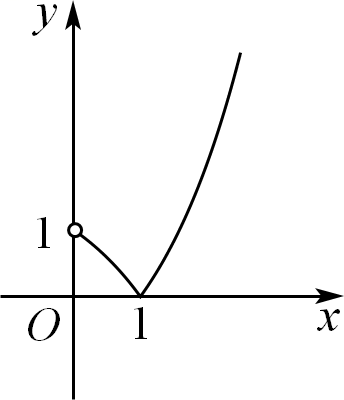
所以，

而，

由时，如图所示：



由图可知，如图所示：



由图可知在上单调递减，上单调递增，

，当时，，当时，.

令，

则，

令，

要使原方程上有3个实数解，

则，即，，，

①当，时，，

②当，时，，，此时不符合题意，舍去，

综上：，即.

22. 已知函数，其中.

(1)当时，若，求的值；

(2)记的最大值为，求的表达式并求出的最小值.

【答案】(1)

(2)，

【解析】

【分析】(1)令，可得，即可得答案；

(2)分、、、四种情况讨论，每种情况下得到函数的单调性，即可得答案.

【小问1详解】

令，则，，

∴，

当时，，

∴，

∴.

小问2详解】

，

①当，即时，在上单调递增，

∴.

②当，即时，

1°.时，在上单调递增，在上单调递减，在上单调递增，

∴，

记，

在上单调递增，，∴，

∴.

2°.时，.

3°.时，，

而，

∴.

综上，对，，

∴，当时取得最小值.