**高2025届高一(上)期中考试**

**数学试卷**

**注意事项：**

**1.答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号、班级、学校在答题卡上填写清楚.**

**2.每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.在试卷上作答无效.**

**3.考试结束后，请将答题卡交回，试卷自行保存.满分150分，考试用时120分钟.**

**一、单选题：本题共8个小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 用列举法表示集合，下列表示正确的是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】解分式不等式，并结合列举法即可得答案.

【详解】解：

故选：A

2. 函数的定义域是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据根式和零指数幂的特性即可求得定义域.

【详解】由已知解得

故选：B

3. 函数，则( )

A. 2 B. 3 C. 5 D. 7

【答案】C

【解析】

【分析】根据分段函数解析式，代入计算函数值.

【详解】由函数解析式，.

故选：C

4. 已知，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】利用凑配法求得的解析式.

【详解】由于，

所以.

故选：B

5. 函数的最小值为( )

A.  B.  C. 1 D. 2

【答案】A

【解析】

【分析】利用换元法，令，然后将原函数转化为自变量为的函数，再结合二次函数的性质可求出其最小值.

【详解】令，则，

所以

所以当时，取得最小值，

所以函数的最小值为，

故选：A.

6. 若函数在上单调递增，则实数的范围为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】通过换元转化为熟悉的二次函数，则所给区间即为已知函数单调区间的子集，即可求得的取值范围.

【详解】令，则，则，对称轴为，则函数的单调递减区间为，因为为减函数，且在上单调递增，所以，则解得.

所以实数的范围为.

故选：A

7. 若函数的定义域为，则实数的取值范围是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】把的定义域为*R*，转化为不等式恒成立，分和两种情况讨论，结合二次函数图象的特征得到不等关系求得结果.

【详解】由题意可知：当时，不等式恒成立.

当时，显然成立，故符合题意；

当时，要想当时，不等式恒成立，

只需满足且成立即可，解得：，

综上所述：实数*a*的取值范围是.

故选：D

【点睛】“恒(能)成立”问题的解决方法：

(1)函数性质法

对于一次函数，只须两端满足条件即可；对于二次函数，就要考虑参数和的取值范围.

(2)分离变量法

思路：将参数移到不等式的一侧，将自变量x都移到不等式的另一侧.

(3)变换主元法

特点：题目中已经告诉了我们参数的取值范围，最后要我们求自变量的取值范围.

思路：把自变量看作“参数”，把参数看作“自变量”，然后再利用函数的性质法，求解.

(4)数形结合法

特点：看到有根号的函数，就要想到两边平方，这样就与圆联系起来；这样求函数恒成立问题就可以转化为求“谁的函数图像一直在上面”，这样会更加直观，方便求解.

8. 已知为定义在上的偶函数，对于且，有，，，，则不等式的解集为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】构造函数，结合函数单调性及奇偶性即可解不等式

【详解】设，因，所以，

即，令，则有时，，

所以在上为增函数，

由题知为定义在上的偶函数，

易知为奇函数且在上为增函数，

因为，，所以，

所以

当时，，不等式不成立，

当时，等价于，即，则，

当时，等价于，即，则

综上所述：等式的解集为，

故选：C.

**二、多选题：本题共4个小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对得的2分，有选错的得0分.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 下列条件中能使成立的有( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】BC

【解析】

【分析】利用作差法可判断ABD；利用不等式的性质可判断C.

【详解】对于A，，若，则，若，则，故A错误；

对于B，若，则，可得，故B正确；

对于C，若，则由不等式的性质可得，故C正确；

对于D，若，则，若，则，若，则，故D错误.

故选：BC.

10. 已知，都是定义在上且不恒为0的函数，则( )

A. 为偶函数

B. 为奇函数

C. 若为奇函数，为偶函数，则为奇函数

D. 若为奇函数，为偶函数，则为非奇非偶函数

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据奇偶函数的定义直接判断求解即可.

【详解】设，

因为，是定义在上，所以的定义域为，

，所以为偶函数，故A正确；

设，

因为是定义在上，所以的定义域为，

，

所以为奇函数，故B正确；

设，

因为，都是定义在上，所以定义域为，

因为为奇函数，为偶函数，

所以，

所以为偶函数，故C错误；

设，

因为，都是定义在上，所以定义域为，



，

因为是不恒为0的函数，

所以不恒成立，

所以不是奇函数，



，

因为是不恒为0的函数，

所以不恒成立，

所以不是偶函数，

所以是非奇非偶函数，故D正确.

故选:ABD.

11. 函数，且，则( )

A. 的值域为 B. 不等式的解集为

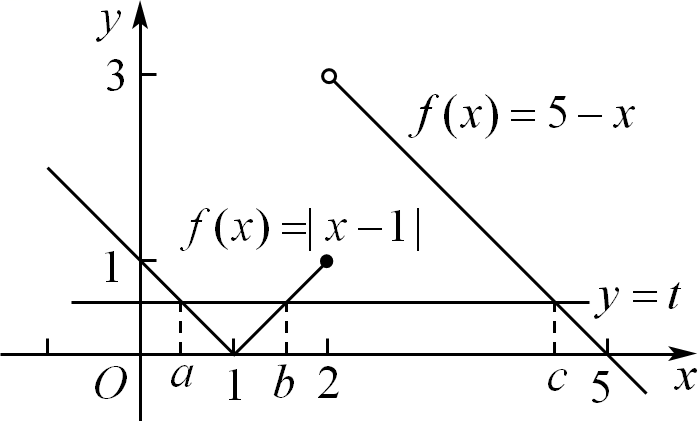
C.  D. 

【答案】CD

【解析】

【分析】作出函数的图像，即可看出函数的值域；求出时的解，即可根据图像写出不等式的解集；令，根据函数的零点即可求出零点的关系和取值范围，从而判断各选项的正误.

【详解】解：作出函数的图像如下图所示：



可知函数的值域为，A选项错误；

当时，有或，解得，，，

所以，不等式的解集为，B选项错误；

令，由图可知*a*，*b*关于对称，

所以，即，C选项正确；

因为有三个零点，所以，而，

所以，D选项正确；

故选：CD.

12. 关于的不等式对恒成立，则( )

A.  B. 

C. 若存在使得成立，则 D. 若存在使得且，则当取最小值时，

【答案】CD

【解析】

【分析】利用二次不等式在上恒成立得出AB选项；

若存在使得成立，存在性成立得出

，从而结合AB选项的结论可以得出C选项；选项D，根据

所得结论，变形换元，利用基本不等式，找出最小值时的条件；

利用此条件即可得出结论

【详解】因为，

所以若关于的不等式对恒成立，

则，

所以，故AB错误；

若存在使得成立，

则，

又，所以，故C正确；

选项D，由C知，因为，

所以，令

所以



，

当且仅当时取等号，

此时即，

所以，

又，

所以，

又，

所以当取最小值时，，

故D选项正确；

故选：CD.

**三、填空题：本题共4个小题，每小题5分，共20分.**

13. 已知幂函数的图像过点，则\_\_\_\_\_\_；

【答案】3

【解析】

【分析】首先根据幂函数定义求出的值，在代入点即可求出的值，进而求出.

【详解】已知为幂函数，所以得；

又因为图像过点，将其代入解析式得，解得，

即得.

故答案为：

14. 函数的单调减区间为\_\_\_\_\_\_；

【答案】

【解析】

【分析】先求解原函数的定义域，然后根据复合函数单调性分析求解即可.

【详解】解：令，则可以看作是由与复合而成函数.

令，得或.

易知在上是减函数，在上是增函数，而在上是增函数，

所以的单调递减区间为.

故答案为：.

15. 若函数是定义在上的奇函数，满足，当时，，则\_\_\_\_\_\_；

【答案】##.

【解析】

【分析】根据题意可以证明函数是周期为的周期函数，进而把转化为，结合已知条件计算可得答案.

【详解】因为是定义在上的奇函数，所以，

又，令，则即,

所以也即是，

所以是周期函数，周期，

因为当时，，

所以.

故答案为：.

16. 若，，则当\_\_\_\_\_\_时，取得最大值，该最大值为\_\_\_\_\_\_.

【答案】 ①. ## ②. ##

【解析】

【分析】令，则，代入整理得到，利用求出最值及此时的值.

【详解】令，则，

则，

即，

由，解得：，

故，

故，解得：，，

所以当且仅当，时，等号成立，

故答案为：，

**四、解答题：本题共6个小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. (1)对于两个正数，，我们把称为它们的调和平均数，称为它们的几何平均数. 求证：两个正数的调和平均数不大于它们的几何平均数；

(2)已知，，且，求的最小值及取最小值时，的值.

【答案】(1)见解析；(2)；

【解析】

【分析】(1)利用完全平方公式得到，再将其变形转化即可证得；

(2)利用基本不等“1”的妙用即可得解.

【详解】(1)因为，，所以，

所以，即，故，

所以，则，即，故，

上述不等式当且仅当，即时，等号成立，

所以.

(2)因为，，，

所以，

当且仅当且，即时，等号成立，

所以的最小值为，此时.

18. 集合.

(1)当时，求；

(2)问题：已知\_\_\_\_\_\_，求的取值范围.

从下面给出的三个条件中任选一个，补充到上面的问题中，并进行解答.(若选择多个方案分别解答，则按第一个解答记分)

①；②；③.

【答案】(1)

(2)答案见解析

【解析】

【分析】(1)先解得，再根据集合的并集计算即可；(2)分，两种情况解决即可.

【小问1详解】

由题知，，

因为，解得，

所以，

当时，，

所以.

【小问2详解】

选①或②，由题知，

由(1)得，，

由题得，，

当时，，解得，

当时，，解得，

综上，或.

选③，

当时，，解得，

当时，，或，解得，或，

综上，或.

19. 重庆市巴蜀中学黄花园校区计划利用操场一角的空地建一栋艺术楼，该艺术楼的正面外墙设计为钢琴的造型，背面靠石壁，主体部分可近似看成一个高12米，地面面积为200平方米的长方体.现考虑后期外墙的处理费用，由于楼体前面墙面造型复杂，费用为每平方米元，左、右两面墙面费用为每平方米元，楼体背面靠石壁需要防潮处理，费用为每平方米元，其他部分费用忽略不计.由于造型的要求前面墙面的长度不得少于20米，设楼体的左、右两面墙的长度为米，外墙处理的总费用为元.

(1)求关于的函数并求该函数的定义域；

(2)当左、右两面墙的长度为多少米时，外墙处理的总费用最低？若，则该最低费用为多少万元？

【答案】(1)，定义域为

(2)当为米时，总费用最低；当时，最低费用为万元.

【解析】

【分析】(1)将所有费用相加来求得总费用的解析式，并根据建筑要求的求得定义域.

(2)利用函数的单调性求得总费用最低时的值.当时，最低费用为万元.

【小问1详解】

依题意，前面墙面的长度为米，则，解得.

，

且定义域为.

【小问2详解】

构造函数，

任取，



，

其中，

所以，

所以在上递减，最小值为.

所以当米时，取得最小值为，

若，则最小费用为元，即万元.

20. 已知函数的定义域是，值域是，，，的定义域和值域分别为，，的定义域为.

(1)求，；

(2)若“”是“”的充分不必要条件，求实数的取值范围.

【答案】(1)，

(2)

【解析】

【分析】(1)通过函数的定义域即可直接得到的定义域，通过求的单调性即可求出其值域；

(2)先求出的范围，推出的定义域为所包含的区间，通过对的分类讨论，求出各种情况下的定义域，看是否包含，即可求出实数的取值范围.

【小问1详解】

由题意在函数中，定义域是，值域是

∴，

在中，

定义域为，

设，，

设且



∴函数单调递增

∴，

∴的值域为

【小问2详解】

由题意及(1)得，，

∴

在中，的定义域为

∵“”是“”的充分不必要条件

∴“”是“”的充分不必要条件

∴的定义域包括

当时，，，解得：，不符题意，舍去

当时，，

当时，解得：或1

当时，，

，解得：，不符题意，舍去

当且，即时，，解得：或，符合题意

当且，即时，

，解得：或，不符题意，舍去

综上，实数的取值范围为

21. 定义在区间上的函数,对都有,且当时,.

(1)判断的奇偶性,并证明;

(2)判断在上的单调性,并证明;

(3)若,求满足不等式的实数的取值范围.

【答案】(1)偶函数,证明见解析

(2)单调递增, 证明见解析

(3)

【解析】

【分析】(1)根据赋值,先求出,再求出,再令代入可得,即可得奇偶性;

(2)先判断出单调性,再根据单调性的定义进行证明即可;

(3)先根据的定义将合并,再根据及单调性列出不等式,并注意定义域解出即可.

【小问1详解】

由题知,为偶函数,证明如下:

不妨令代入可得,

,

令代入可得,

,

令代入可得,

,为偶函数;

【小问2详解】

在单调递增,证明如下:



,

,,

,

在单调递增;

【小问3详解】

由题,

,

由(2)知在单调递增,

所以即,

解得,

22. 已知函数，，.

(1)若为偶函数，求实数的值；

(2)对任意的，都存在使得，求实数的取值范围.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)利用偶函数的性即可求得参数的值；

(2)根据题意得到，先利用绝对值不等式得到，再构造，通过一系列的分类讨论与整合，结合二次函数的性质求得，从而求得的取值范围.

【小问1详解】

因为为偶函数，

所以，即，

因为，所以，

所以，

因为，所以，解得，

当时，得，由于不恒为，故不满足题意；

当时，得；

经检验，当时，，

所以，易知定义域为，关于原点对称，

又易得，所以为偶函数，

综上：.

【小问2详解】

因为对任意的，都存在使得，

所以，

因为，所以，则，

令，则，，

当时，，

则开口向上，对称轴为，

当，即时，在上单调递增，则；

当，即时，在上单调递减，在上单调递增，则；

当时，，

则开口向上，对称轴为，

当，即时，在上单调递减，则；

当，即时，在上单调递减，在上单调递增，则；

综上：当时，在上单调递减，在上单调递增，在上单调递增，故；

当时，在上单调递减，在上单调递减，在上单调递增，故；

当时，在上单调递减，在上单调递增，在上单调递减，在上单调递增，

因为，

所以当时，，则，

当时，，则，

综上：当时，；当时，，

所以当时，有，解得或，故；

当时，有，解得或，故；

所以或，即.

【点睛】方法点睛：绝对值不等式的解法：

法一：利用绝对值不等式的几何意义求解，体现了数形结合的思想；

法二：利用“零点分段法”求解，体现了分类讨论的思想；

法三：通过构造函数，利用函数的图象求解，体现了函数与方程的思想．