**重庆市育才中学校高2025届2022－2023学年(上)期末考试**

**数学试题**

**(满分150分，考试时间120分钟)**

**本试卷分为第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分．**

**注意事项：**

**1．答卷前，请考生务必把自己的姓名、准考证号填写在答题卡上；**

**2．作答时，务必将答案写在答题卡上，写在本试卷及草稿纸上无效；**

**3．考试结束后，将答题卡交回．**

**第I卷**

**一、单项选择题(本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求)**

1. 设集合，，则*A*∩*B*=( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据交集的定义求解.

【详解】因为，，则*A*∩*B*=，

故选:D.

2. 命题“”的否定形式是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】直接根据特称命题的否定是全称命题来判断.

【详解】根据特称命题的否定是全称命题得，

命题“”的否定形式是.

故选：B.

3. 下列函数中，在定义域内既是奇函数又是增函数的为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

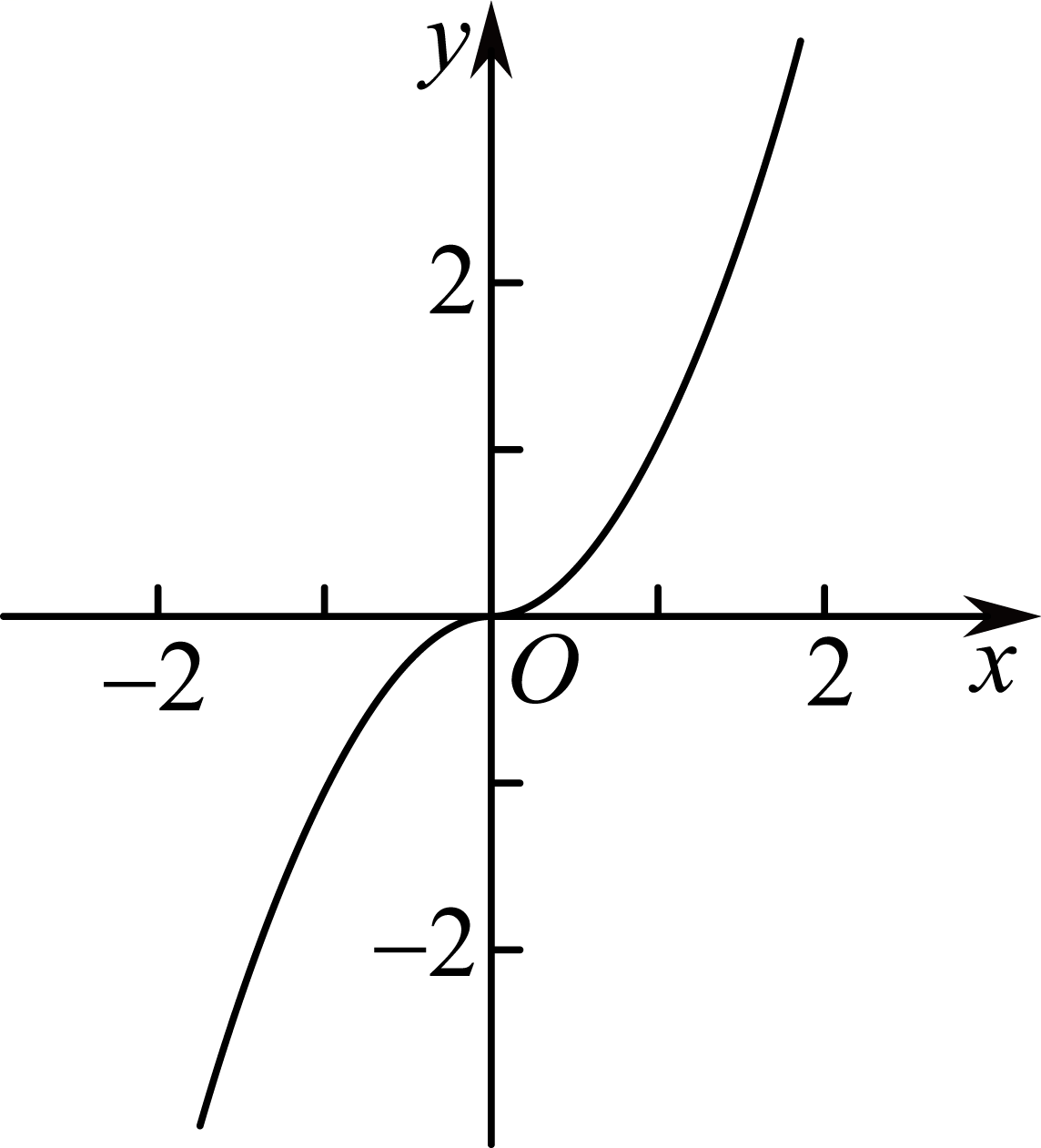
【分析】逐一判断每个选项中函数的奇偶性和单调性来得答案.

【详解】对于A：既不是奇函数也不是偶函数，A错误；

对于B：若，，则，则为定义域内的偶函数， B错误；

对于C： 若，，则，则为奇函数，但，则在定义域上不是增函数，C错误；

对于D：若，则，则为奇函数，作出其函数图像如下：



在定义域上单调递增，D正确.

故选：D.

4. 如果角的终边经过点，则( )

A. － B.  C.  D. －

【答案】A

【解析】

【分析】根据三角函数的定义和弦化切的方法求解.

【详解】由题可得，

所以，

故选:A.

5. 函数为奇函数的一个充分不必要条件是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】通过求出，再逐一对照选项即可.

【详解】若函数为奇函数，

则，即

当时，，A正确；

另外不存在整数使，，BC不正确；

是函数为奇函数的充要条件，D不正确.

故选：A.

6. 设，，，则*a*，*b*，*c*大小关系是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】先利用对数函数的单调性得到，的大小，再利用余弦的诱导公式和单调性得的范围比较即可．

【详解】解：因为，，则，

又因为，，则

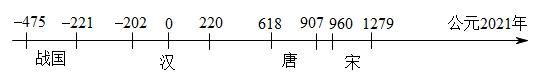
所以，

故选：B．

7. 生物体死亡后，它机体内原有的碳14含量会按确定的比率衰减(称为衰减率)，与死亡年数之间的函数关系式为(其中为常数)，大约每经过5730年衰减为原来的一半，这个时间称为“半衰期”．若2021年某遗址文物出土时碳14的残余量约占原始含量的，则可推断该文物属于( )

参考数据：

参考时间轴：



A 宋 B. 唐 C. 汉 D. 战国

【答案】D

【解析】

【分析】根据给定条件可得函数关系，取即可计算得解.

【详解】依题意，当时，，而与死亡年数之间的函数关系式为，

则有，解得，于是得，

当时，，于是得：，解得，

由得，对应朝代为战国，

所以可推断该文物属于战国.

故选：D

8. 设函数是定义在上的奇函数：对任意，都有，且当时，，若函数在上恰有5个不同的零点，则实数*a*的取值范围是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】由题意分析得函数的周期为4，作出函数图象，根据题意得得函数的图象与的图象在有5个不同的交点，作出图象，数形结合即可求解.

【详解】因为函数是定义在上的奇函数，当时，，

所以时，，

又因为对任意的，都有，

所以，

即，

又因为，

即，

所以，

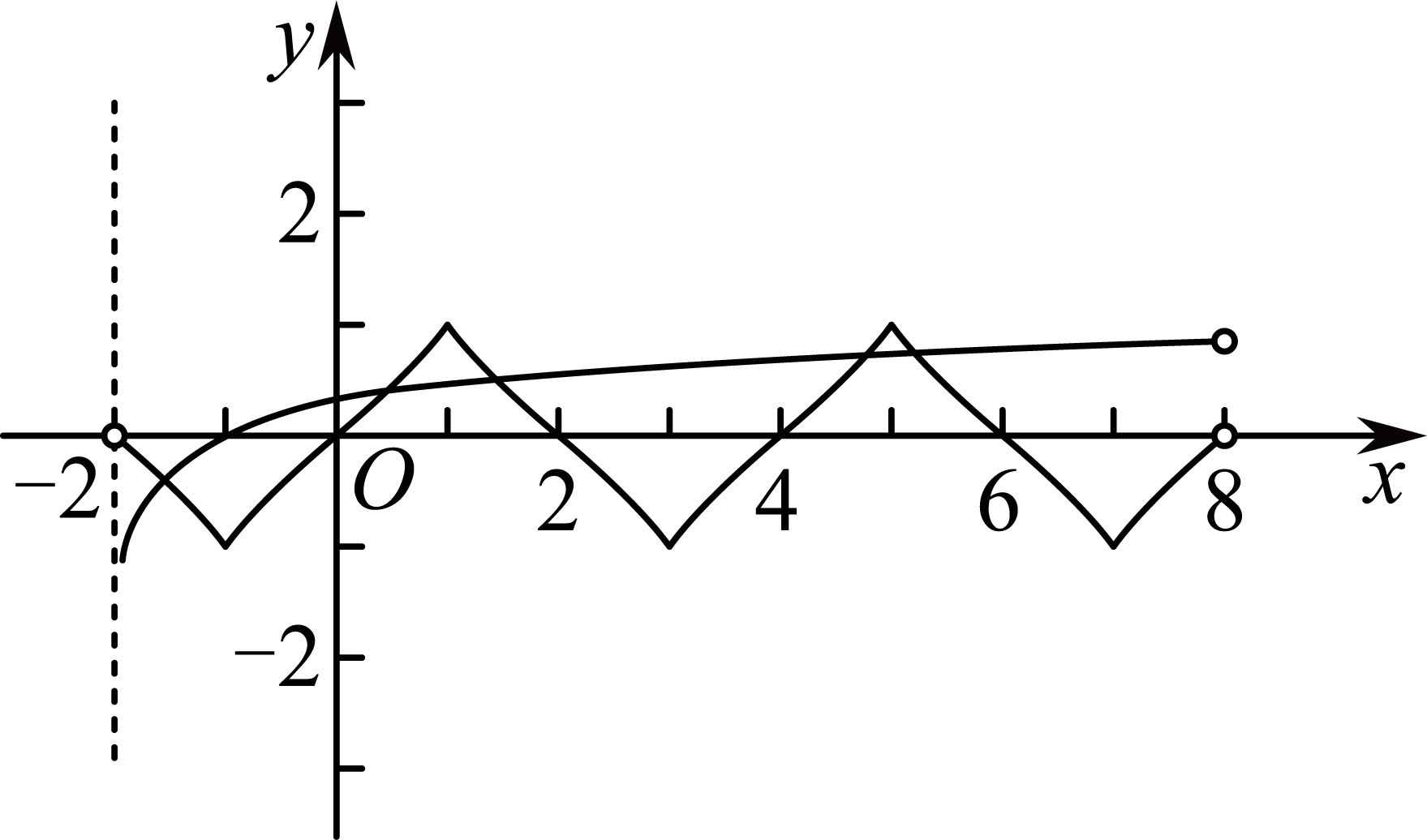
所以，即函数以4为周期，

又由函数在上恰有5个不同的零点，

得函数的图象与的图象在有5个不同的交点，

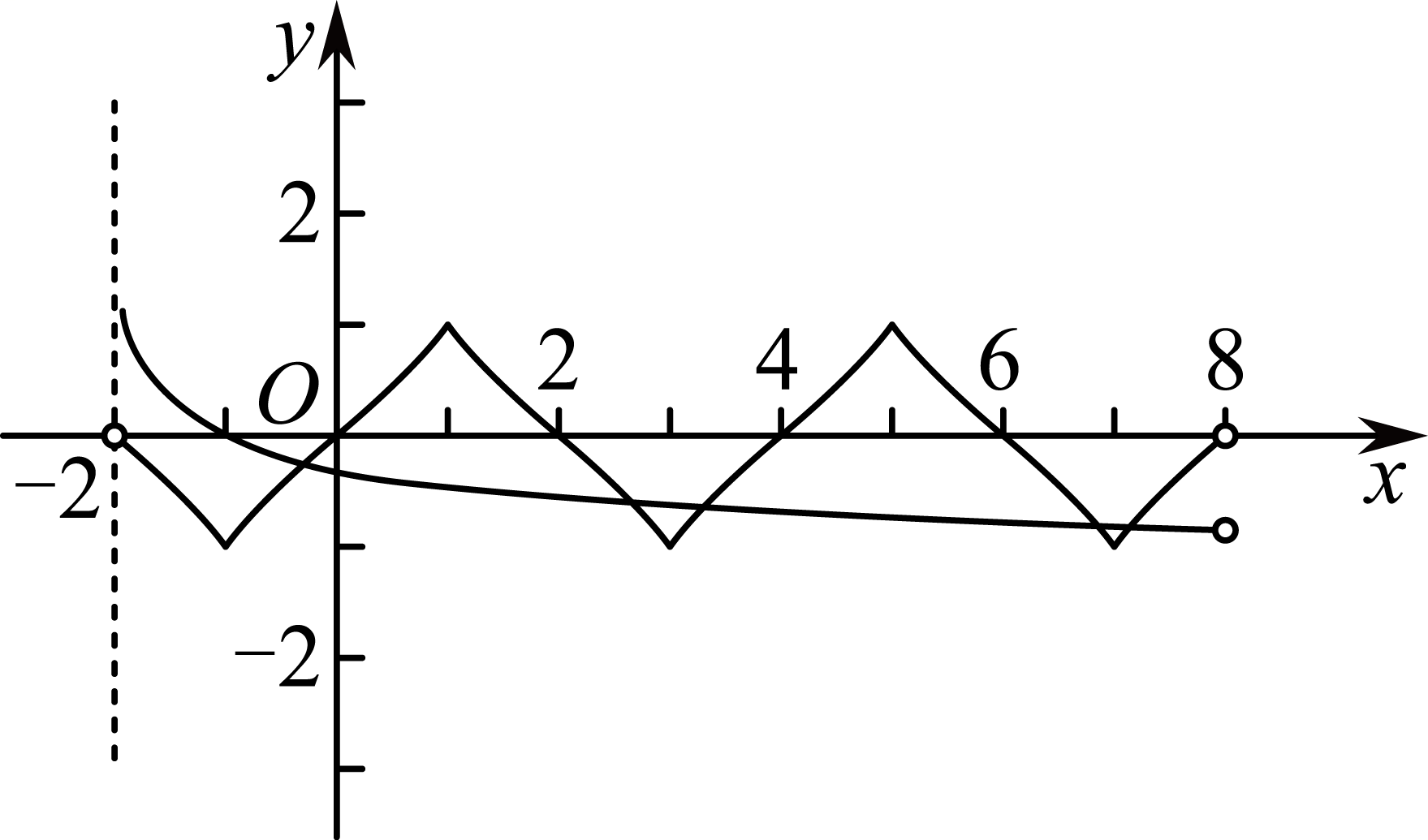
，

当如图，



要使两函数图象有5个交点，则，解得，

当如图，



要使两函数图象有5个交点，则，解得，

综上，

故选:C.

**二、多项选择题(本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分)**

9. 下列说法正确的是( )

A.  B. 第一象限的角是锐角

C. 1弧度的角比1°的角大 D. 用弧度制量角时，角的大小与圆的半径有关

【答案】AC

【解析】

【分析】对于AC，将角度转化为弧度即可判断；对于B，根据象限角的概念判断；对于D，根据弧度的定义来判断.

【详解】对于A：，A正确；

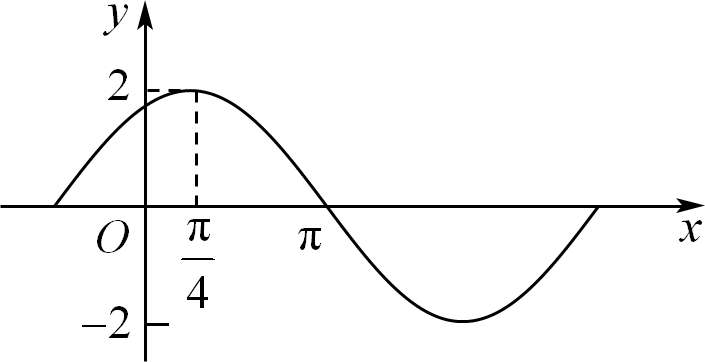
对于B：第一象限的角不一定是锐角，比如，B错误；

对于C：1°的角为弧度，比1弧度的角小，C正确；

对于D：用弧度制量角时，角的大小为弧长与半径的比值，当半径变化时，弧长也在变化，此时比值是不发生变化的，即角的大小与圆的半径无关，D错误.

故选：AC.

10. 函数)在一个周期内的图像如图所示，则( )



A. 该函数的解析式为

B. 是该函数图像的一个对称中心

C. 该函数的减区间是

D. 把函数的图像上所有点的横坐标伸长为原来的倍，纵坐标不变，再向左平移，可得到该函数图像

【答案】ABD

【解析】

【分析】观察图像可得，再带点可得，则可确定A；计算时，是否为零来确定B；令，求出单调减区间来确定C；通过周期变换和平移变换得函数来确定D.

【详解】对于A：由图观察可得，得，

又，，

即，代入点得，

得，即，

又，得，

，A正确；

对于B，当时，，是该函数图像的一个对称中心，B正确；

对于C，令，

解得，

即的减区间是，C错误；

对于D，函数的图像上所有点的横坐标伸长为原来的倍得，再纵坐标不变，再向左平移，可得，D正确.

故选:ABD.

11. 已知函数，且，下列结论正确的是( )

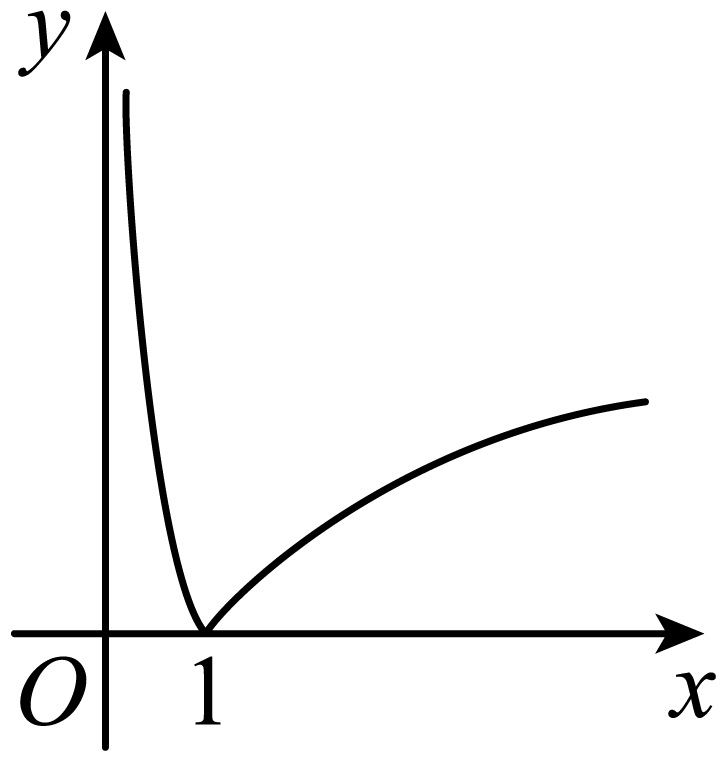
A.  B.  C.  D. 

【答案】BCD

【解析】

【分析】根据函数图象可得且，利用基本不等式求解即可.

【详解】作出图象如下，



因为，且，

所以，由图象可知，，

所以，

所以，所以也即，A错误；

，B错误；

，

当且仅当即时取得等号，C正确；

因为,

当且仅当时取得等号，由于，

所以，D正确，

故选:BCD

12. 已知函数的最小值为0，是自然对数的底数，则( )

A. 若，则 B. 若，则

C. 若，则 D. 若，则

【答案】BC

【解析】

【分析】根据题意确定当，的值域是的子集，分类讨论的取值范围，结合函数的单调性与最值的关系求解.

【详解】当时，，即，

故当，的值域是的子集，

即，

当时，对勾函数在单调递减，单调递增，

对于A, ，则对勾函数在单调递增，

则在单调递减，

所以，即，A错误；

对于C, ，则对勾函数在单调递减，

则在单调递增，

所以，即，C正确；

对于B,D，当时，为的减函数，

所以，即，故B正确，D错误；

故选:BC.

**第Ⅱ卷**

**三、填空题(本题共4小题，每小题5分，共20分)**

13. 已知幂函数*f*(*x*)的图象经过(9,3)，则*f*(4)= \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

【答案】2

【解析】

【详解】分析：设幂函数f(x)=xα，把点(9，3)代入解析式求出α，即可求出函数的解析式和f(4)的值．

详解：设幂函数f(x)=xα，

∵函数f(x)的图象经过(9，3)，∴9α=3，解得，

则f(x)= ，∴f(4)=2，

故答案为2．

点睛：本题考查幂函数的解析式的求法：待定系数法，属于基础题．

14. 若，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】##

【解析】

【分析】令，得，再将代入，利用诱导公式计算即可.

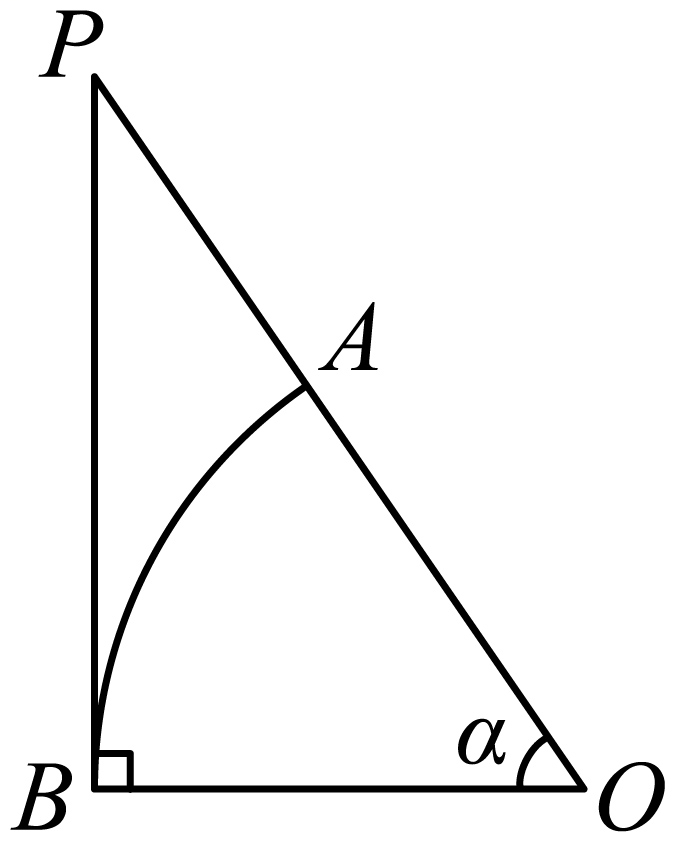
【详解】令，则，

，



故答案为：

15. 如图，在Rt中，，以为圆心、为半径作圆弧交于点，若圆弧分的面积为(扇形部分是2份)，且弧度，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．



【答案】

【解析】

【分析】设出扇形的半径，求出扇形的面积，再在直角三角形中求出高，计算直角三角形的面积，由条件建立等式，解此等式求出与的关系，即可得出结论．

【详解】解：设扇形部分的半径为，

则扇形的面积为，直角三角形中，，

的面积为，由题知圆弧分的面积为(扇形部分是2份)，，

，

．

故答案为：．

16. 已知函数在上单调，且将函数*f*(*x*)的图象向右平移个单位长度后与原来的图象重合．当时，使得不等式成立的*x*的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】根据单调函数知到此区间在相邻两个对称轴之间，求出的范围，根据平移得到的表达式，继而确定的值，再画给定区间的图像，可得.

【详解】

函数在上单调

所以

将函数*f*(*x*)的图象向右平移个单位长度后与原来的图象重合．

所以

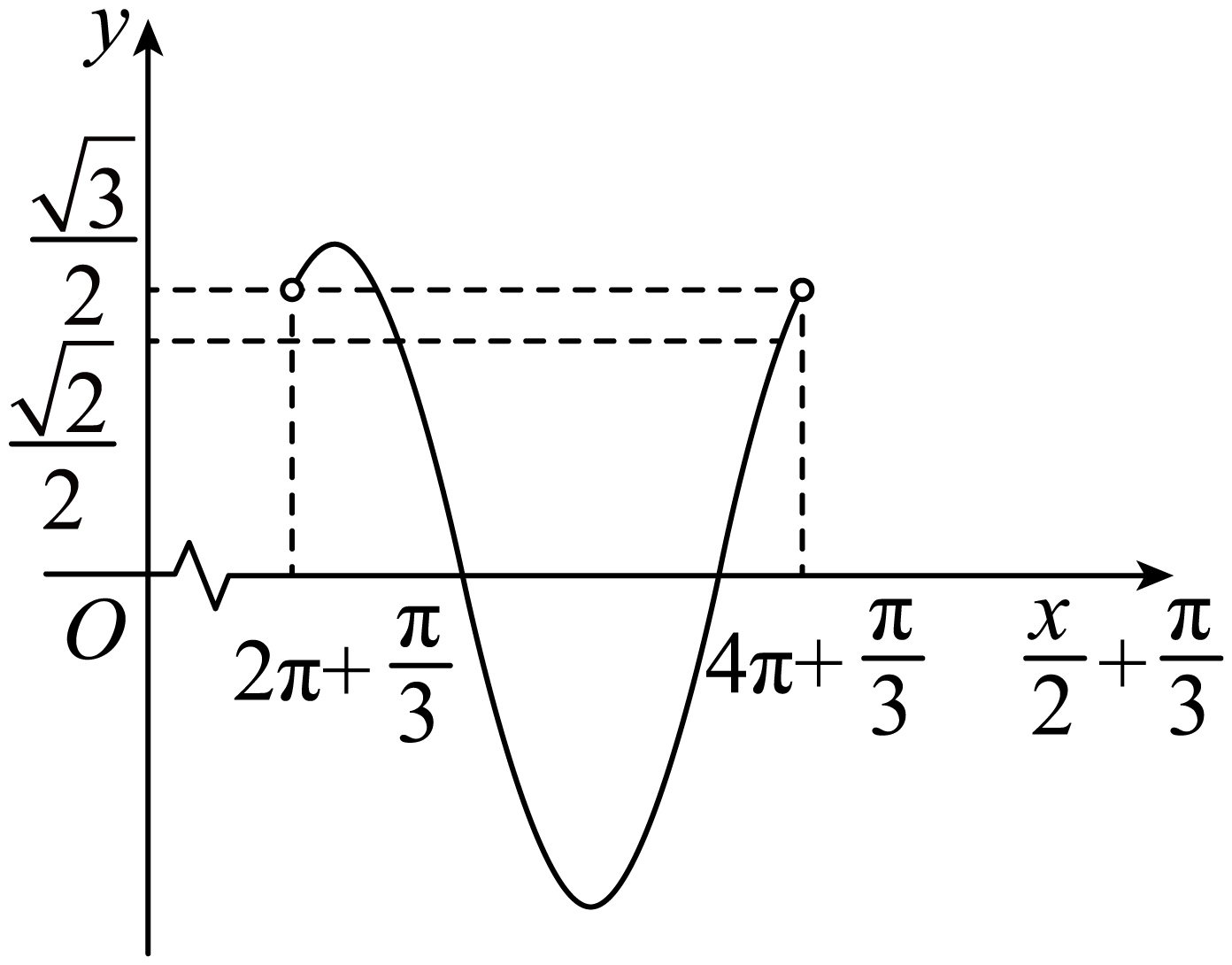
所以，当时，

如图，满足不等式成立的

*x*最大值满足：



故答案为：



**四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17. 计算：

(1)；

(2)．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)利用指数幂的运算性质，对数的运算性质，特殊角的三角函数计算即可；

(2)利用对数的运算性质计算即可.

【小问1详解】





【小问2详解】



18. 已知对于成立；关于*a*的不等式成立．

(1)若*p*为真命题，求*a*的取值范围；

(2)若*p*是*q*的必要不充分条件，求*b*的取值范围．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)直接利用列式计算；

(2)解二次不等式得，再根据*p*是*q*的必要不充分条件得集合间的包含关系，进而可得*b*的取值范围．

【小问1详解】

对于成立，得，解得；

即若*p*为真命题，*a*的取值范围为；

【小问2详解】

对于关于*a*的不等式成立，

得，解得，

若*p*是*q*的必要不充分条件，则，

得.

19. 新成民铁路起自成都南站(途经站点如图所示)，沿途经过四川省成都市、眉山市、乐山市、凉山彝族自泡州、攀枝花市，云南省楚雄彝族自治州、昆明市，终至昆明站，为国家1级双线电气化铁路，设计时速160公里，已于2022年12月26日全线正式开通运营．目前，成都到昆明的铁路列车运行时间由19个小时缩短到7.5个小时左右，将为西南地区的人员、物流往来构建起铁路运输大动脉，对促进西南地区的经济社会发展均具有十分重要的意义．



现在已知列车的发车时间间隔*t*(单位：分钟)满足．经市场调研测算，列车载客量与发车时间间隔*t*相关，当时列车为满载状态，载客量为720人；当时，载客量会减少，减少的人数与(12－*t*)的平方成正比，且发车时间间隔为3分钟时的载客量为396人．记列车载客量为．

(1)求的表达式；

(2)若该线路每分钟的净收益为(元)，问当发车时间间隔为多少时，该线路每分钟的净收益最大，并求出最大值．

【答案】(1)

(2)时间间隔为3分钟时，该线路每分钟的净收益最大为元

【解析】

【分析】(1)由题设，有且，求值，进而写出其分段函数的形式即可；

(2)由(1)写出解析式，结合基本不等式与函数单调性讨论、求最大值即可．

【小问1详解】

解：由题可知，当时，，

当，可设，又发车时间间隔为3分钟时载客量为396人，

，解得。

此时，

；

【小问2详解】

解：由(1)得：

当时，，当且仅当，即等号成立，所以；

当时，单调递减，则，

综上，时间间隔为3分钟时，该线路每分钟的净收益最大为元.

20. 已知．其中．

(1)若，求；

(2)已知，求函数的最大值*g*(*a*)．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据同角三角函数的关系求出正余弦即可求解；(2)利用换元法可得，，

讨论二次函数的单调性即可求出最值.

【小问1详解】

若，则，代入，

得整理得

解得，

因为，所以

当时，，舍去，

当时，，

所以.

【小问2详解】

因为，所以，

所以，

所以，

因为，所以，

所以，，

当，当时有最大值为，

当时，在单调递增，

则当时，有最大值为，

当时，在单调递减，

则当时，有最大值为，

所以.

21. 已知函数满足且与的最小正周期相同．

(1)求的值及*g*(*x*)的单调区间；

(2)若在区间上恰好有2022个零点，求的取值范围．

【答案】(1)，*g*(*x*)的单调递增区间为，无减区间

(2)

【解析】

【分析】(1)由题知，函数关于点对称，进而根据三角函数性质求得，的单调区间；

(2)由题知，其最小正周期为，进而结合题意得

【小问1详解】

解：因为函数与 的最小正周期相同，

所以，，解得，

所以，

令，解得，

所以，*g*(*x*)的单调递增区间为，无减区间；

因为函数满足，

所以，函数关于点对称，

所以，即，

因为，所以，

综上，，*g*(*x*)的单调递增区间为，无减区间

【小问2详解】

解：由(1)知，故，

所以的最小正周期为

因为在区间上恰好有2022个零点，

所以，区间内至少有个周期，至多(不能取到)

所以，即，

所以，的取值范围是

22. 已知函数

(1)若在[2，3]上的最小值为，求*a*的值；

(2)证明：函数有且仅有一个零点，且

【答案】(1)

(2)见解析

【解析】

【分析】(1)根据函数的单调性即可求解；(2)根据零点的存在性定理确定，从而得到，根据在单调递减，可得，再证明，即可证明求解.

【小问1详解】

因为，所以在[2，3]单调递增，

所以解得，

【小问2详解】

因为，所以，

则在没有零点，

由(1)可得在单调递增，

，

所以函数有且仅有一个零点，且，所以，

则有，

所以，

因为在单调递减，所以，

当时，，所以，

所以，即，

因为在单调递增，所以，

所以，即，

所以