**专题08三点共线充要条件**

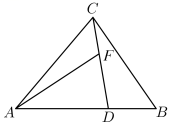
**一、结论**

**1、设平面上三点,,不共线,则平面上任意一点与,共线的充要条件是存在实数与**

**,使得,且.特别地,当为线段的中点时,.**

**二、典型例题**

1．（2021·安徽·铜陵一中高三阶段练习（理））如图，中，为上靠近的三等分点，点在线段上，设，，，则的最小值为（ ）



A．6 B．7 C． D．

**【答案】D**

**【解析】**

**由于为上靠近的三等分点，**

**故 ,**

**所以,**

**又因为点在线段上，所以 ，**

**故，**

**由题意可知 ，故，**

**当且仅当时，即 时，等号取得，**

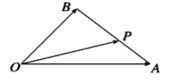
**故选：D.**

**【反思】本题重点,,三点共线，可以得到且，所以本题中中的如何化简成才是本题的关键，又为上靠近的三等分点，故 ,所以得到这样，由,,三点共线，得到，进而才利用均值不等式求解最值.如何利用三点共线时解本题的快速捷径.**

**三、针对训练 举一反三**

**一、单选题**

1．（2020·安徽·安庆市第二中学高一阶段练习）如图，在三角形*OAB*中，*P*为线段*AB*上的一点，，且，则（ ）



A．， B．，

C．， D．，

【答案】D

【详解】

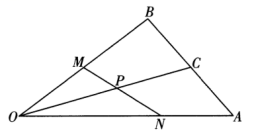
因为，

所以，

又，不共线，所以，

故选：D

2．（2022·全国·高三专题练习）如图，在中，*C*是的中点，*P*在线段上，且.过点*P*的直线交线段分别于点*N*，*M*，且，其中，则的最小值为（ ）



A． B． C．1 D．

【答案】C

【详解】

解：，则，，又*P*，*M*，*N*共线，∴.又，

∴，当且仅当时取等号，

故选：C.

3．（2022·全国·高三专题练习）在中，，，设，则（ ）

A． B． C． D．

【答案】C

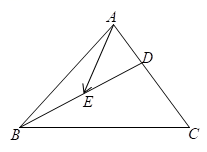
【详解】

在三角形中，，，

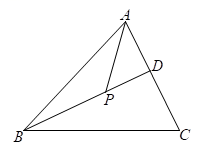
可得,

因为，所以，所以.

故选：C.



4．（2021·福建·厦门市湖滨中学高三期中）.如图，在中，，是线段上一点，若，则实数的值为（ ）



A． B．

C．2 D．

【答案】A

【详解】

设，

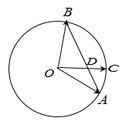
因为，所以，

则，

又因为，所以，解得.

故选：A.

5．（2022·全国·高三专题练习），，是圆上不同的三点，线段与线段交于点(点与点不重合)，若，则的取值范围是（ ）



A． B．

C． D．

【答案】B

【详解】

因为线段与线段交于点，所以三点共线，

所以与共线，设，则，

因为，所以，

可得，

因为三点共线，设，

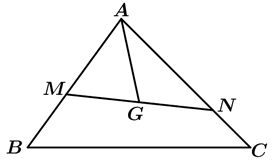
所以即，

所以，所以，可得，

所以的取值范围是.

故选：B.

6．（2021·四川成都·高三期中（文））如图所示，已知点*G*是的重心，过点*G*作直线分别与*AB*，*AC*两边交于*M*，*N*两点点*N*与点*C*不重合，设，，则的最小值为（ ）



A．2 B．

C． D．

【答案】A

【详解】

为的重心，





又在线段上，







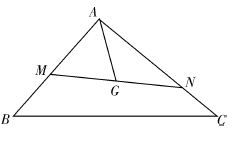






故选：．

7．（2021·山西大附中高三阶段练习（文））如图所示，已知点*G*是的重心，过点*G*作直线分别与*AB*，*AC*两边交于*M*，*N*两点（点*N*与点*C*不重合），设，，则的值为（ ）



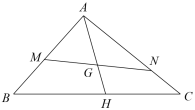
A．3 B．4 C．5 D．6

【答案】A

【详解】

延长*AG*交*BC*与点*H*, *H*为*BC*中点,

为的重心，



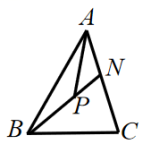


三点共线

,

故选:

8．（2021·福建省长汀县第一中学高三阶段练习）如图，在中，，*P*是上一点，若，则实数的值为（ ）



A． B． C． D．

【答案】B

【详解】

由题意及图：,

又,所以,

所以,又,

所以，解得：.

故选：B.

**二、填空题**

9．（2021·湖南·周南中学高二开学考试）在中，为上一点，，为上任一点，，，（，），若，则当取最小值时，四边形的面积与的面积之比等于\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】##1:6

【详解】

解：由题意可知：，

而，，三点共线，则：，据此有：

，

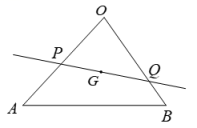
当且仅当，时等号成立，取到最小值，

此时，，

所以.

故答案为：.

10．（2021·黑龙江·大庆中学高一阶段练习）如图，经过的重心*G*的直线与分别交于点，，设，，则的值为\_\_\_\_\_\_\_\_．



【答案】3

【详解】

解：设，由题意知，

，

由*P*，*G*，*Q*三点共线，得存在实数使得，

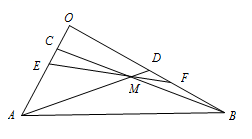
即，

从而消去，得．

故答案为：3

**三、解答题**

11．（2021·全国·高一课时练习）如图，在中，，，与相交于点*M*，设，，



（1）试用，表示向量：

（2）在线段上取一点*E*，在上取一点*F*，使得过点*M*，设，，求证：．

【答案】（1） ；（2） 证明见解析．

【详解】

（1）解：由*A*，*M*，*D*三点共线可知，存在实数使得

．

由*B*，*M*，*C*三点共线可知，存在实数使得

．

由平面向量基本定理知．

解得，所以．

（2）证明：若，，则．

又因为*E*，*M*，*F*三点共线，所以．