**绝密★启用并使用完毕前**

**高二年级学情检测**

**数学试题**

**本试卷共4页，22题，全卷满分150分．考试用时120分钟，**

**注意事项：**

**1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号，考场号、座位号填写在答题卡上．**

**2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上．写在本试卷上无效．**

**3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回，**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1. 等差数列中，已知，，则( )

A. 10 B. 11 C. 12 D. 13

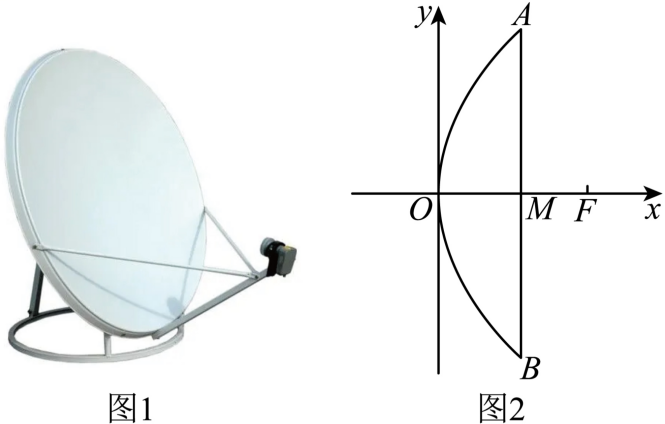
2. 已知两个平面的法向量分别为，则这两个平面的夹角为( )

A.  B.  C. 或 D. 

3. 直线与直线的位置关系是( )

A. 垂直 B. 相交且不垂直 C. 平行 D. 平行或重合

4. 一种卫星接收天线(如图1)，其曲面与轴截面的交线可视为抛物线的一部分(如图2)，已知该卫星接收天线的口径米，深度米，信号处理中心*F*位于焦点处，以顶点*O*为坐标原点，建立如图2所示的平面直角坐标系*xOy*，则该抛物线的方程为( )



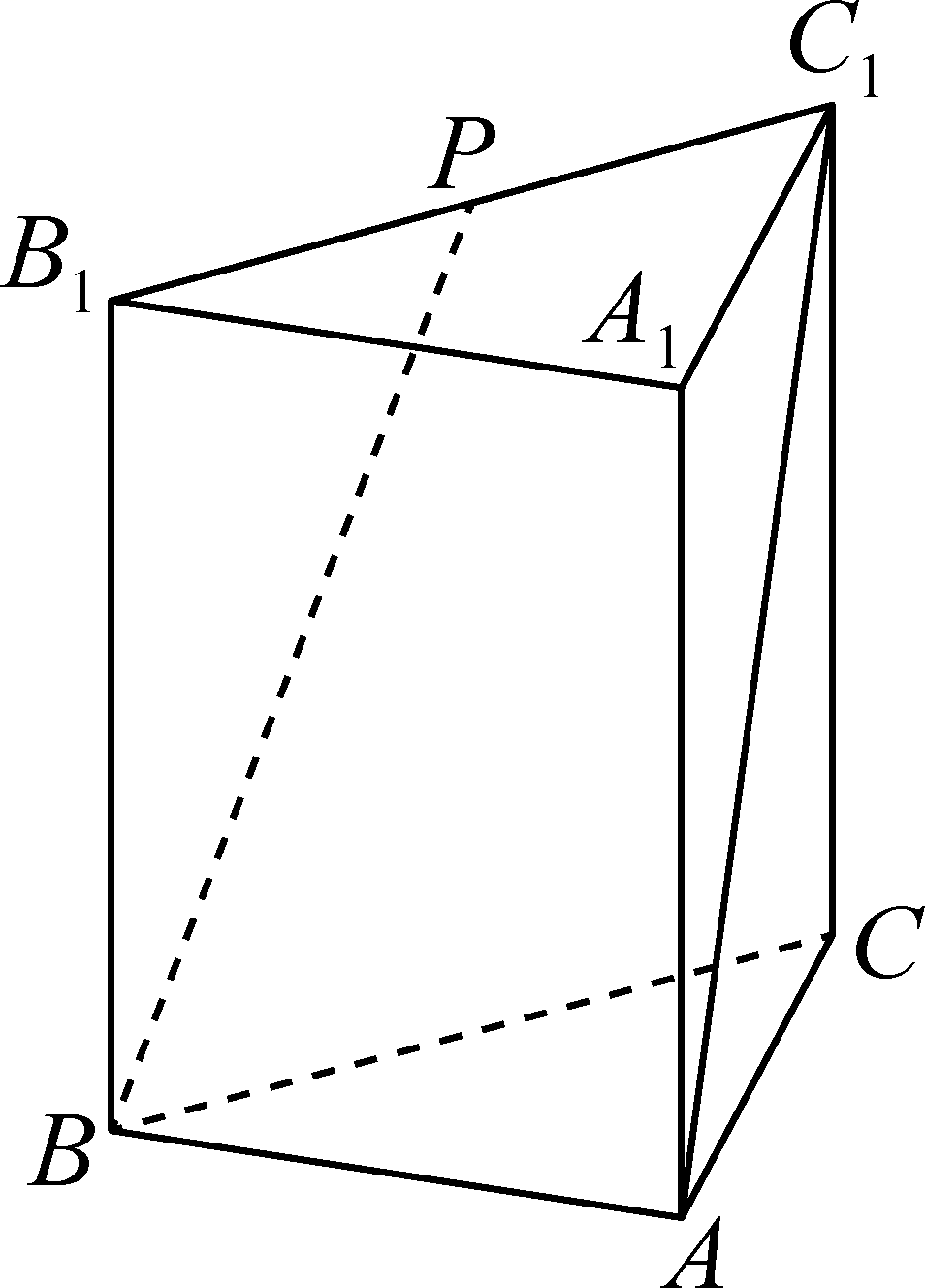
A.  B.  C.  D. 

5. 在等比数列中， ，其前三项的和，则数列的公比 (　　)

A  B. 

C. 或1 D. 或1

6. 《九章算术》是我国东汉初年编订的一部数学经典著作，其在卷第五《商功》中记载“斜解立方，得两堑堵”，堑堵是底面为直角三角形的直三棱柱．如图，在堑堵中，，*P*为的中点，则( )



A.  B. 1 C.  D. 

7. 若直线与焦点在*x*轴上的椭圆总有公共点，则*n*的取值范围是( )

A.  B.  C.  D. 

8. 双曲线*C*的两个焦点为，以*C*的实轴为直径的圆记为*D*，过作圆*D*的切线与*C*的两支分别交于*M*，*N*两点，且，则*C*的离心率为( )

A  B.  C.  D. 

**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．**

9. 已知直线与圆，则下列说法正确的是( )

A. 直线*l*恒过定点 B. 圆*M*的圆心坐标为

C. 存在实数*k*，使得直线*l*与圆*M*相切 D. 若，直线*l*被圆*M*截得的弦长为2

10. 已知抛物线的焦点为*F*，过点*F*且斜率为的直线交*C*于点，(其中)，与*C*的准线交于点*D*．下列结论正确的是( )

A.  B. 

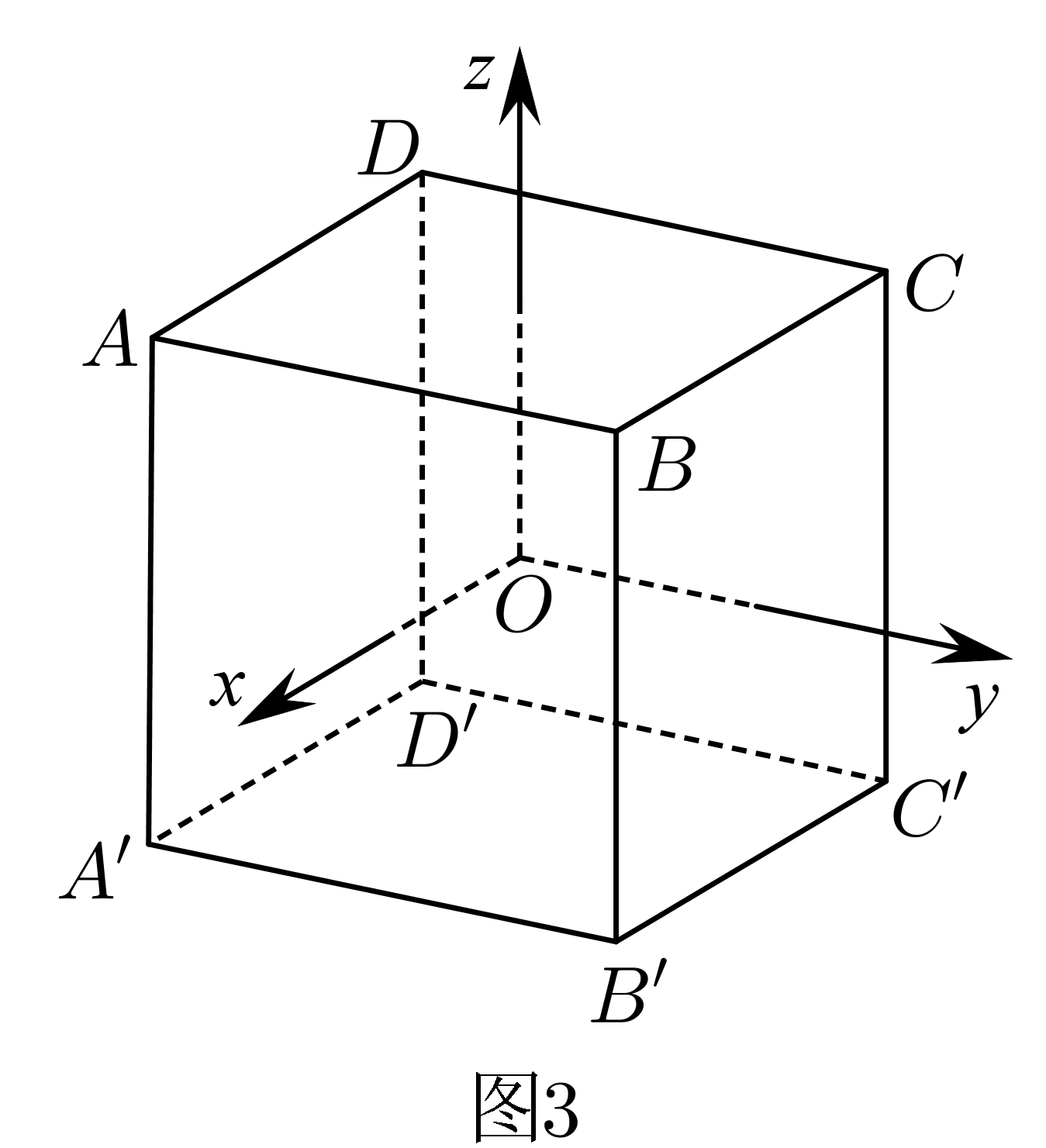
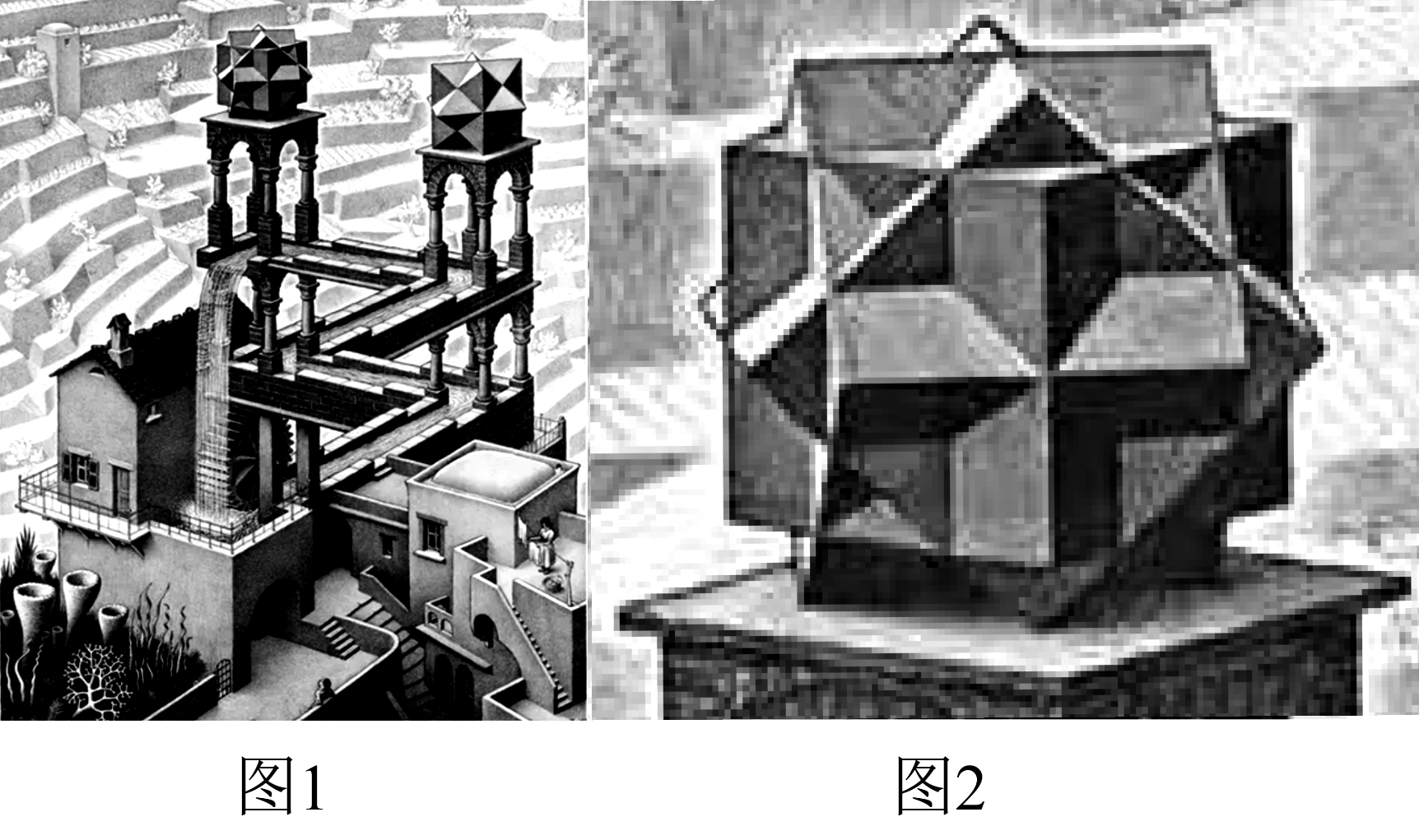
C. *F*为线段*AD*中点 D. 的面积为

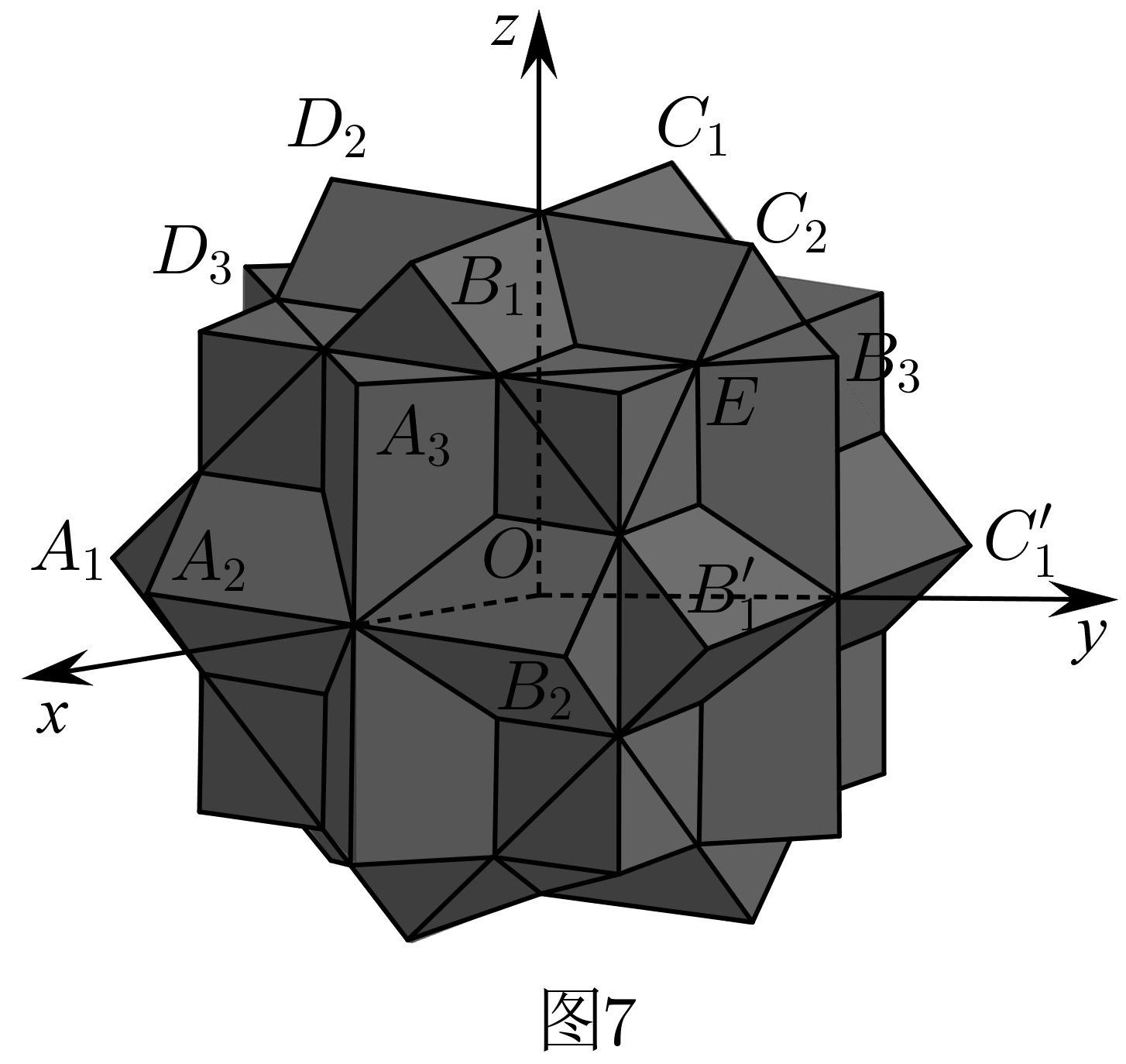
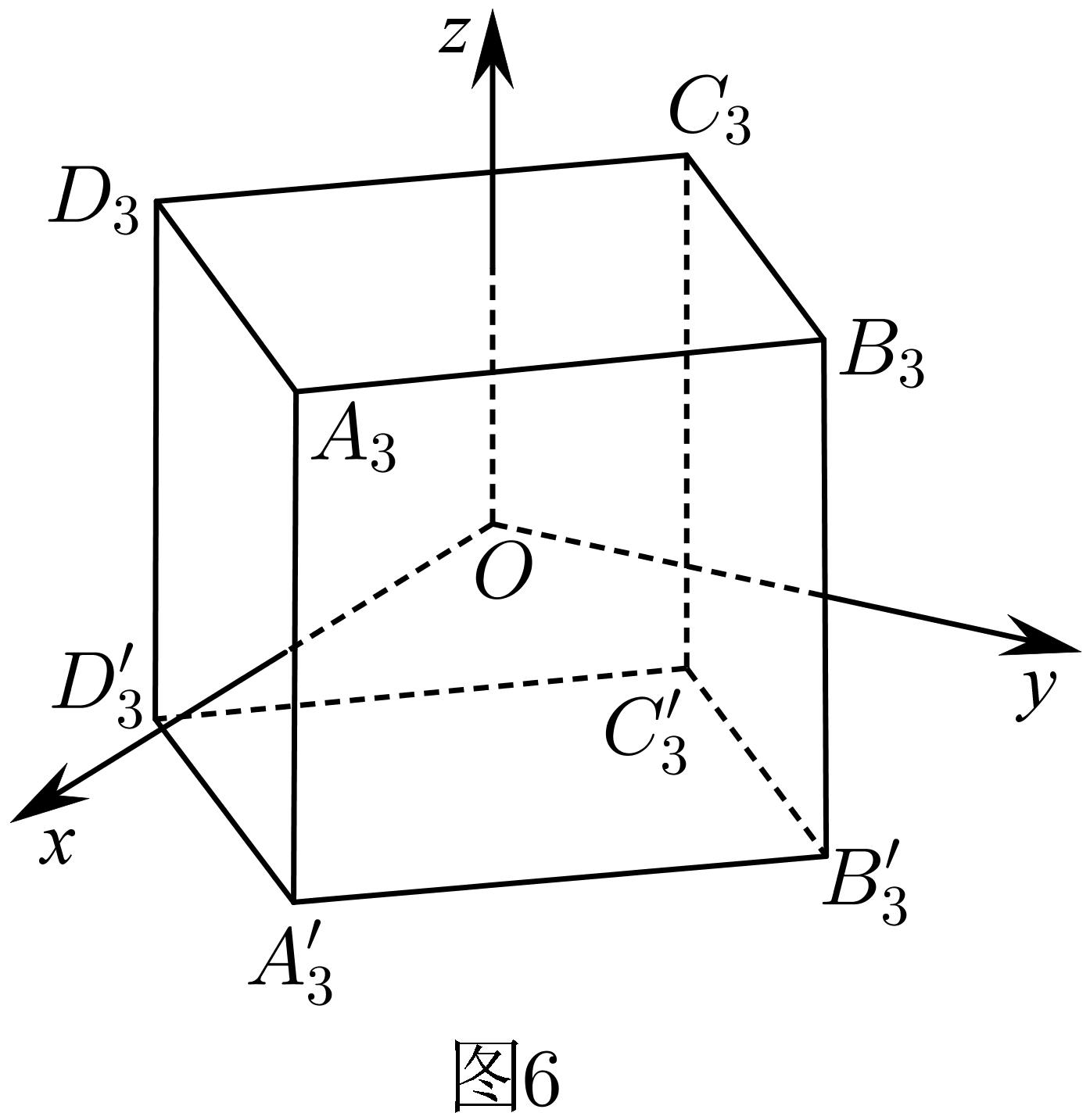
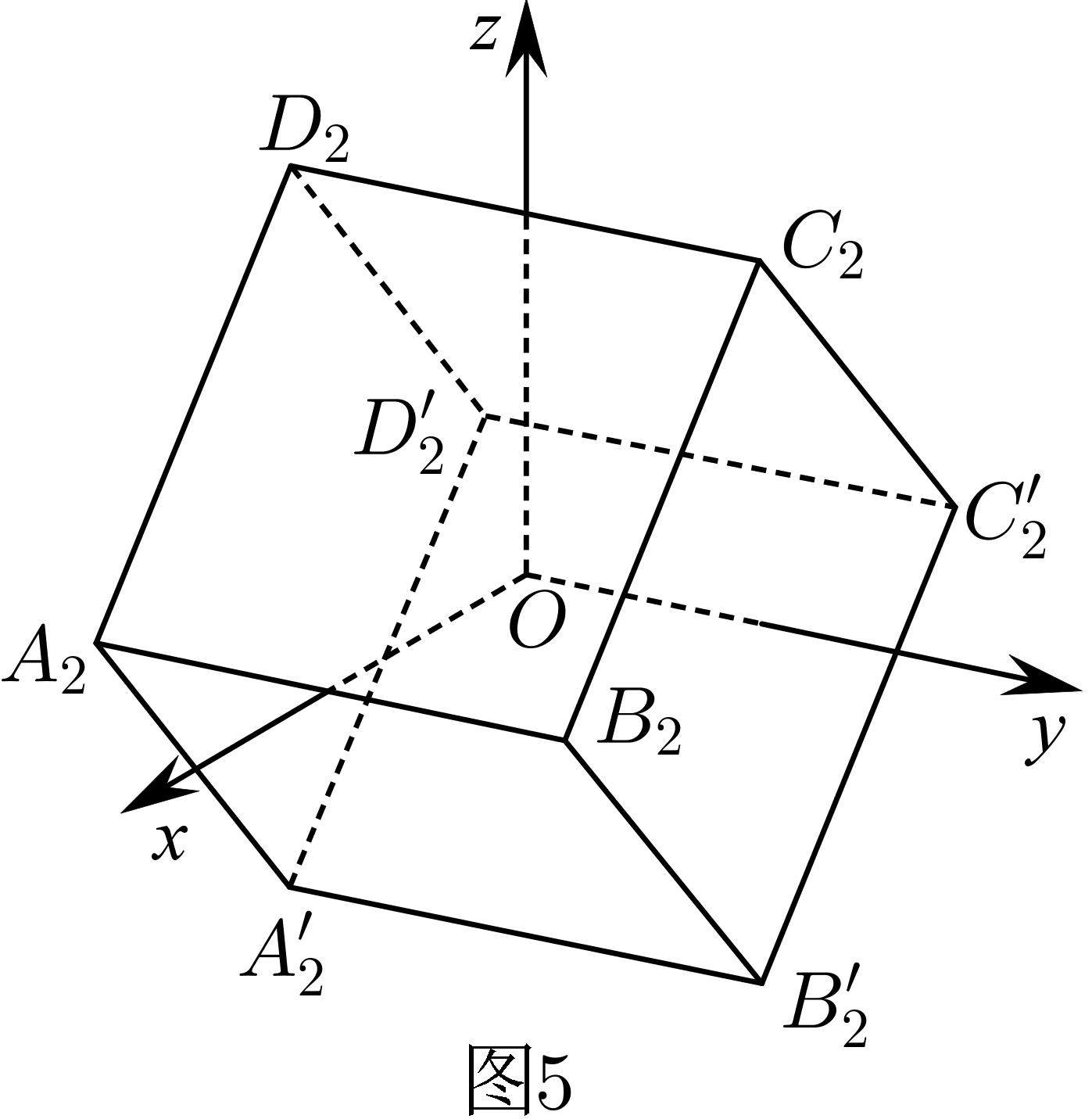
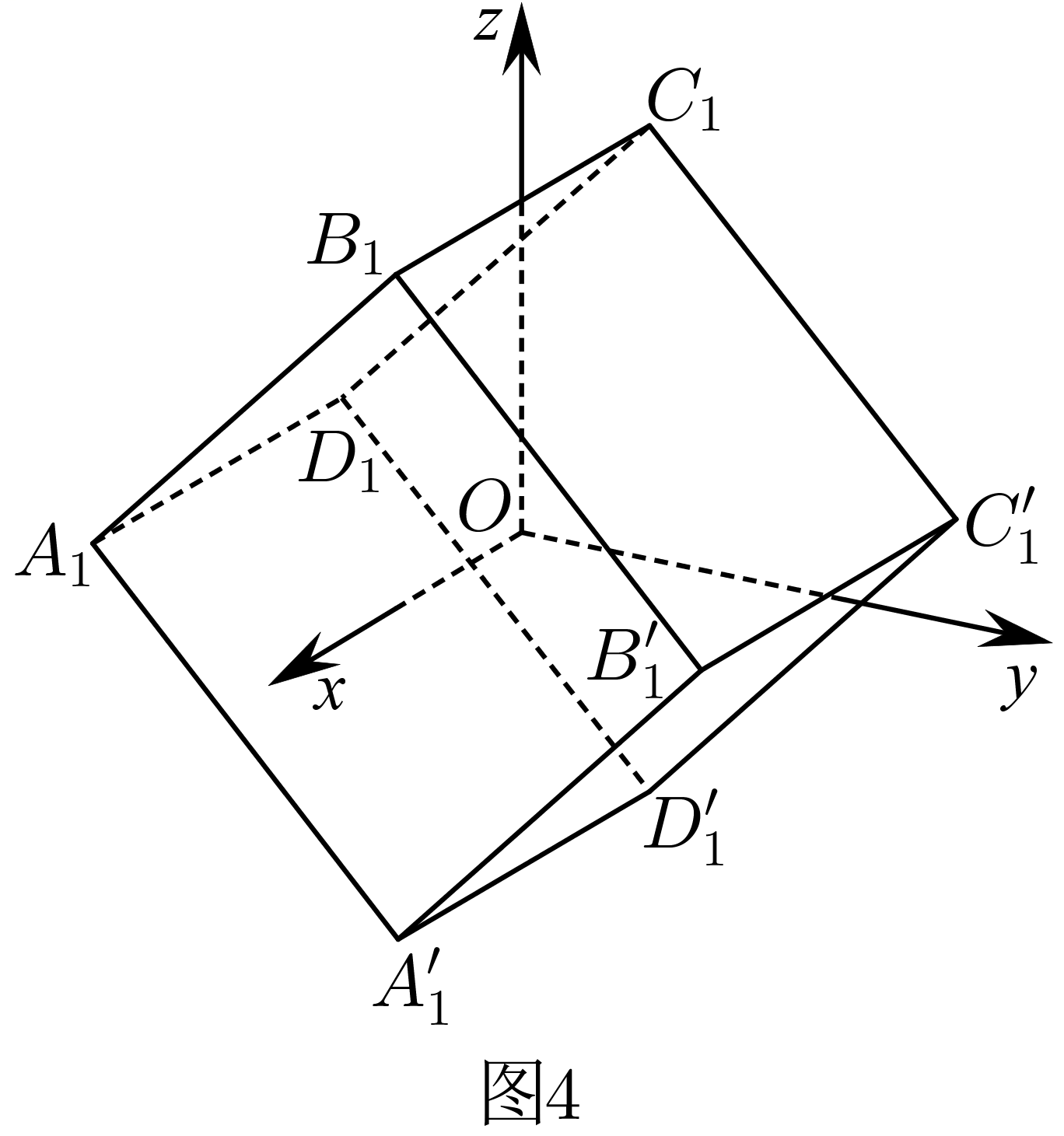
11. 欧拉函数的函数值等于所有不超过正整数*n*，且与*n*互素的正整数的个数(互素是指两个整数的公约数只有1)，例如，．下列说法正确的是( )

A.  B. 数列为递增数列

C. 数列为等比数列 D. 数列的前*n*项和为，则

12. 《瀑布》(图1)是埃舍尔为人所知的作品.画面两座高塔各有一个几何体，左塔上方是著名的“三立方体合体”(图2).在棱长为2的正方体中建立如图3所示的空间直角坐标系(原点*O*为该正方体的中心，*x*，*y*，*z*轴均垂直该正方体的面)，将该正方体分别绕着*x*轴，*y*轴，*z*轴旋转，得到的三个正方体，，2，3(图4，5，6)结合在一起便可得到一个高度对称的“三立方体合体”(图7).在图7所示的“三立方体合体”中，下列结论正确的是( )





A. 设点的坐标为，，2，3，则

B. 设，则

C. 点到平面的距离为

D. 若*G*为线段上的动点，则直线与直线所成角最小为

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13. 已知，，其中，若，则的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14. 各项均为正数的等差数列的前*n*项和是，若，则的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15. 已知点，，若圆上存在点*Р*满足，则实数*a*取值范围是\_\_\_\_\_\_\_．

16. 设是椭圆的两个焦点，若椭圆上存在点*P*满足，记的外接圆和内切圆半径分别是*R*，*r*，则的值为\_\_\_\_\_\_\_．

**四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．**

17. 已知圆*C*经过点和且圆心在直线上．

(1)求圆*C*的方程；

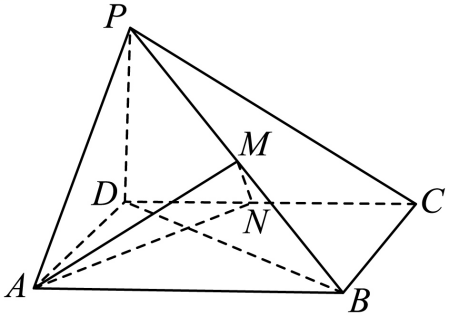
(2)若点*P*为圆*C*上的任意一点，求点*P*到直线距离的最大值和最小值．

18. 已知双曲线经过，两点．

(1)求*C*的标准方程；

(2)若直线与*C*交于*M*，*N*两点，且*C*上存在点*P*﹐满足，求实数*t*的值．

19. 如图，四棱锥中，底面，底面为矩形，，，*M*，*N*分别为*PB*，*CD*中点．



(1)求证：面；

(2)求直线*PB*与平面所成角的正弦值．

20. 已知数列的前*n*项和，且，数列满足，其中．

(1)求和通项公式；

(2)设，求数列的前20项和．

21. 已知椭圆的长轴长是4，离心率为．

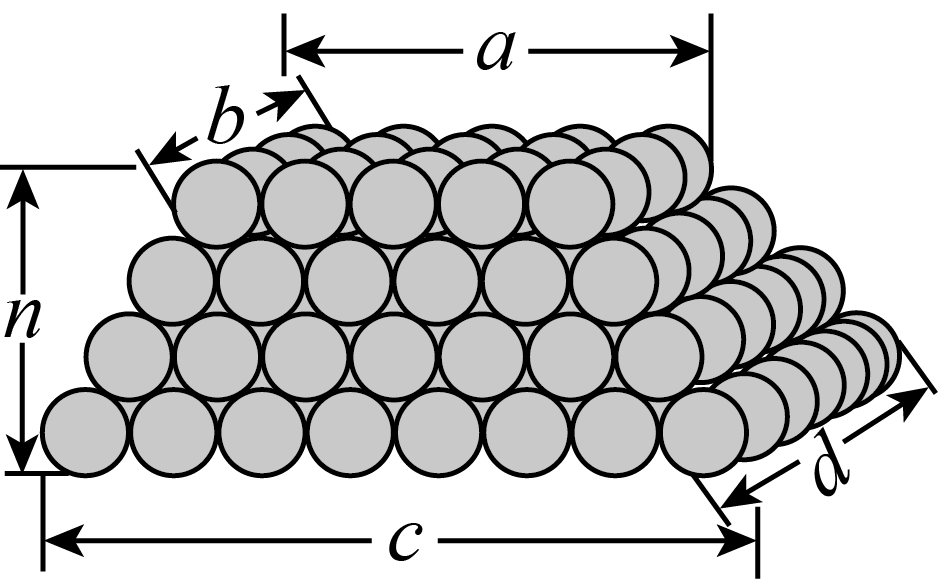
(1)求的方程；

(2)若点*P*是圆上的一动点，过点*P*作的两条切线分别交圆*O*于点*A*，*B*．

①求证：；

②求面积的取值范围．

22. 对于数列，规定数列为数列的一阶差分数列，其中．



(1)已知数列的通项公式为，数列的前*n*项和为．

①求；

②记数列的前*n*项和为，数列的前*n*项和为，且，求实数的值．

(2)北宋数学家沈括对于上底有*ab*个，下底有*cd*个，共有*n*层的堆积物(堆积方式如图)，提出可以用公式求出物体的总数，这就是所谓的“隙积术”．试证明上述求和公式．