**中山市高二级2021-2022学年度第一学期期末统一考试**

**数学试卷**

**本试卷满分150分.考试时间120分钟.**

**注意事项：**

**1.答卷前，考生务必将自己的姓名、统考考号、座位号写在答题卡上.**

**2.每小题选出答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案，不能答在试题上.**

**3.不可以使用计算器.**

**4.考试结束，将答题卡交回，试卷不用上交.**

**第Ⅰ卷(选择题 共60分)**

**一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 直线的倾斜角为( )

A.  B.  C.  D. 

2. 已知复数*z*满足(i为虚数单位)，则复数*z*的共轭复数( )

A.  B.  C.  D. 

3. 已知数列满足，若，则( )

A. -1 B.  C. 1 D. 2

4. 过点引直线，使，两点到直线的距离相等，则这条直线的方程是( )

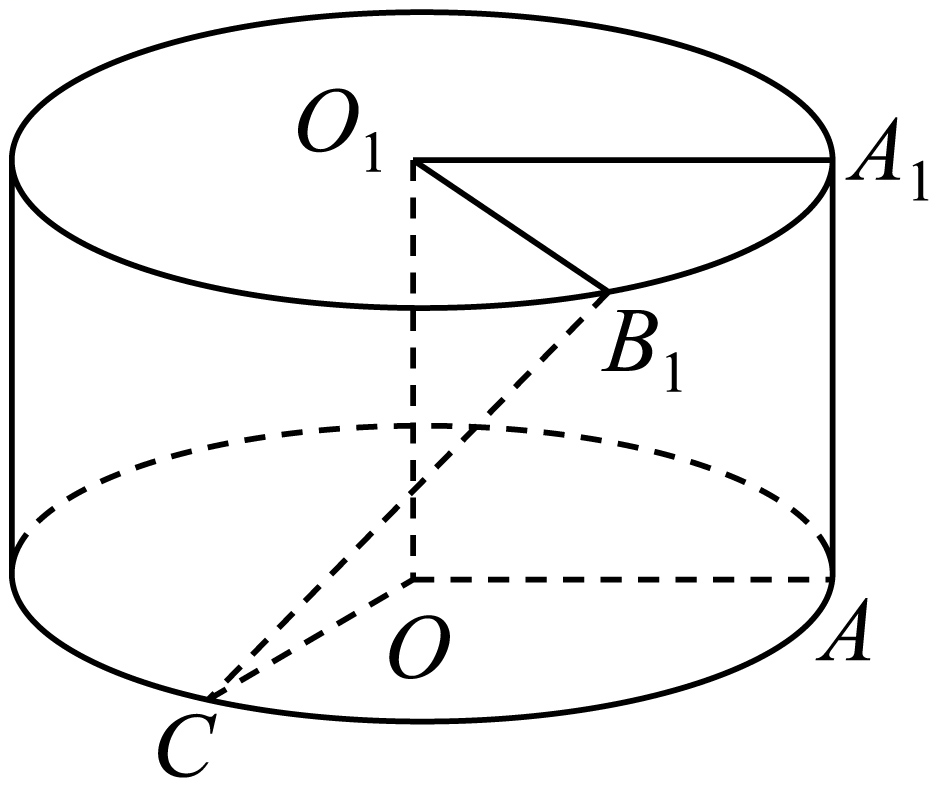
A.  B. 

C. 或 D. 或

5. 已知是抛物线：焦点，过上一点作其准线的垂线，垂足为，若，则点的横坐标是( )

A.  B.  C.  D. 1

6. 将边长为正方形(及其内部)绕旋转一周形成圆柱，如图，长为，长为，其中与在平面的同侧.则异面直线与所成的角的大小为( )



A.  B. 

C.  D. 

7. 设数列的前*n*项和为，若，则( )

A. 243 B. 244 C. 486 D. 488

8. 已知、是椭圆的左、右焦点，点是椭圆上任意一点，以为直径作圆，直线与圆交于点(点不在椭圆内部)，则

A.  B. 4 C. 3 D. 1

**二、选择题：本大题共4小题，每小题5分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 设数列，的前项和分别为，，则下列命题正确的是( )

A. 若，则数列为等差数列

B. 若，则数列为等比数列

C. 若数列是等差数列，则，，成等差数列

D. 若数列是等比数列，则，，成等比数列

10. (多选)已知圆，直线.则以下几个命题正确的有( )

A. 直线恒过定点 B. 圆被轴截得的弦长为

C. 直线与圆恒相交 D. 直线被圆截得最长弦长时，直线的方程为

11. 已知空间四点，则下列说法正确的是( )

A  B. 

C. 点*O*到直线的距离为 D. *O*，*A*，*B*，*C*四点共面

12. 过双曲线的左焦点作直线交于、两点，则( )

A. 若，则直线只有条 B. 若，则直线有条

C. 若，则直线有条 D. 若，则直线有条

**第Ⅱ卷(非选择题 共90分)**

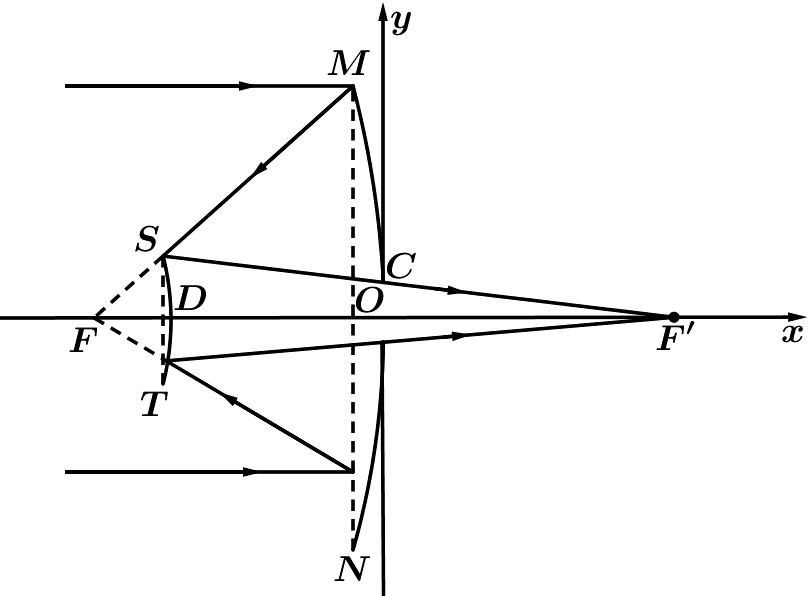
**三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.请将答案填在答题卡对应题号的位置上.答错位置，书写不清，模棱两可均不得分.**

13. 已知圆与圆相交于，两点，则直线的方程为\_\_\_\_\_\_．

14. 若数列的通项公式是，则等于\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

15. 空间直角坐标系中，过点且一个法向量为的平面的方程为，过点且方向向量为的直线的方程为，阅读上面材料，并解决下面问题：已知平面的方程为，直线是两个平面与的交线，则直线与平面所成角的正弦值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

16. 抛物线的光学性质：平行于抛物线的对称轴的光线经抛物线反射后经过抛物线的焦点双曲线的光学性质：从双曲线一个焦点发出的光，经过双曲线反射后，反射光线的反向延长线都汇聚到双曲线的另一个焦点上这些性质可以应用在天文望远镜的设计等方面卡塞格林式望远镜是由两块反射镜组成的望远镜，如图中心截面示意图所示反射镜中大的称为主镜，小的称为副镜，通常在主镜的中央开孔，成像于主镜后面.主镜是凹抛物面镜中心截面是抛物线，当来自天体平行对称轴的光线投射到主镜上，经过主镜反射，将会汇聚到卡塞格林焦点*F*处，但光线尚未完全汇聚时，又受到以*F*为焦点的凸双面镜中心截面是双曲线*D*的一支的反射，穿过主镜中心孔后汇聚于另一个焦点处以的中点为原点，为*x*轴，建立平面直角坐标系若单位：米，则抛物线*C*的方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_凹抛物面镜的口径*MN*为，凸双面镜的口径*ST*为，若所有被凹抛物面镜汇聚的光线恰好都能被凸双曲面镜反射，则双曲线*D*的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.



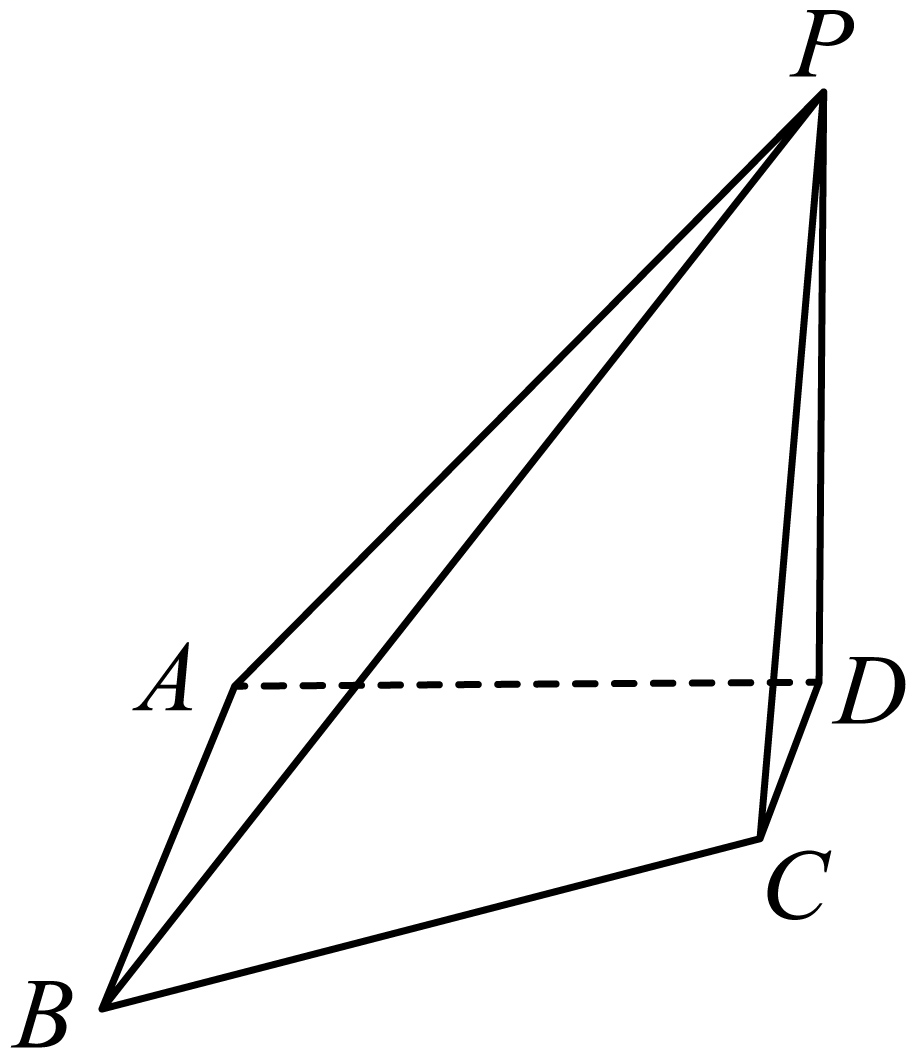
**四、解答题：本大题共6个小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 已知圆过三个点.

(1)求圆的方程；

(2)过原点的动直线与圆相交于不同的两点，求线段的中点的轨迹.

18. 如图，在四棱锥中，底面四边形为直角梯形，，，，，，.



(1)求证：平面平面；

(2)求平面和平面的夹角大小.

19. 记数列的前*n*项之积为.

(1)若为等比数列，，，求；

(2)若为等比数列，，，求数列的前*n*项和.

20. 已知椭圆的左､右焦点分别为，，点为椭圆上一点.

(1)求椭圆的方程；

(2)过点作动直线与椭圆交于*A*，两点，过点*A*作直线的垂线，垂足为，求证：直线过定点.

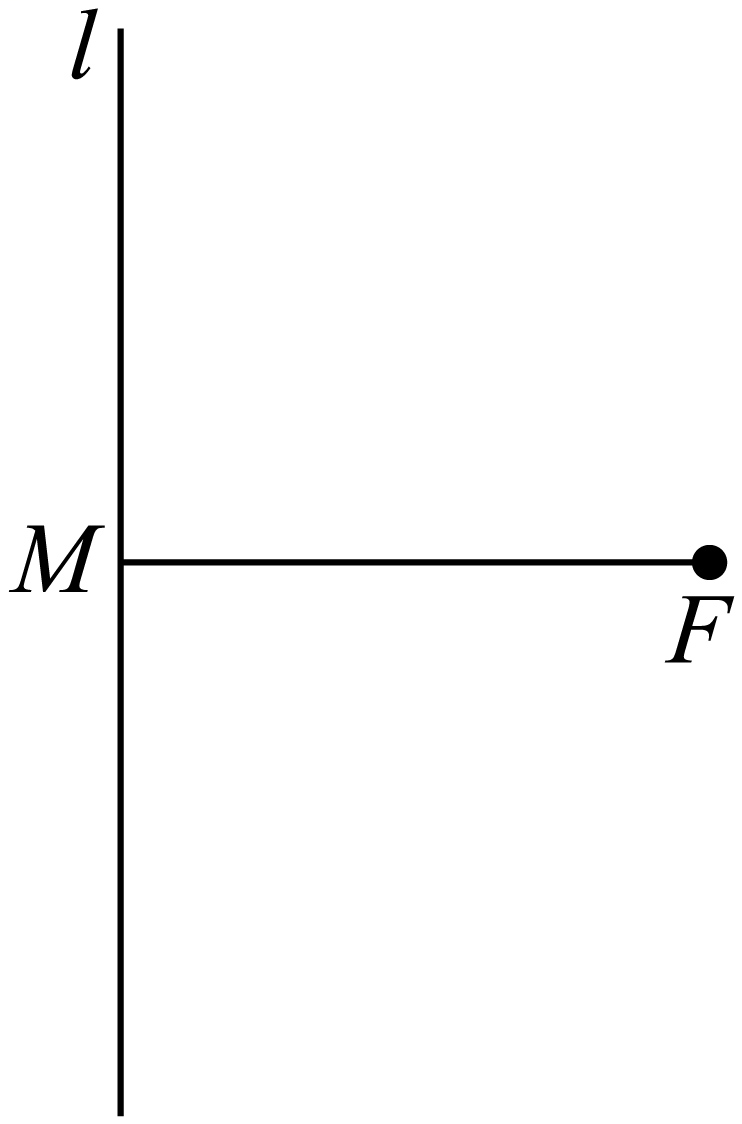
21. 容器*A*内装有6升浓度为20%酒精水溶液，容器*B*内装有4升浓度为5%的酒精水溶液，先将*A*内的酒精水溶液倒1升进入*B*内，再将*B*内的酒精水溶液倒1升进入*A*内，称为一次操作；这样反复操作*n*次，*A*、*B*容器内的酒精水溶液浓度分别为，.(酒精水溶液浓度=(酒精水溶液中乙醇体积/酒精水溶液总体积)×100%)

(1)请计算，，并判断数列否为等比数列?若是，求出其通项公式；若不是，请说明理由；

(2)至少要经过几次操作，*A*、*B*两容器中溶液浓度之差小于1%?(，)

(3)求，的表达式.

22. 如图所示，定点到定直线的距离.动点到定点的距离等于它到定直线距离的2倍.设动点的轨迹是曲线.



(1)请以线段所在的直线为轴，以线段上的某一点为坐标原点，建立适当的平面直角坐标系，使得曲线经过坐标原点，并求曲线的方程；

(2)请指出(1)中的曲线的如下两个性质：①范围；②对称性.并选择其一给予证明.

(3)设(1)中的曲线除了经过坐标原点，还与轴交于另一点，经过点的直线交曲线于，两点，求证：.