**杭州二中2022学年第一学期高二年级期末考**

**数学试卷**

**本试卷分为第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，共150分，考试时间120分钟.**

**第Ⅰ卷(选择题)**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知直线斜率等于，则该直线的倾斜角为( )

A.  B.  C.  D. 

2. 为做好“新冠肺炎”疫情防控工作，我校坚持每日测温报告，以下是某班8名同学体温记录：36.1，36.3，36.3，36.4，36.4，36.5，36.6，36.7(单位：)，则该组数据的第60百分位数为( )

A. 36.3 B. 36.4 C. 36.45 D. 36.5

3. 已知点和，点在轴上，且直角，则点坐标为( )

A.  B. 或 C. 或 D. 

4. 已知数列是递增的等比数列，，，则公比( )

A.  B. 1 C.  D. 

5. 已知圆与圆，动圆同时与圆及相外切，则动圆圆心的轨迹为( )

A. 椭圆 B. 椭圆和一条直线

C. 双曲线和一条射线 D. 双曲线的一支

6. 已知椭圆，过椭圆的左顶点*A*作直线，与椭圆和轴分别交于点和点，过原点且平行于的直线与椭圆交于点，则( )

A. ，，始终成等比数列

B. ，，始终成等比数列

C. ，，始终成等比数列

D ，，始终成等比数列

7. 在三棱锥中，，，是的中点，满足，则异面直线，所成角的余弦值为( )

A.  B.  C.  D. 

8. 已知双曲线的左焦点为，左顶点为，为左准线上动点，则的最大值为( )

A.  B.  C.  D. 

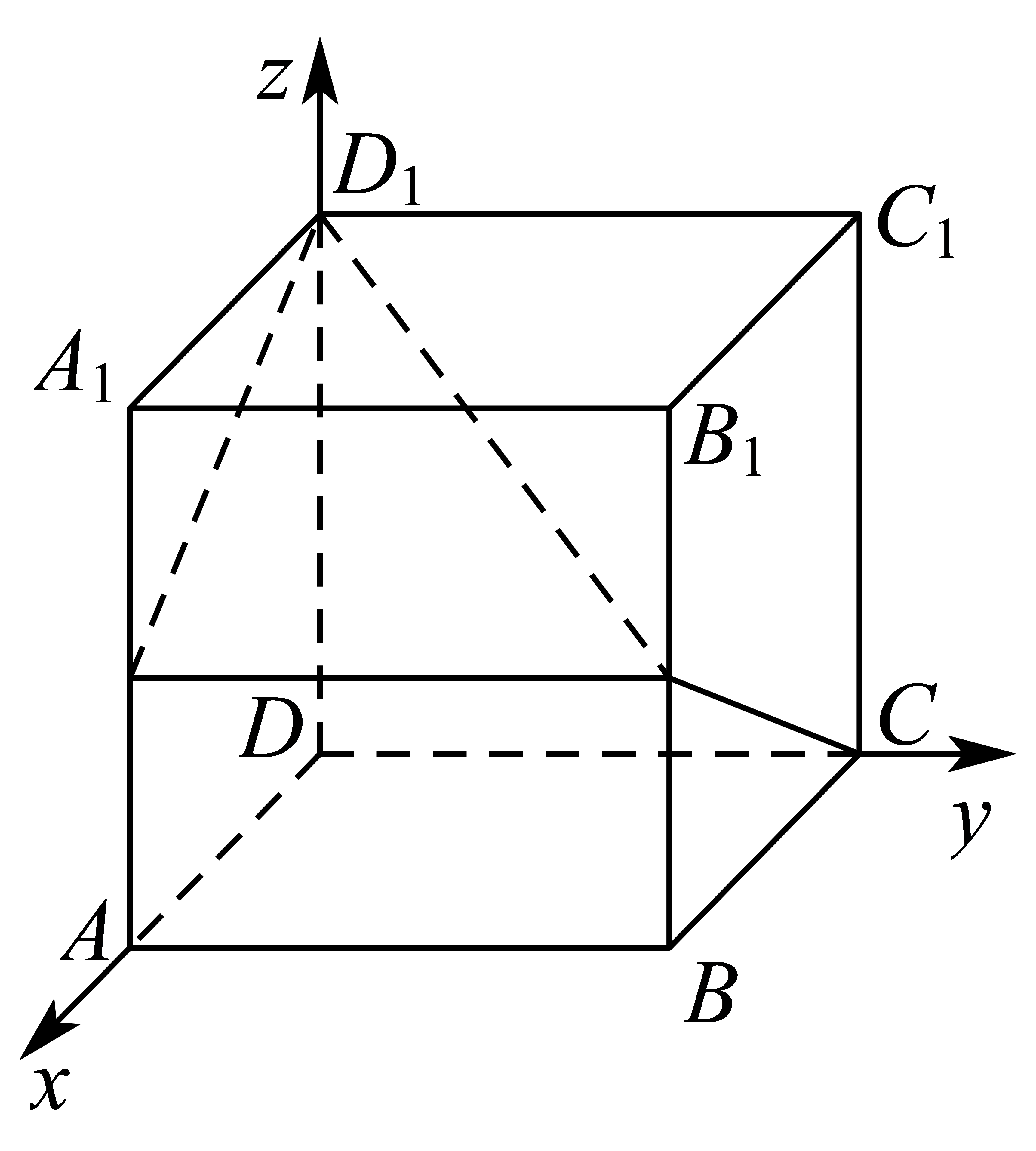
**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．**

9. 不透明的袋子中有5个大小质地完全相同的球，其中3个红球、2个黄球.记为事件“从中任取1个球是红球”，为事件“在有放回随机抽样中，第二次取出1个球是红球”，则( )

A.  B. 

C. 事件与是互斥事件 D. 事件与是相互独立事件

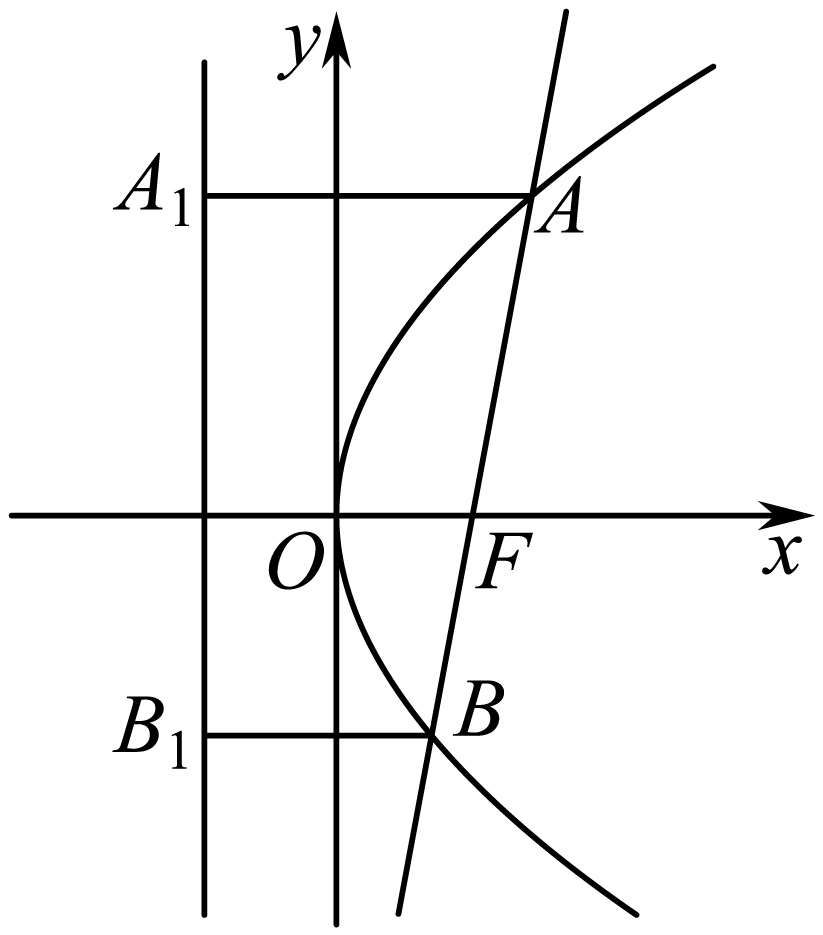
10. 如图所示，在棱长为2的正方体中，，分别为棱和的中点，则( )



A. 平面 B. 

C. 是平面的一个法向量 D. 点到平面的距离为

11. 如图所示，抛物线的焦点为，过焦点的直线交抛物线于，两点，分别过点，作准线的垂线，垂足分别为，，则( )



A. ，两点的纵坐标之积为定值 B. 以线段为直径的圆与准线相切

C. 点在以为直径的圆外 D. 直线经过原点

12. 欧拉函数的函数值等于所有不超过正整数，且与互素的正整数的个数(互素是指两个整数的公约数只有1)，例如，，，则( )

A.  B. 数列是递增数列

C. 的前10项中最大项为第3项 D. 的前项和，则

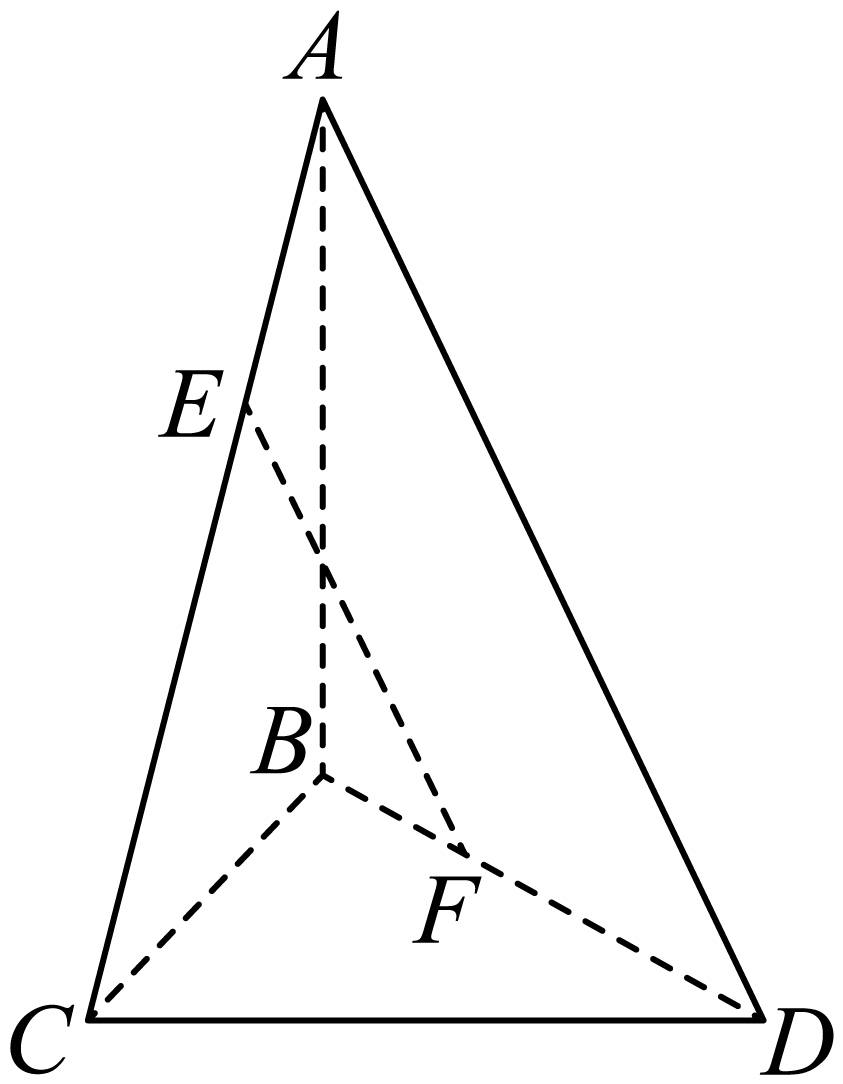
**第Ⅱ卷(非选择题)**

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13. 双曲线的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14. 已知数列{}的前*n*项和为，则该数列的通项公式\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

15. 在《九章算术》中，将四个面都是直角三角形的四面体称之为鳖臑.如图所示，四面体为鳖臑，平面，，，，分别是棱和上的动点，且，则的长最小为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.



16. 在平面直角坐标系中，点的坐标满足，其中，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17. 已知数列满足，.

(1)求，，；

(2)试猜想数列的通项公式，并用数学归纳法证明.

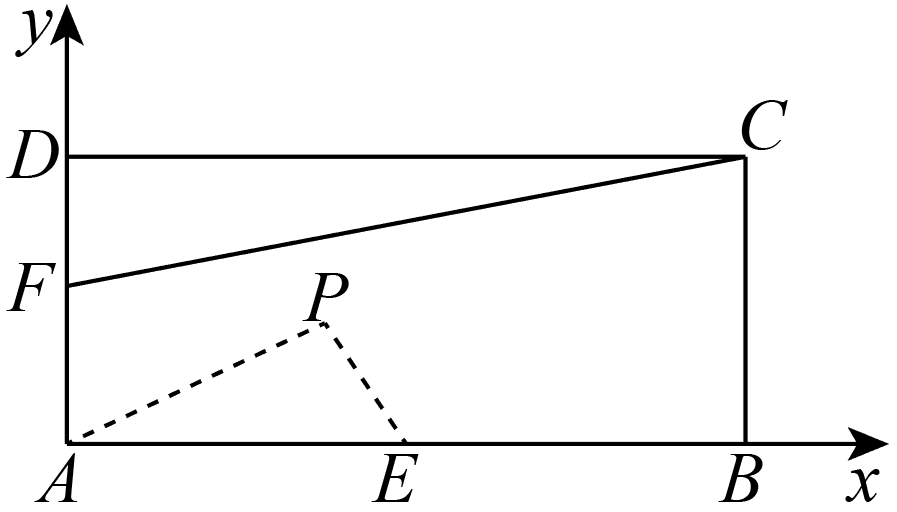
18. 在一次期中考试后,学校教学处对数学考试情况进行分析,考生的成绩(单位:分)分布大致如下:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 考生数学分数的区间 |  |  |  |  |
| 比例 |  |  |  |  |

(1)估计本次数学考试成绩的众数、中位数以及平均数;

(2)为了进一步了解学生的数学学习情况,用按比例分配的分层随机抽样方法,在和两组中抽取7名同学,再从这7名同学中随机抽取2名同学进行访谈,求抽取的这2名同学恰好有1人成绩在内的概率.

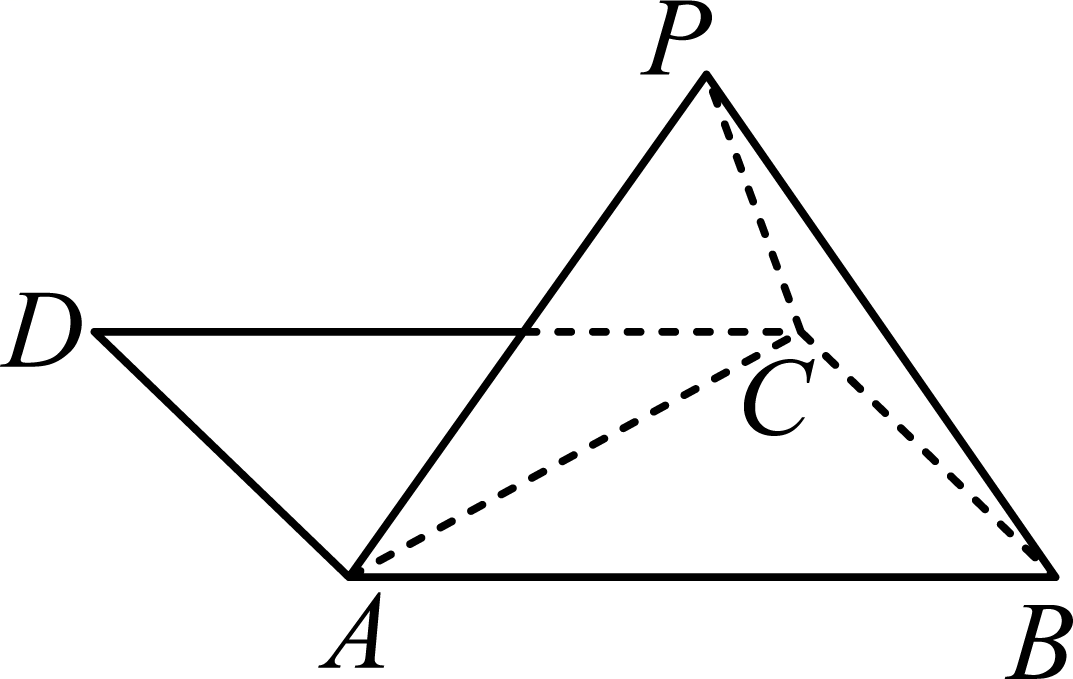
19. *VEX*亚洲机器人比赛是全球两大机器人赛事之一.如图所示，在某次比赛中，主办方设计了一个矩形坐标场地(包含边界和内部，为坐标原点)，长12米，长5米.在处有一只电子狗，在边上距离点米的点处放置机器人，电子狗的运动速度是机器人运动速度的两倍.若电子狗和机器人从起始位置同时出发，在场地内沿直线方向同时达到某点，那么电子狗被机器人捕获，称点为成功点.



(1)求成功点轨迹方程；

(2)为了记录比赛情况，摄影机从边上某点处沿直线方向往点运动，要求直线与点的轨迹没有公共点，求点纵坐标的取值范围.

20. 如图所示，正方形中，将沿折起至.



(1)求证：；

(2)记二面角的大小为. 当时，求异面直线和所成角的余弦值的范围.

21. 已知数列的首项，且满足.

(1)求数列的通项公式；

(2)设，求数列的前项和.

22. 已知双曲线：与双曲线：的渐近线相同，且经过点．

(1)求双曲线的方程；

(2)过点的直线与双曲线的右支交于，两点，与轴交于点.设，，求的取值范围.