**2022-2023学年上学期高二年级学业水平测试**

**数学试题**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1. 已知直线与直线垂直，则( )

A.  B. 1 C. 2 D. 4

2. 等差数列的前*n*项和为，且满足，则( )

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

3. 已知直线*l*过点，方向向量为，则原点到距离为( )

A. 1 B.  C.  D. 3

4. 已知圆与圆，若与有且仅有一条公切线，则实数的值为( )

A.  B.  C.  D. 

5. 在三棱锥中，点*M*是中点，若，则( )

A. 0 B.  C. 1 D. 2

6. 已知点*P*在双曲线的右支上，直线交曲线*C*于点*Q*(异于*P*)，点*F*为*C*的左焦点，若为锐角，则*b*的取值范围为( )

A.  B.  C.  D. 

7. 在平行六面体中，，，则直线与直线所成角的余弦值为( )

A. 0 B.  C.  D. 1

8. 椭圆的左焦点为*F*，右顶点为*A*，以*F*为圆心，为半径的圆与*E*交于点*P*，且，则*E*的离心率为( )

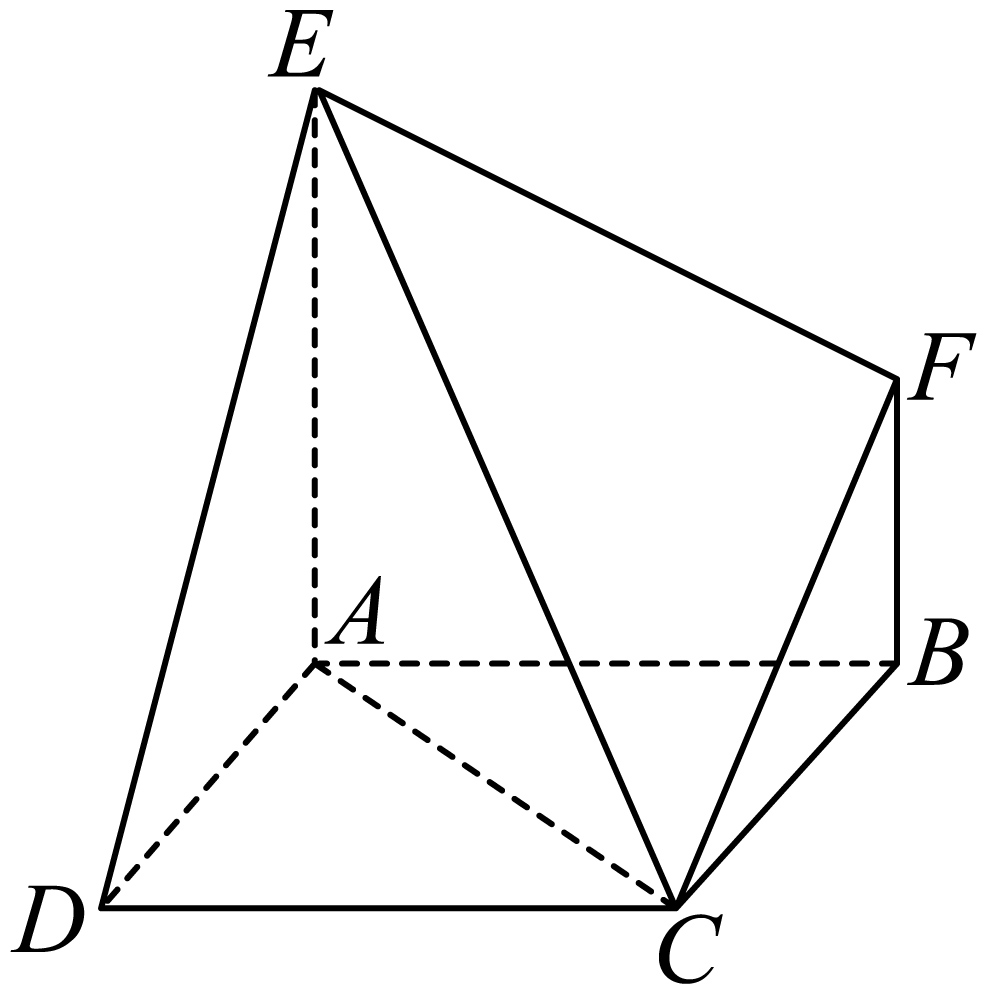
A.  B.  C.  D. 

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．**

9. 已知椭圆与椭圆，则( )

A.  B. 短轴长相等 C. 焦距相等 D. 离心率相等

10. 如图，四边形为正方形，，平面，，点在棱上，且，则( )



A. 当时，平面

B. 当时，平面

C. 当时，点到平面的距离为

D. 当时，平面与平面的夹角为

11. 2022年11月29日23时08分，我国自主研发的神舟十五号载人飞船成功对接于空间站“天和”核心舱前向端口，并实现首次太空会师．我国航天员在实验舱观测到一颗彗星划过美丽的地球，彗星沿一抛物线轨道运行，地球恰好位于这条抛物线的焦点．当此彗星离地球4千万公里时，经过地球和彗星的直线与抛物线的轴的夹角为，则彗星与地球的最短距离可能为(单位：千万公里)( )



A.  B.  C. 1 D. 3

12. 大自然的美丽，总是按照美的密码进行，而数学是美丽的镜子，斐波那契数列，就用量化展示了一些自然界的奥妙．譬如松果、风梨的排列、向日葵花圈数、蜂巢、黄金矩形、黄金分割等都与斐波那契数列有关．在数学上，斐波那契数列可以用递推的方法来定义：，则( )

A. 

B. 

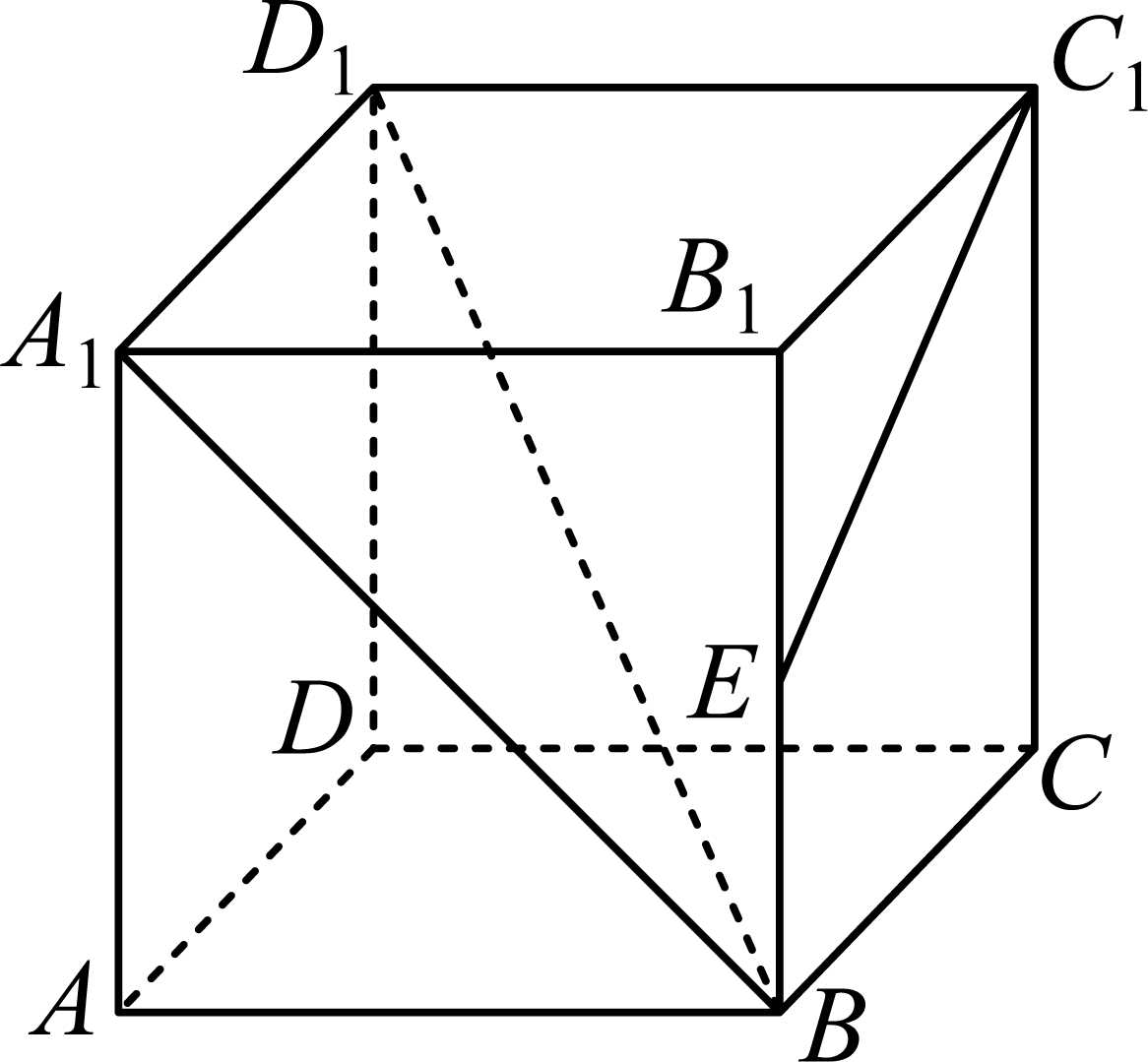
C. 

D. 

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13. 写出双曲线的一条渐近线方程\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14. 正方体中，*E*为线段的中点，则直线与平面所成角的正弦值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

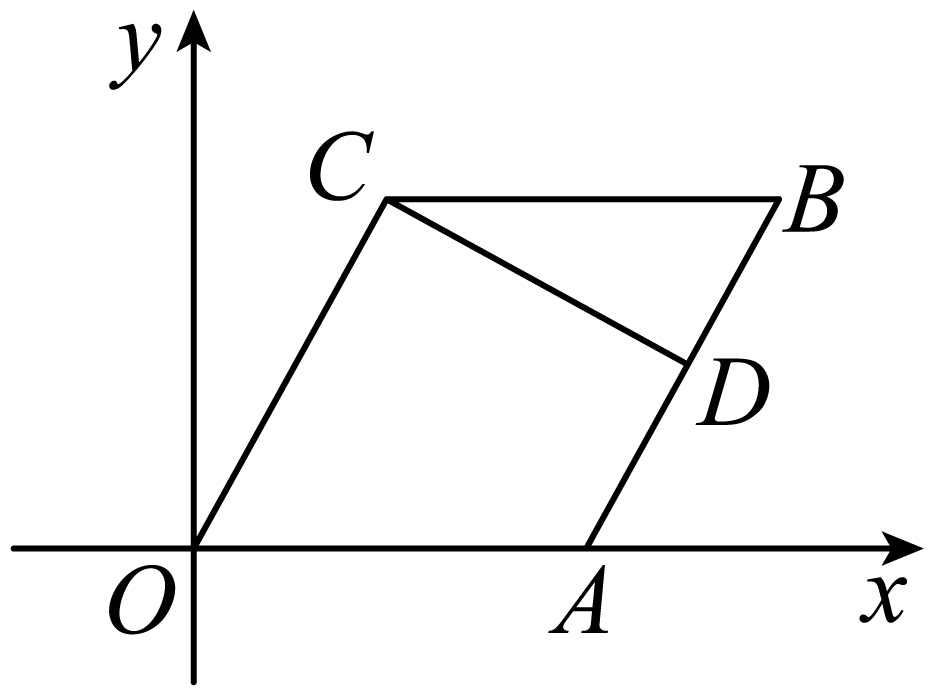


15. 在平面上给定相异的两点*A*，*B*，设点*P*与*A*，*B*在同一平面上，满足，当且时，点*P*的轨迹是一个圆，这个圆我们称作阿波罗尼斯圆．在中，，边中点为，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

16. 平面上一系列点，其中，已知在曲线上，圆与*y*轴相切，且圆与圆外切，则的坐标为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；记，则数列的前6项和为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**四、解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17. 如图，在平面直角坐标系中，四边形为菱形，，点*D*为的中点，的外接圆为圆*M*．



(1)求圆*M*的方程；

(2)求直线被圆*M*所截得的弦长．

18. 已知等比数列的各项均为正数，且．

(1)求数列的通项公式；

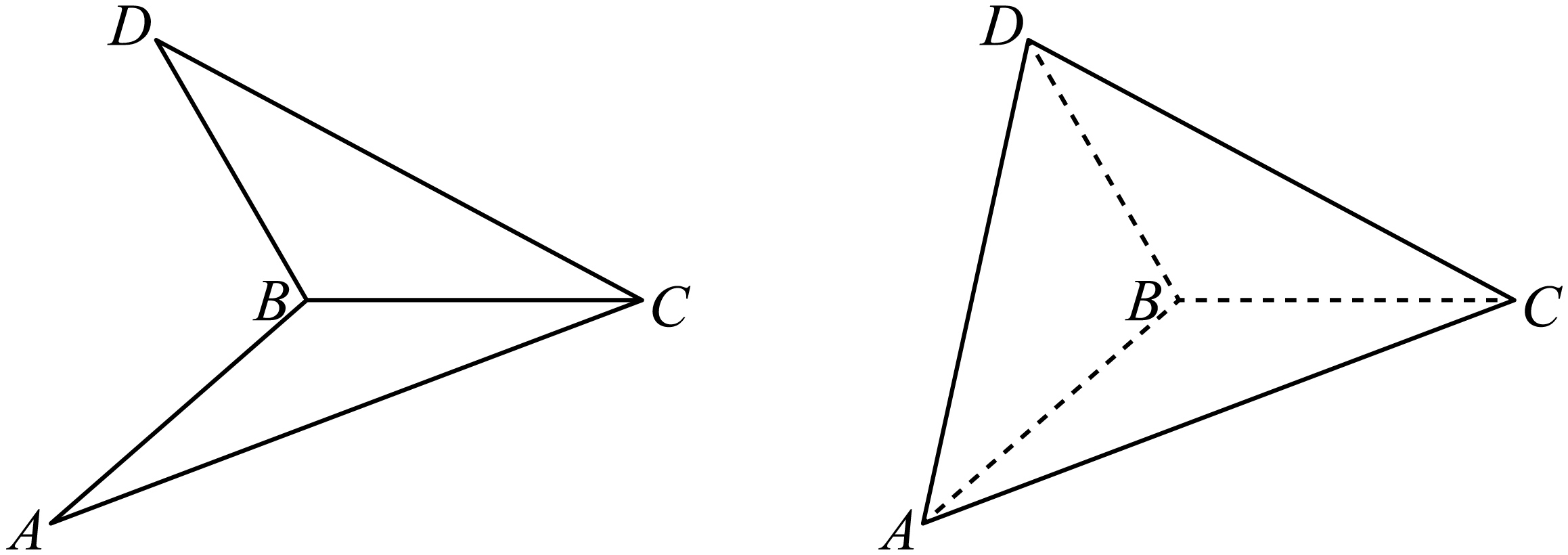
(2)设，求数列的前*n*项和．

19. 已知点，点*B*为直线上的动点，过点*B*作直线的垂线*l*，且线段的中垂线与*l*交于点*P*．

(1)求点*P*轨迹的方程；

(2)设与*x*轴交于点*M*，直线与交于点*G*(异于*P*)，求四边形面积的最小值．

20. 世界上有许多由旋转或对称构成的物体，呈现出各种美．譬如纸飞机、蝴蝶的翅膀等．在中，．将绕着旋转到的位置，如图所示．



(1)求证：；

(2)当三棱锥体积最大时，求平面和平面的夹角的余弦值．

21. 甲、乙两大超市同时开业，第一年的全年销售额均为1千万元，由于管理经营方式不同，甲超市前*n*年的总销售额为千万元，乙超市第*n*年的销售额比前一年的销售额多千万元．

(1)分别求甲、乙超市第*n*年销售额表达式；

(2)若其中一家超市的年销售额不足另一家超市的年销售额的50%，则该超市将被另一超市收购，判断哪一超市有可能被收购？如果有这种情况，至少会出现在第几年？

22. 已知椭圆过点，且离心率．

(1)求*E*的方程；

(2)过作斜率之积为1的两条直线与，设交*E*于*A*，*B*两点，交*E*于*C*，*D*两点，的中点分别为*M*，*N*．探究：与的面积之比是否为定值？若是，请求出定值；若不是，请说明理由．