**高二年级考试**

**数学试题**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 若直线与直线平行，则实数*k*的值为( )

A.  B.  C.  D. 3

【答案】D

【解析】

【分析】利用两直线平行斜率相等，求出实数*k*的值.

【详解】因为直线与直线平行，

所以两直线斜率相等，即.

故选：D.

2. 已知等差数列的首项，公差，则( )

A. 7 B. 9 C. 11 D. 13

【答案】C

【解析】

【分析】根据等差数列的通项公式可算出答案.

【详解】因为等差数列的首项，公差，所以

故选：C

【点睛】本题考查的是等差数列的通项公式，较简单.

3. 已知椭圆上的点到椭圆一个焦点的距离为7，则到另一焦点的距离为( )

A. 2 B. 3 C. 5 D. 7

【答案】B

【解析】

【分析】根据椭圆的定义列方程，求得到另一个焦点的距离.

【详解】根据椭圆定义可知，到两个焦点的距离之和为，所以到另一个焦点的距离为.

故选：B.

【点睛】本小题主要考查椭圆的定义，属于基础题.

4. 已知空间向量，满足，则实数的值是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】由已知条件得出，结合空间向量数量积的坐标运算可求得实数的值.

【详解】由已知条件得出，解得.

故选：D.

5. 已知圆，过点(1，2)的直线被该圆所截得的弦的长度的最小值为( )

A. 1 B. 2

C. 3 D. 4

【答案】B

【解析】

【分析】当直线和圆心与点的连线垂直时，所求的弦长最短，即可得出结论.

【详解】圆化为，所以圆心坐标为，半径为，

设，当过点的直线和直线垂直时，圆心到过点的直线的距离最大，所求的弦长最短，此时

根据弦长公式得最小值为.

故选：B.

【点睛】本题考查圆的简单几何性质，以及几何法求弦长，属于基础题.

6. 我国古代数学著作《九章算术》中有如下问题：“今有女子善织，日自倍，五日织五尺…”其大意为：“有一位善于织布的女子，每天织的布都是前一天的2倍，5天共织了5尺布…”．那么该女子第一天织布的尺数为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】设第一天织布尺数为，则由题意有，据此可得答案.

【详解】设第一天织布的尺数为，则

.

故选：B

7. 设、是轴上的两点，点*P*的横坐标为2，且，若直线*PA*的方程为，则直线*PB*的方程为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据直线*PA*的方程，确定出的倾斜角，利用且、在轴上，可得的倾斜角，求出的坐标，然后求出直线的方程．

【详解】解：由于直线的方程为，故其倾斜角为，

又，且、是轴上两点，故直线的倾斜角为，

又当时，，即，

直线的方程为，即．

故选：A．

8. 是从点*P*出发的三条射线，每两条射线的夹角均为，那么直线与平面所成角的余弦值是( )

A.  B.  C.  D. 

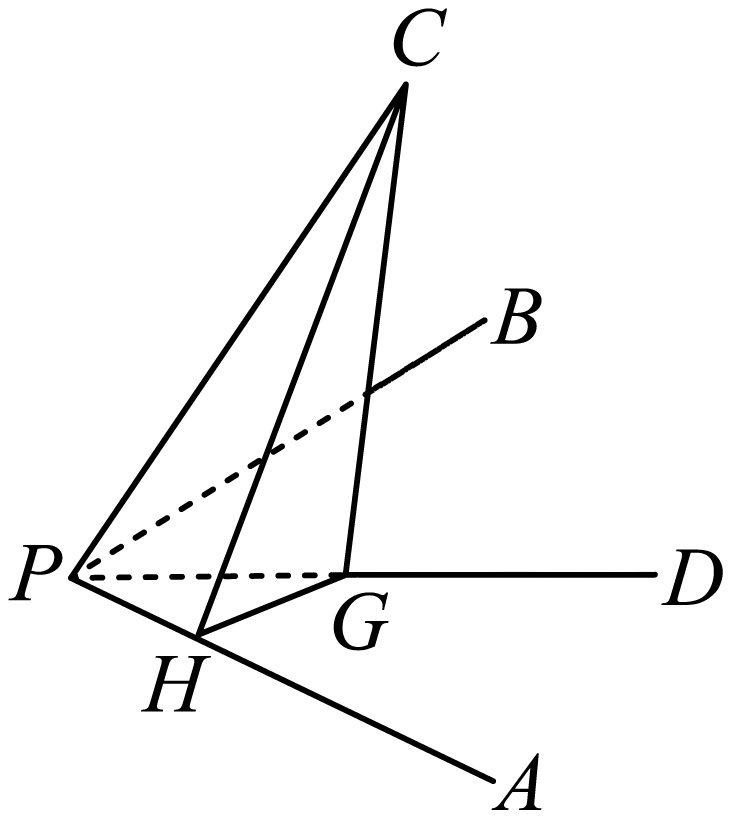
【答案】B

【解析】

【分析】作图，找到直线在平面上的投影在构建多个直角三角形，找出边与角之间的关系，继而得到线面角；也可将三条射线截取出来放在正方体中进行分析.

【详解】解法一：

如图，设直线在平面的射影为，



作于点*G*，于点*H*，连接，

易得，又平面，则平面，又平面，则，

有

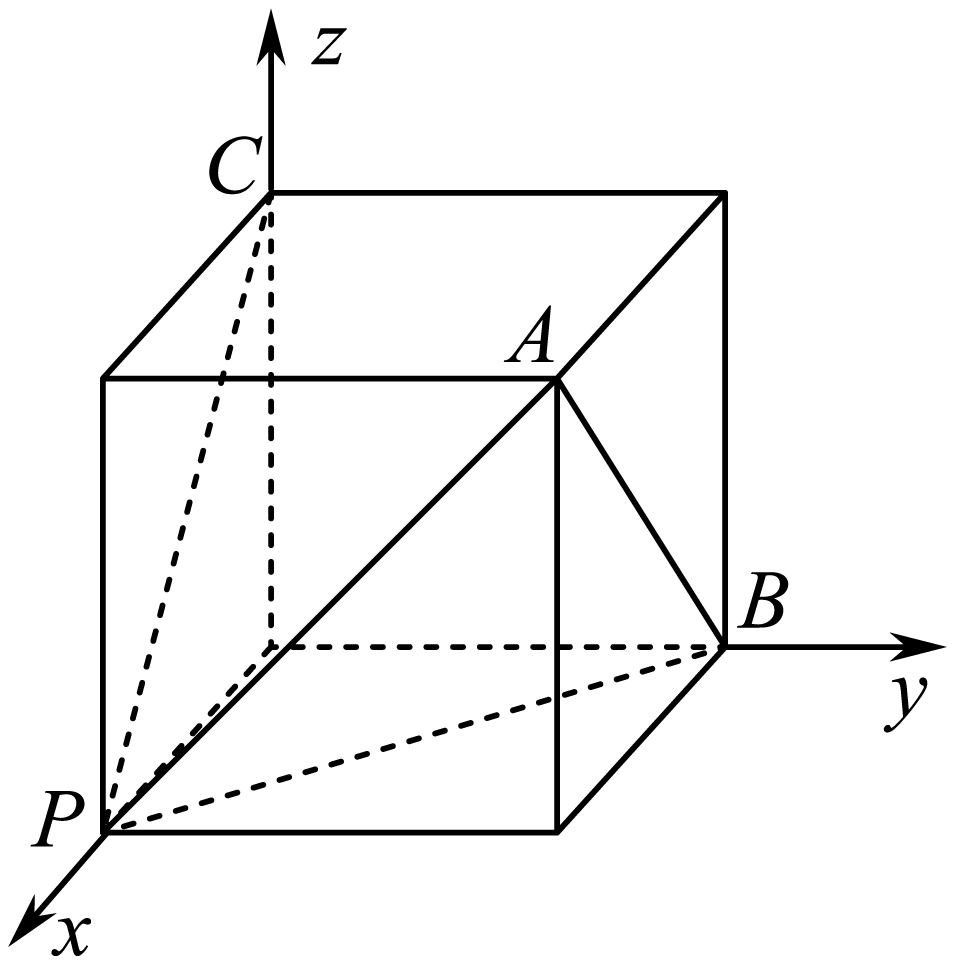
故．

已知，

故为所求．

解法二：

如图所示，把放在正方体中，的夹角均为．



建立如图所示的空间直角坐标系，设正方体棱长为1，

则，

所以，

设平面的法向量，则

令，则，所以，

所以．

设直线与平面所成角为，所以，

所以．

故选B．

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 下列说法正确的是( )

A. 直线必过定点

B. 直线在*y*轴上的截距为1

C. 过点且垂直于直线的直线方程为

D. 直线的倾斜角为120°

【答案】AC

【解析】

【分析】对于A，整理直线方程，合并出参数的系数，令其等于零，建立方程，可得答案；

对于B，将代入直线方程，结合截距的定义，可得答案；

对于C，根据直线之间的垂直关系，设未知直线方程，代入点，可得答案；

对于D，根据直线的一般式方程，明确直线的斜率，可得答案.

【详解】对于A，由直线方程，整理可得，当时，，故A正确；

对于B，将代入直线方程，可得，解得，故B错误；

对于C，由直线方程，则其垂线的方程可设为，将点代入上式，可得，解得，则方程为，故C正确；

对于D，由直线方程，可得其斜率为，设其倾斜角为，则，解得，故D错误.

故选：AC.

10. 已知椭圆内一点，过点*M*的直线*l*与椭圆*C*交于*A*，*B*两点，且*M*是线段*AB*的中点，椭圆的左，右焦点分别为，，则下列结论正确的是( )

A. 椭圆*C*的焦点坐标为，

B. 椭圆*C*的长轴长为4

C. 直线与直线的斜率之积为

D. 

【答案】BCD

【解析】

【分析】根据椭圆的几何性质、点差法、以及弦长公式求得正确答案.

【详解】依题意，椭圆，

所以，所以焦点坐标为，A选项错误.

长轴长，B选项正确.

，C选项正确.

设，则，

两式相减并化简得，

即直线的斜率为，直线的方程为，

由消去并化简得，

所以，所以.

故选：BCD

11. 已知数列的前*n*项和，则下列结论正确的是( )

A. 数列是递增数列 B. 数列不是等差数列

C. ，，成等差数列 D. ，，成等差数列

【答案】BCD

【解析】

【分析】由与的关系推导出数列的通项公式，判断选项A，B，分别计算出，，和，，，结合等差数列的定义判断选项C，D.

【详解】，

时，，

时，，即，.

，因此数列不是单调递增数列，故A错误；

又时，不满足，

数列不是等差数列，故B正确；

，，，

因此，，成等差数列，故C正确；

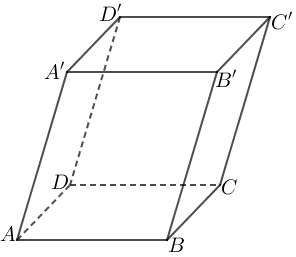
，，

．

成等差数列，故D正确.

故选：BCD.

12. 平行六面体 中，各棱长均为2，设，则下列结论中正确的有( )



A. 当时，

B. 和*BD*总垂直

C. *θ*的取值范围为

D. *θ=*60°时，三棱锥的外接球的体积是

【答案】ABC

【解析】

【分析】对于A，求正方体对角线即可判断；对于B，利用空间向量数量积运算即可判断；对于C，由正三棱锥

高与斜高的关系即可计算判断；对于D，求出正四面体外接球体积判断作答.

【详解】平行六面体 中，各棱长均为2，设，

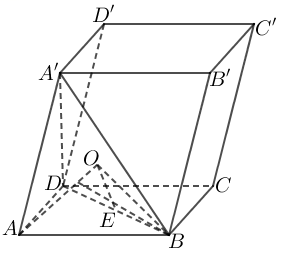
对于A，时，该平行六面体为正方体，其体对角线长，A正确；

对于B，，，因此，

，B正确；

对于C，连接，如图，依题意，为正三棱锥，取中点*E*，

令为正的中心，连，有平面，



正三棱锥的斜高，，则，

显然，，即，则，锐角，从而得，C正确；

对于D，当时，三棱锥为正四面体，三棱锥也是正四面体，它们全等，

由C选项知，，正四面体的外接球球心在线段*AO*上，设球半径为，

则有，整理得，解得，

于是得三棱锥外接球的体积，D不正确.

故选：ABC

【点睛】关键点睛：几何体的外接球的表面积、体积计算问题，借助球的截面小圆性质确定出球心位置是解题的关键.

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 准线方程为的抛物线的标准方程是\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【详解】抛物线的准线方程为，说明抛物线开口向左，且，所以抛物线的标准方程是．

14. 已知双曲线的对称轴为坐标轴，中心是坐标原点，渐近线方程为，请写出双曲线的一个离心率\_\_\_\_\_\_．

【答案】(答案不唯一)

【解析】

【分析】分类讨论双曲线的焦点在轴、轴两种情况，结合双曲线的渐近线方程及离心率公式计算可得.

【详解】当双曲线的焦点在轴时，其渐近线为，则，

所以离心率，

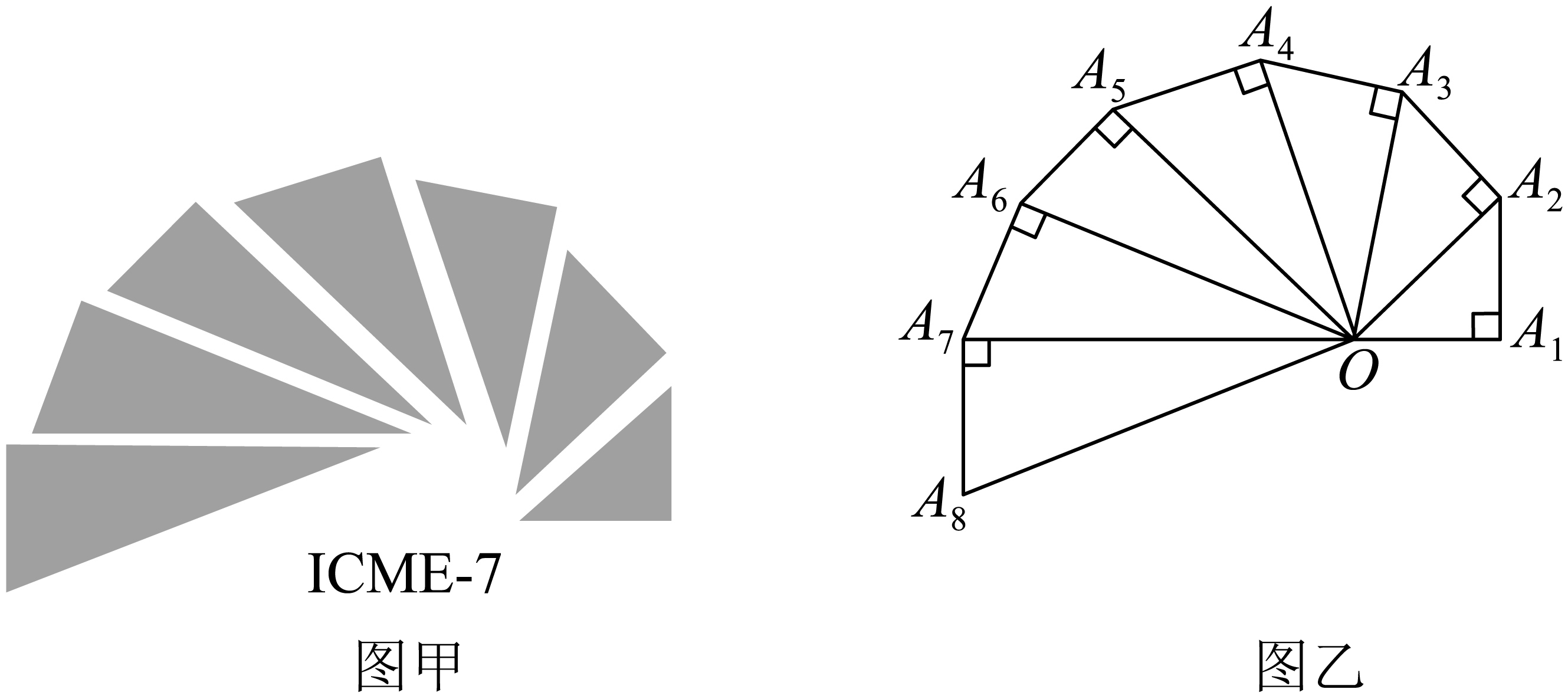
当双曲线的焦点在轴时，其渐近线为，则，即，

所以离心率，

综上，可得双曲线的离心率为或.

故答案为：(答案不唯一).

15. 如图甲是第七届国际数学教育大会(简称)的会徽图案，会徽的主体图案是由如图乙的一连串直角三角形演化而成的，其中，如果把图乙中的直角三角形继续作下去，记的长度构成数列，则此数列的通项公式为\_\_\_\_\_．



【答案】

【解析】

【分析】由图可知，由勾股定理可得,利用等差数列的通项公式求解即可.

【详解】根据图形，

因为都是直角三角形，

,

是以1为首项，以1为公差的等差数列，

，

，故答案为.

【点睛】本题主要考查归纳推理的应用，等差数列的定义与通项公式，以及数形结合思想的应用，意在考查综合应用所学知识解答问题的能力，属于与中档题.

16. 已知过点的直线与椭圆相交于不同的两点*A*和*B*，在线段*AB*上存在点*Q*，满足，则的最小值为\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】设，，，由四点共线，用向量共线关系表示两点坐标，又点在椭圆上，把坐标代入椭圆方程，得出点在一条定直线上，再求最短距离即可.

【详解】设，，，由，记，又四点共线，设，则由已知，且，.

由，得，

解得，同理，得，

解得，因为点在椭圆上，所以，即，①

同理点在椭圆上，所以，即，②

①-②得 ，因为

所以，故点在定直线上，

的最小值为点到直线的距离.

故答案：.

【点睛】解析几何中线段定比分点问题方法点睛：

1.在平面直角坐标系中，已知，，，且，,且，那么我们就说*P*分有向线段*AB*的比为，则有:

，这就是定比分点坐标公式.

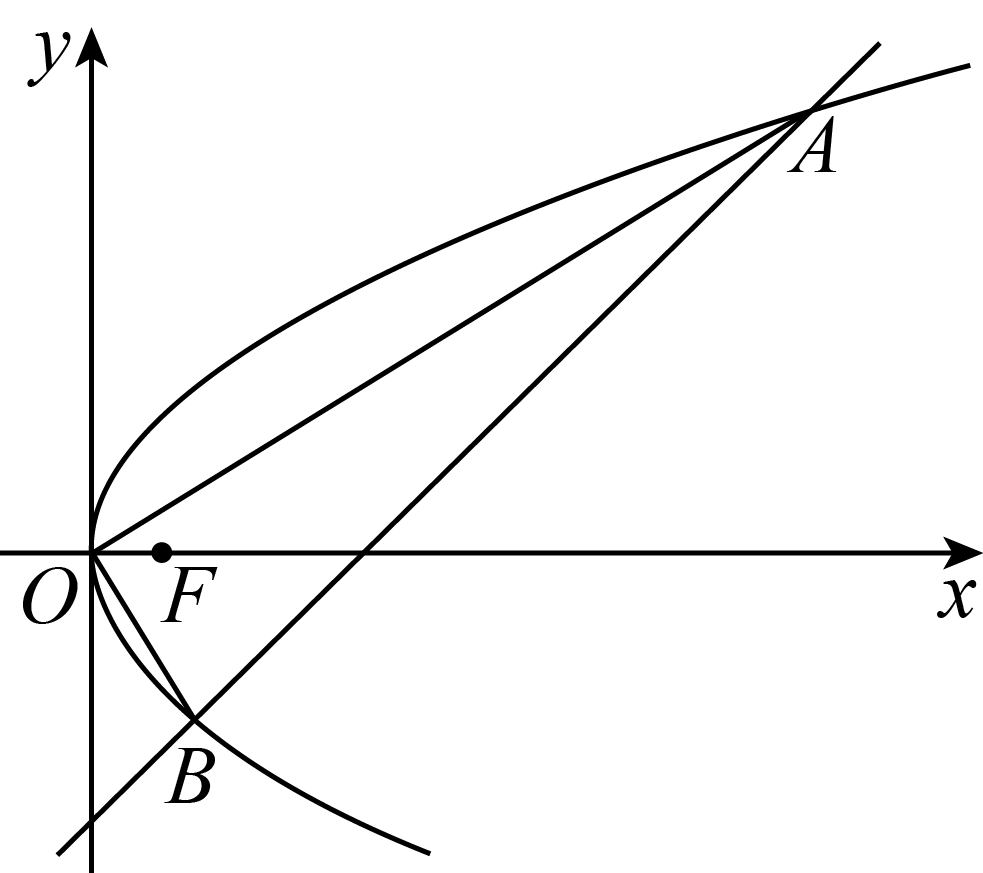
当*P*为内分点时， ；

当*P*为外分点时，  ().

2.这个公式在解决解析几何中向量共线或者点共线问题有着很强大的作用，运用好往往可以几步就解决一个大题.

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 如图，直线与抛物线相交于*A*，*B*两点．



(1)求线段*AB*的长；

(2)证明：．

【答案】(1)；

(2)证明见解析.

【解析】

【分析】(1)联立直线的方程和抛物线的方程，结合根与系数关系求得.

(2)根据根与系数关系、向量数量积等知识证得结论成立.

【小问1详解】

设，，由，得．

，，

所以．

【小问2详解】

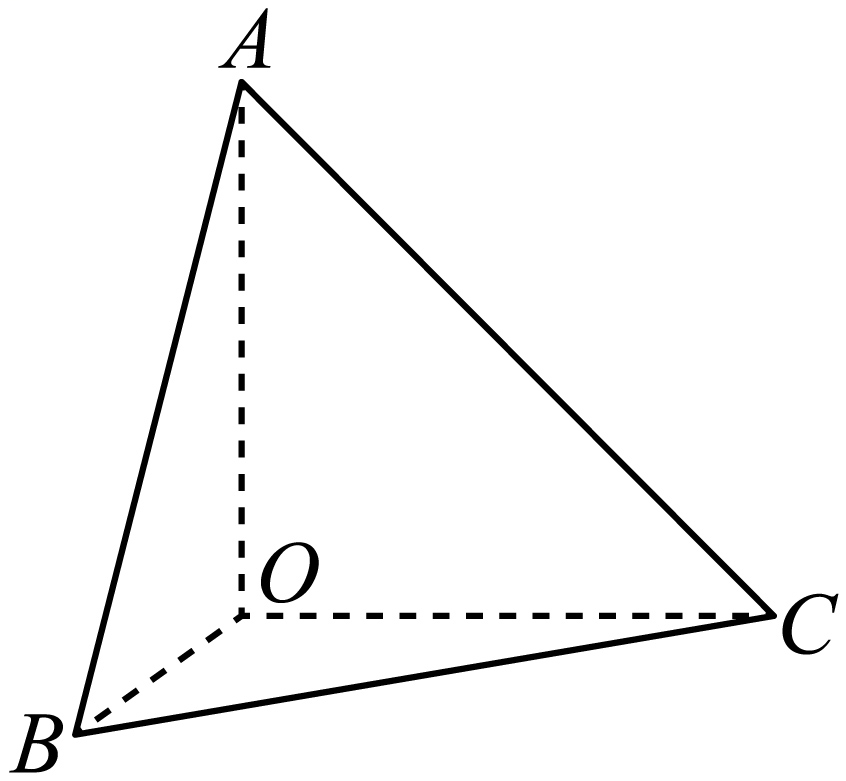
由(1)知：，，

所以，

所以，

所以．

18. 如图，在三棱锥中，，，两两垂直，，．



(1)求点到直线的距离；

(2)求直线与平面所成角的正弦值．

【答案】(1)

(2)

【解析】

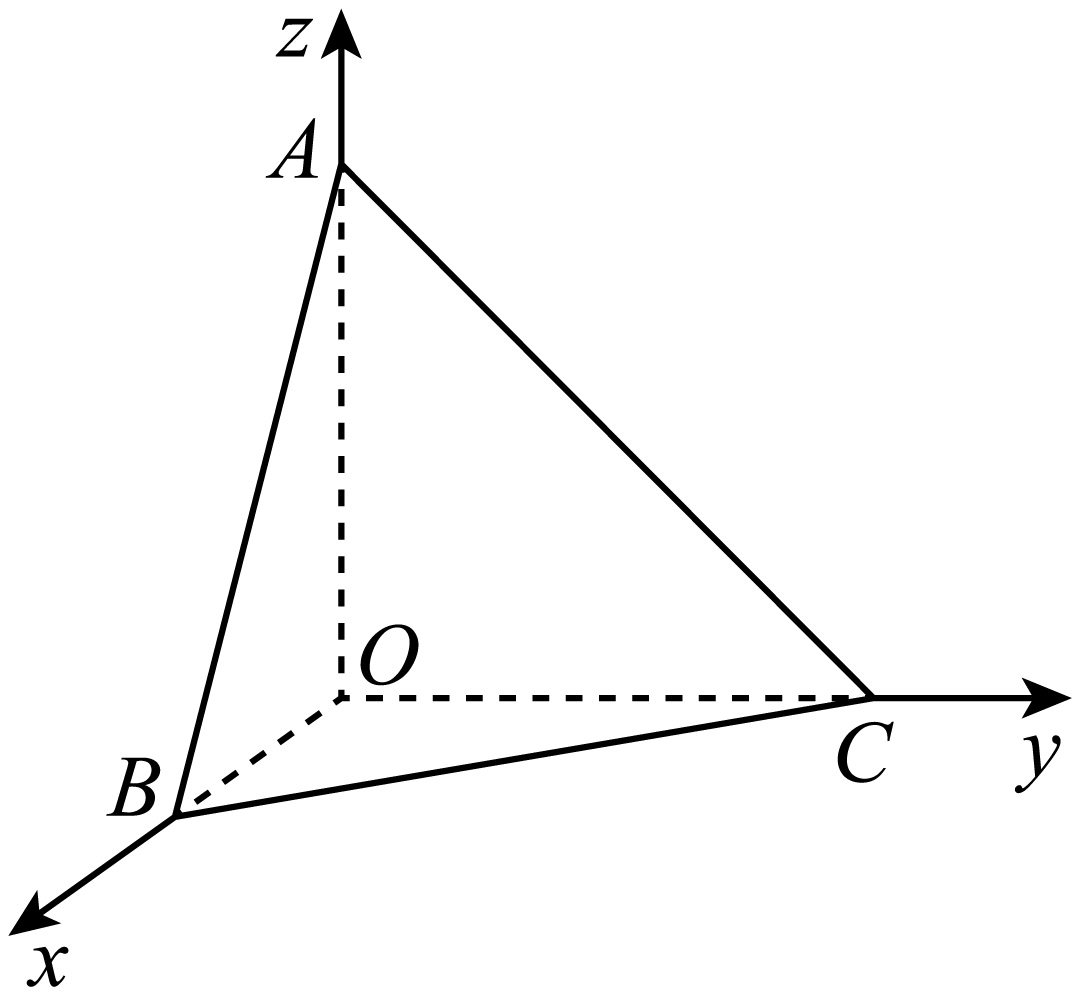
【分析】(1)建立空间直角坐标系，利用点与直线距离的空间向量法计算可得.

(2)利用直线与平面夹角的空间向量法计算可得

【小问1详解】

解：以为坐标原点，，，方向分别为，，轴正方向，建立如图所示的空间直角坐标系，

则，，，所以，，．



取，，则，，

所以点到直线的距离为．

小问2详解】

解：设是平面的一个法向量，则，所以，

取，解得，所以．

设直线与平面所成角为，

则，

所以直线与平面所成角的正弦值为．

19. 在数列的首项为 ，且满足．

(1)求证：是等比数列．

(2)求数列的前*n*项和．

【答案】(1)证明见解析； (2).

【解析】

【分析】(1)由，化简得到，结合等比数列的定义，即可求解；

(2)由(1)求得，分当为偶数和当为奇数，两种情况讨论，结合等比数列的求和公式，即可求解.

【详解】(1)由题意，数列满足，即，

则，

又由，可得，

所以数列表示首项为，公比为的等比数列.

(2)由(1)知，所以，

所以，

当为偶数时，可得；

当为奇数时，可得，

综上可得，.

20. 已知两个定点，，动点*P*满足．

(1)求点*P*的轨迹方程；

(2)若点*N*到直线*PM*的距离为1，求直线*PN*的方程．

【答案】(1)

(2)或

【解析】

【分析】(1)设点，后由结合两点间距离公式可得轨迹方程；

(2)由点*N*到直线*PM*的距离为1，可得，则可得直线*PM*方程为

或，将直线方程与轨迹方程联立可得点*P*坐标，后可得直线*PN*方程.

【小问1详解】

设点*P*的坐标为，因为，

所以．

整理得，所以点*P*的轨迹方程为．

【小问2详解】

因为点*N*到直线*PM*的距离为1，，

所以，直线*PM*的斜率为或，

所以直线*PM*的方程为或.

联立轨迹方程与，

可得，

解得或．得直线*PM*的方程为时，

*P*的坐标为或.直线*PM*的方程为时，*P*的坐标为或．

当*P*的坐标为时，直线*PN*的方程为：

，即.

*P*的坐标为时，直线*PN*的方程为：

，即.

*P*的坐标为时，直线*PN*的方程为：

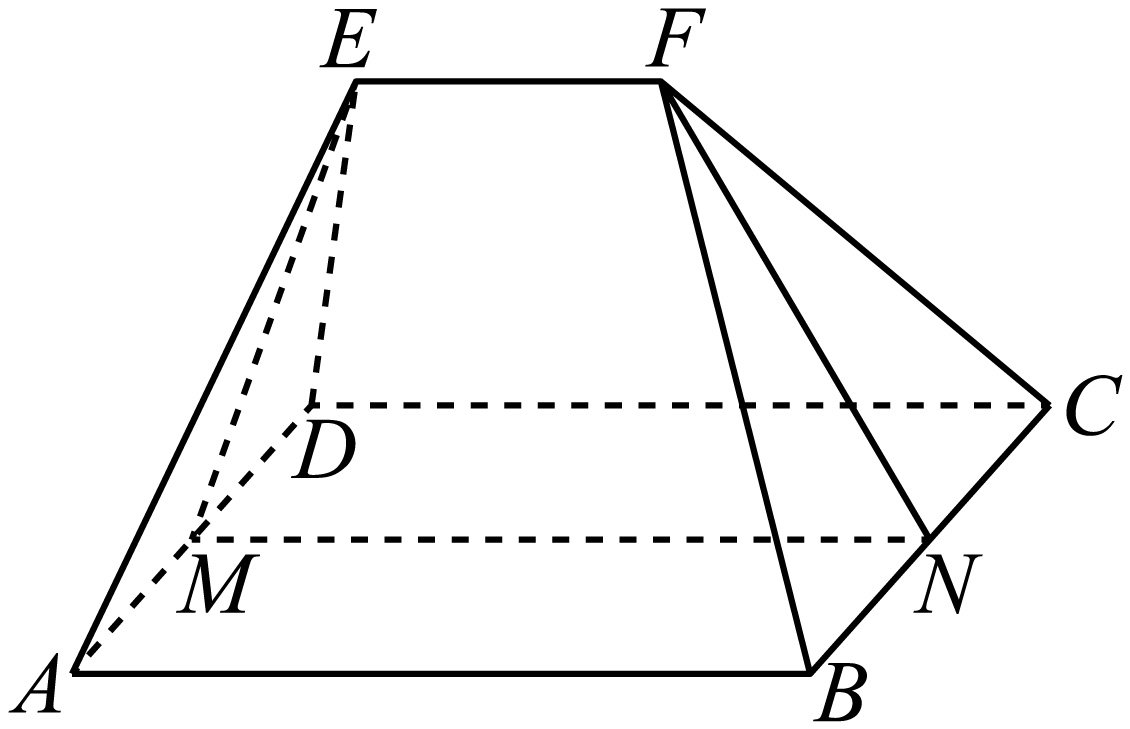
，即.

*P*的坐标为时，直线*PN*的方程为：

，即.

综上可得直线*PN*的方程为或

21. 歇山顶，即歇山式屋顶，为古代汉族建筑屋顶样式之一，宋朝称九脊殿、曹殿或厦两头造，清朝改称歇山顶，又名九脊顶，其屋顶(上半部分)类似于五面体形状．如图所示的五面体的底面*ABCD*为一个矩形，，，，棱，*M*，*N*分别是*AD*，*BC*的中点．



(1)求证：平面平面；

(2)求平面与平面夹角的余弦值．

【答案】(1)证明见解析

(2)

【解析】

【分析】(1)证明以及，根据面面垂直的判定定理即可证明结论；

(2)建立空间直角坐标系，求得相关点坐标，求得平面与平面法向量，根据向量的夹角公式即可求解.

【小问1详解】

因为，为中点，所以．

在矩形中，，分别是，的中点，所以．

又，，平面，所以平面．

又平面，所以平面平面．

【小问2详解】

在平面中，过作，为垂足．

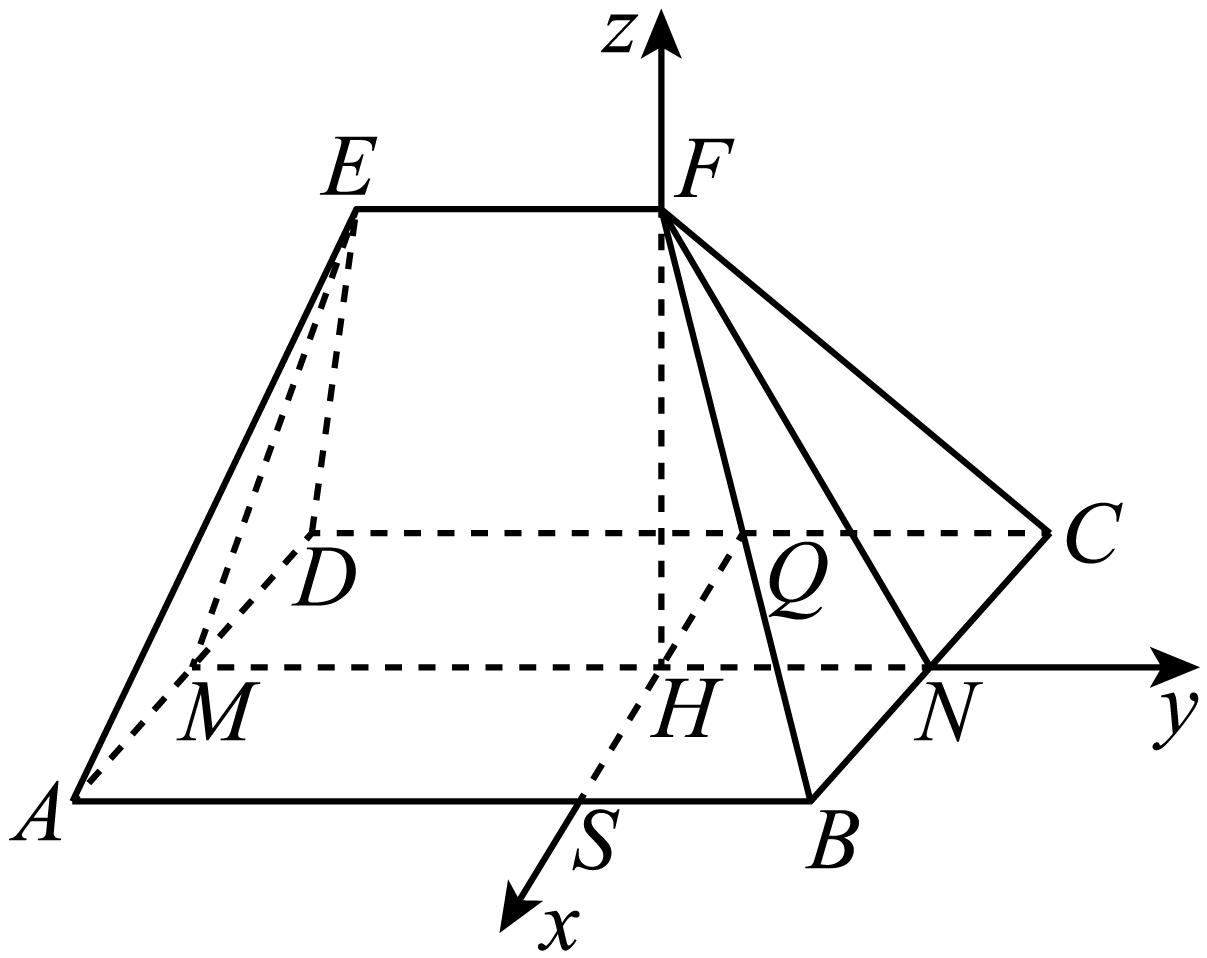
因为平面平面*ABCD*，平面平面，

平面，所以平面．

过作的平行线，交于点，则，，，

以为坐标原点，以，，方向分别为*x*轴，*y*轴，*z*轴正方向，建立如图所示的空间直角坐标系，则，，，，

所以，，，．



设平面*EFCD*的一个法向量为，则，所以，

取，解得，所以，

同理可得平面的一个法向量为．

设平面与平面夹角为．则，

所以平面与平面夹角的余弦值为．

22. 已知双曲线的左，右顶点分别为*A*，*B*，过点且不与*x*轴重合的动直线交双曲线*C*于*P*，*Q*两点，当直线*PQ*与*x*轴垂直时，．

(1)求双曲线*C*的标准方程；

(2)设直线*AP*，*AQ*和直线分别交于点*M*，*N*，若恒成立，求*t*的值．

【答案】(1)

(2)或

【解析】

【分析】(1)由可得的值，再将点代入即可求解；

(2) 设直线*PQ*的方程为，与双曲线方程联立，利用韦达定理求出直线*AP*的方程，求出点的坐标，利用即可求出结果.

【小问1详解】

由题知，当*PQ*与*x*轴垂直时，，

所以，，

所以，解得，所以双曲线*C*的方程为．

【小问2详解】

设直线*PQ*的方程为，，，

由，得，

所以，．

直线*AP*的方程为，与联立，解得．同理可得．

所以，，

因为恒成立，所以恒成立，

又







所以，解得或．