**2022-2023学年度第一学期质量检测**

**高二数学试题**

**2023.02**

**本试卷共4页.满分150分，考试时间120分钟.**

**注意事项：**

**1.答卷前，考生务必将自己的姓名､考试号等填写在答题卡和试卷指定位置上.**

**2.回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.**

**一､单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 若直线与直线平行，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】

根据两直线平行可得出关于实数的等式，由此可解得实数的值.

【详解】由于直线与直线平行，则，解得.

故选：D.

2. 已知圆：，圆：，则两圆的位置关系为( )

A. 内切 B. 相交 C. 外切 D. 外离

【答案】B

【解析】

【分析】根据圆的方程确定圆心及半径，由两圆圆心距离与半径的关系判断位置关系.

【详解】由题设，：，：，

∴，半径；，半径；

∴，即两圆相交.

故选：B

3. 假设，且与相互独立，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据独立事件的并事件的概率公式计算.

【详解】由与相互独立，则.

故选︰B．

4. 已知双曲线，抛物线的焦点为，抛物线的准线与双曲线的两条渐近线分别交于点，若为正三角形，则双曲线的渐近线方程为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据双曲线方程，把渐近线表示出来，推出两点坐标，利用为正三角形，列方程解系数既可.

【详解】双曲线的两条渐近线方程为，

抛物线的焦点为，准线方程为，不妨取，，

为正三角形，由对称性可知，直线倾斜角为，则，解得，

所以双曲线的两条渐近线方程为.

故选：C

5. 已知数列为等比数列，且是与的等差中项，若，则该数列的前5项和为( )

A. 2 B. 10 C. 31 D. 62

【答案】D

【解析】

【分析】根据等比数列的基本量求出公比，然后求.

【详解】设等比数列的公比为，

因为是与的等差中项

所以

即，

又，所以

即，所以

所以

故选：D

6. 已知平面的一个法向量为，直线的一个方向向量为，则直线与平面所成角的正弦值为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据线面角的向量法求解即可.

【详解】因为平面的一个法向量为，直线的一个方向向量为，

所以直线与平面所成角的正弦值为.

故选：A.

7. 已知抛物线，过的焦点且斜率为2的直线交抛物线于两点，以为直径的圆与抛物线的准线相切于点，若点的纵坐标为4，则抛物线的标准方程为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】由抛物线，可知焦点为，准线为，设直线的方程为，，，联立直线与抛物线方程组，根据韦达定理可得，，结合题意可得点的纵坐标为4，进而得到，进而求解.

【详解】由抛物线，可知焦点为，准线为，

设直线的方程为，，，

联立方程组，可得，

所以，，

以为直径的圆与抛物线的准线相切于点，

设的中点为，则有，

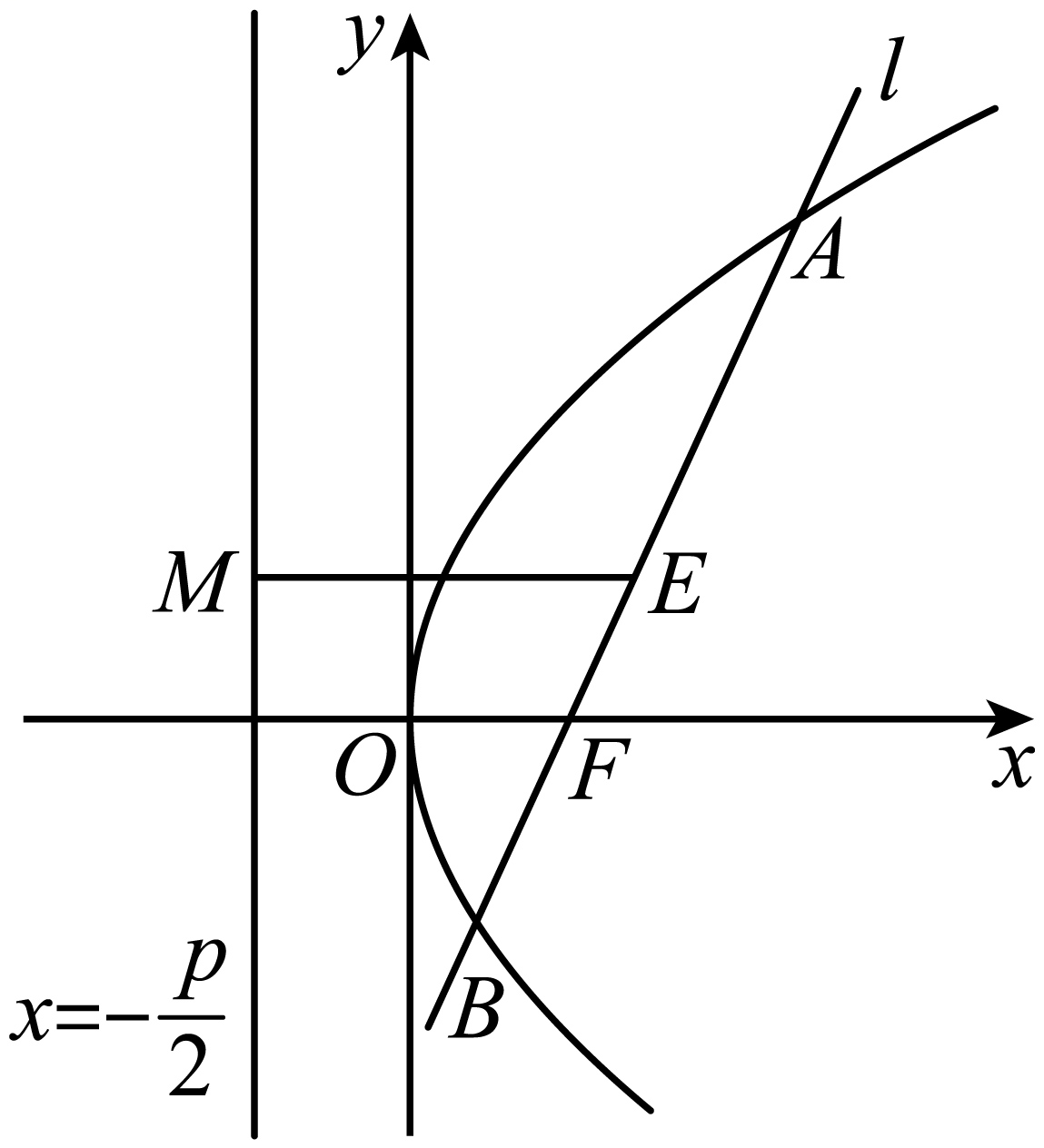
因为点的纵坐标为4，所以点的纵坐标为4，

即，则，

又，

所以，即抛物线的标准方程为.

故选：D.



8. 已知数列为等差数列且，数列的前项和为，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】由题意可得，求出与公差，根据等差数列的通项公式即可求解.

【详解】由数列的前项和为，

得，即，

设公差为，则，解方程得(负值舍去)，.

.

故选:C.

**二､多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 下列说法中正确的是( )

A. 直线在轴上的截距是

B. 直线的倾斜角是

C. 直线恒过定点

D. 过点且在.轴､轴上的截距相等的直线方程为

【答案】AC

【解析】

【分析】对于A，令，求出，即可判断；对于B，求出直线的斜率，进而可得倾斜角，即可判断；对于C，直线方程可化为，再令即可判断；对于D，分直线过原点和不过原点两种情况讨论即可判断.

【详解】对于A，令，则，

所以直线在轴上的截距是，故A正确；

对于B，直线的斜率为，所以其倾斜角为，故B错误；

对于C，直线化为，

令，得，

所以直线恒过定点，故C正确；

对于D，当直线过原点时，直线方程为，

当直线不过原点时，设直线方程，

将代入解得，

此时直线方程为，

所以过点且在.轴､轴上的截距相等的直线方程为或，故D错误.

故选：AC.

10. 抛掷两枚质地均匀的正四面体骰子，每个骰子四个面的点数分别为，分别观察底面上的数字，记事件“第一枚骰子底面数字为奇数”，事件“第二枚骰子底面数字为奇数”，事件“两枚骰子底面数字之和为偶数”，事件“两枚骰子底面数字之和为奇数”，下列判断中正确的是( )

A. 事件与事件互斥

B. 事件与事件互为对立事件

C. 事件与事件相互独立

D. 

【答案】BCD

【解析】

【分析】利用对立事件、互斥事件、相互独立事件的意义及古典概率判断各选项即可.

【详解】两枚骰子底面数字之和为偶数包含了两枚骰子底面数字均为奇数的可能，所以事件与事件可能同时发生，故A错误；

“两枚骰子底面数字之和为偶数”和“两枚骰子底面数字之和为奇数”一定会发生一个事件，另一个不发生(它们概率之和为1)，所以事件与事件互为对立事件，故B正确；

由且，即，所以事件与事件相互独立，故C正确；

，，故D正确.

故选：BCD.

11. 已知等比数列的前项和为，且，数列的前项积为，则下列结论中正确的是( )

A. 数列是递增数列 B. 

C. 的最大值为 D. 的最大值为

【答案】BC

【解析】

【分析】由已知递推等式，利用等比数列的性质，解出首项与公比，得到数列通项，即可研究数列特征，验证选项是否正确.

【详解】等比数列的前项和为，且，

当时，；当时，，

设等比数列公比为，则有，解得，

所以，，数列是递减数列，故A选项错误，B选项正确；

数列的前项积为，则，当，；当，，

即，；，，所以的最大值为，C选项正确，D选项错误.

故选：BC.

12. 已知为双曲线的右焦点，直线与该双曲线相交于两点(其中在第一象限)，连接，下列说法中正确的是( )

A. 的取值范围是

B. 若，则

C. 若，则点的纵坐标为

D. 若双曲线的右支上存在点，满足三点共线，则的取值范围是

【答案】ABD

【解析】

【分析】对于A，根据渐近线分析即可求解；

对于B，结合对称性，双曲线定义即可求解；

对于C，结合对称性可知为直角三角形，，结合双曲线定义及勾股定理，可得，进而求解；

对于D，根据临界情况，直线方程为：，联立方程组，可得，进而求解.

【详解】对于A，双曲线的渐近线方程为，因为直线与双曲线相交于，所以的取值范围是，故A正确；

对于B，设为双曲线的左焦点，连接，

由对称性知，，又，

所以，故B正确；

对于C，结合选项B，知为直角三角形，且，

所以，化简得，

设点*A*的纵坐标为，则，故C不正确；

对于D，当直线的斜率为时，直线的方程为：，

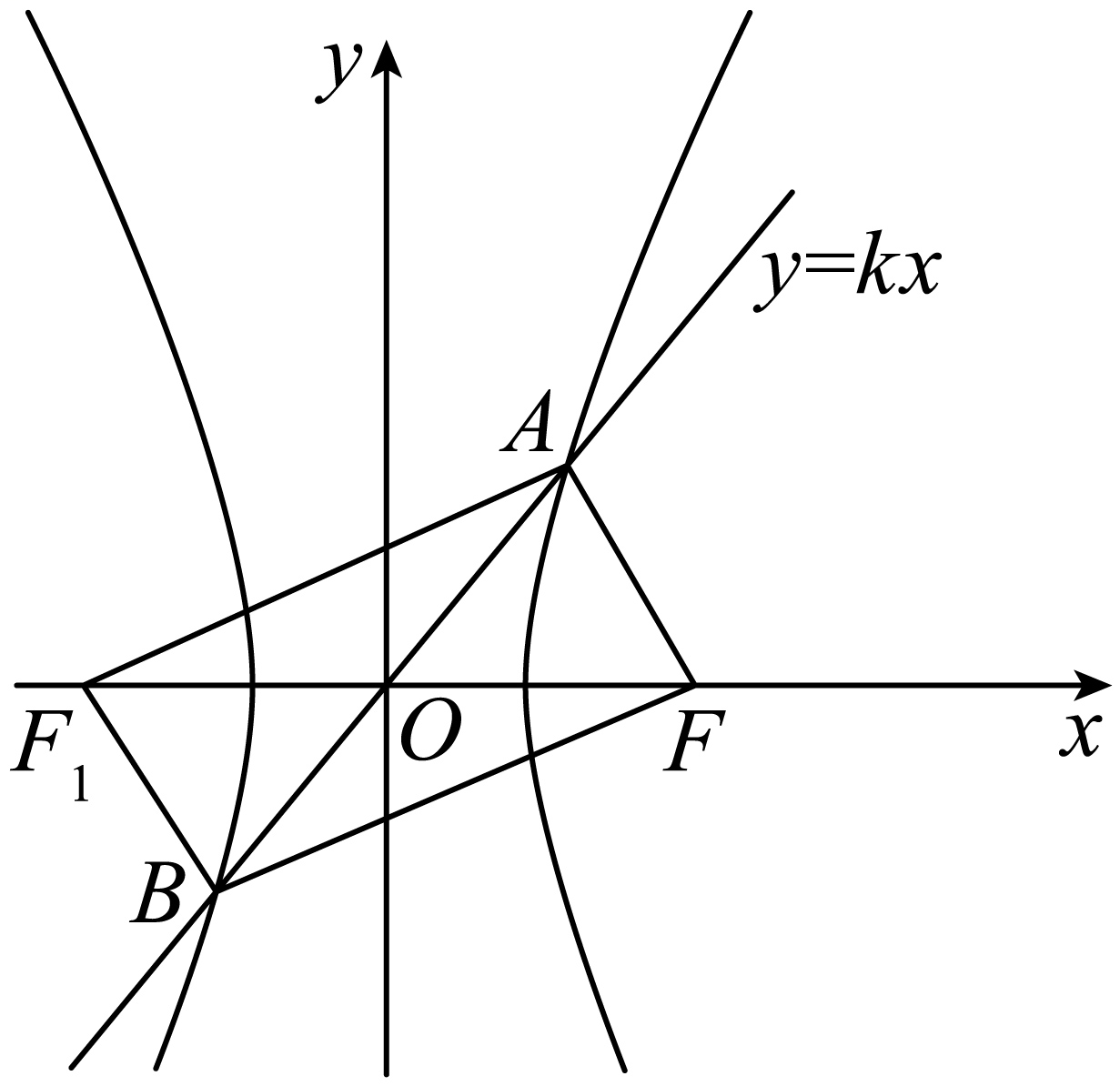
联立方程组，得，

又，所以，

所以双曲线的右支上存在点，满足三点共线，

则的取值范围是，故D正确.

故选：ABD.



**三､填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 已知等差数列的前项和为，且，则\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

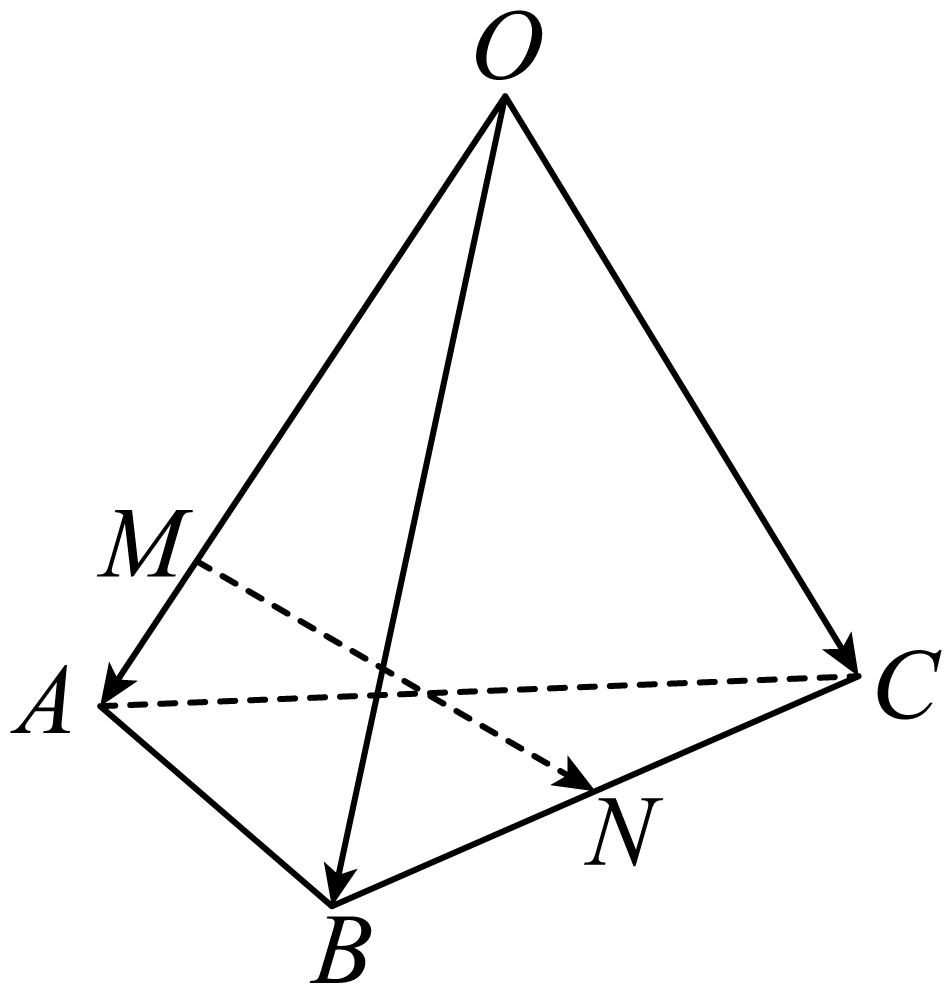
【分析】根据等差数列通项公式和求和公式列出方程组，求出首项和公差，求出.

【详解】设公差为，则，解得：，

故.

故答案为：-6

14. 如图所示，在空间四边形中，，点在上，且为中点，若.则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.



【答案】##

【解析】

【分析】根据题意可得，又，从而可求解.

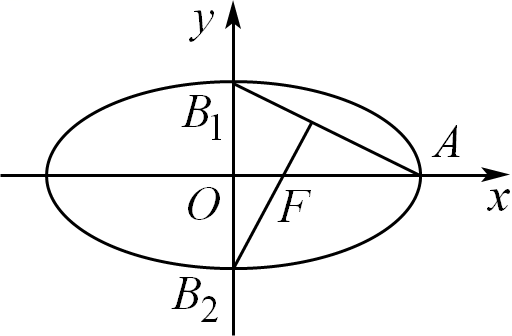
【详解】因为为中点，所以.

所以.

因为，所以.

故答案为:.

15. 如图所示､点为椭圆的顶点，为的右焦点，若，则椭圆的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.



【答案】

【解析】

【分析】利用椭圆得到顶点和右焦点的坐标，然后利用垂直可得，利用可得，求解即可

【详解】由椭圆可得，

所以，

因为，所以，即，

所以，所以，

因为，所以

故答案为：

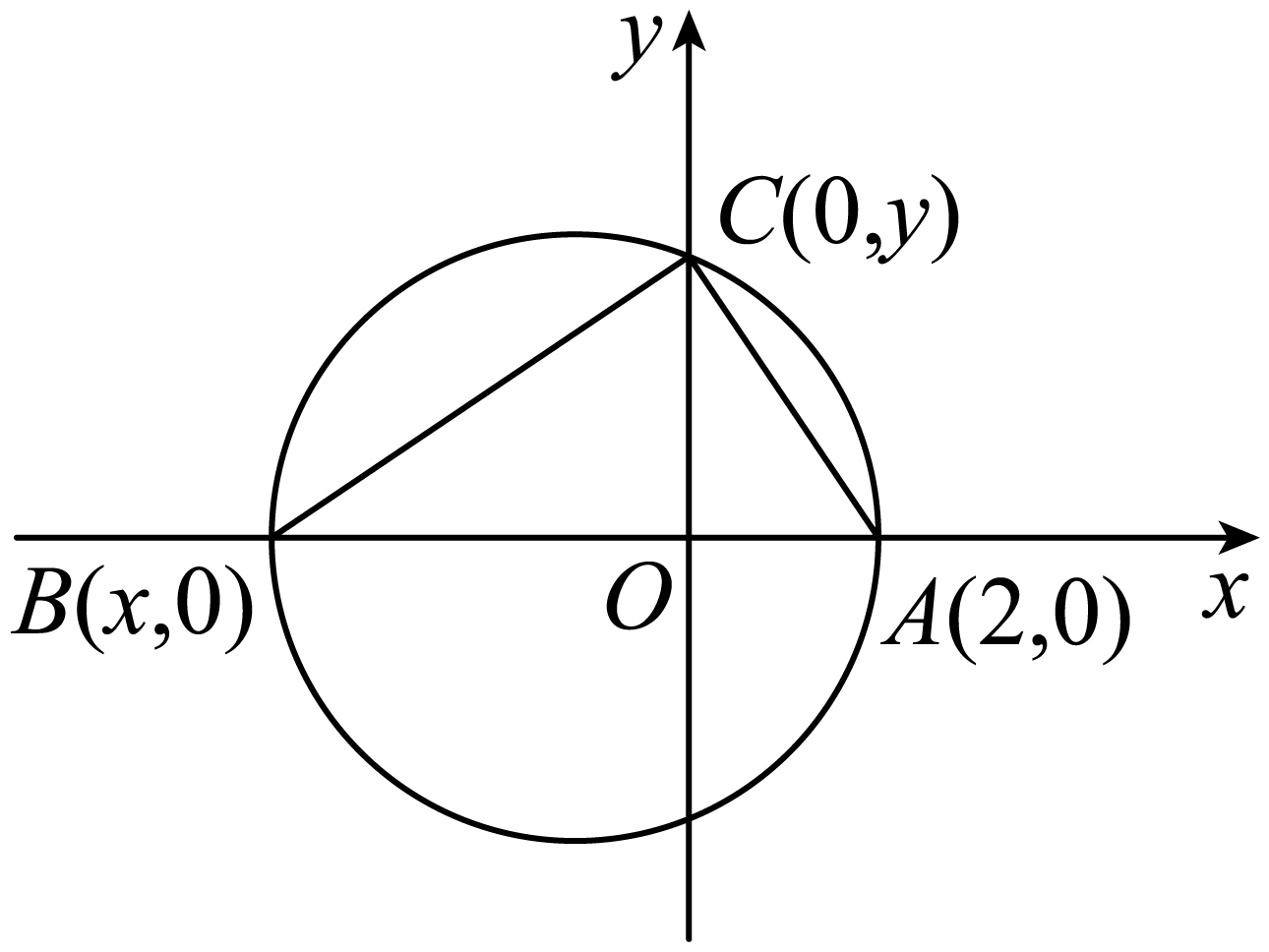
16. 已知圆心在轴上移动的圆经过点，且与轴，轴分别相交于两个动点，则点的轨迹方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】由题意可知，为该动圆的直径, ，可列等式得方程.

【详解】因为动圆圆心在轴上移动，且该动圆始终经过点和，所以，为该动圆的直径,



又因为点在该动圆上，所以，，即，

所以，点的轨迹方程为.

故答案为：

**四､解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出必要的文字说明､证明过程或演算步骤.**

17. 在空间直角坐标系中，已知向量，其中分别是平面与平面的法向量.

(1)若，求.的值；

(2)若且，求的值.

【答案】(1)

(2)或

【解析】

【分析】(1)根据平面平行，得到空间向量平行，列出方程组，求出答案；

(2)根据平面垂直，得到空间向量垂直，结合，列出方程组，求出答案.

【小问1详解】

分别是平面与平面的法向量且，

，

令，即

所以，解得：.

【小问2详解】

分别是平面与平面的法向量且，

，

即，

，

又，

所以或.

18. 已知圆的圆心在直线上，且与直线相切于点.

(1)求圆的标准方程；

(2)求直线被圆截得的弦的长.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)设圆的标准方程为，列出的方程组解决.

(2)求出圆心到直线的距离，半径圆心到直线的距离，弦的一半构成直角三角形解决.

【小问1详解】

设圆的标准方程为

圆的圆心在直线上，且与直线相切于点

解方程组得

所以，圆*C*标准方程为

【小问2详解】

圆心到直线的距离

又.

所以，直线被圆截得的弦的长为.

19. 某班级从3名男生和2名女生中随机抽取2名同学参加学校组织的校史知识竞赛.

(1)求恰好抽到1名男生和1名女生的概率；

(2)若抽到的2名同学恰好是男生甲和女生乙，已知男生甲答对每道题的概率均为，女生乙答对每道题的概率均为，甲和乙各自回答两道题，且甲､乙答对与否互不影响，各题的结果也互不影响.求甲答对2道题且乙只答对1道题的概率.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)列举法求出古典概率；

(2)分别求出甲答对2道题，乙只答对1道题的概率，再根据独立事件概率乘法公式求出答案.

【小问1详解】

记3名男生分别为名女生分别为，

则随机抽取2名同学的样本空间为

，

记事件恰好抽到1名男生和1名女生”

则事件

；

【小问2详解】

设事件“甲答对2道题”，事件乙只答对1道题”，根据独立性假定，得

，.

，

所以甲答对2道且乙只答对1道题的概率是.

20. 已知数列满足：，且.

(1)求数列的通项公式；

(2)求数列的前项和.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)由数列递推式可得，作差可得，确定数列为等差数列，即可求得其通项公式；

(2)由(1)可得，利用错位相减法即可求得数列的前项和.

【小问1详解】

由,

得，

作差得，，

即，

又且，，

数列为等差数列，

又，所以数列的公差为 ，

故数列的通项公式为.

【小问2详解】

，

，

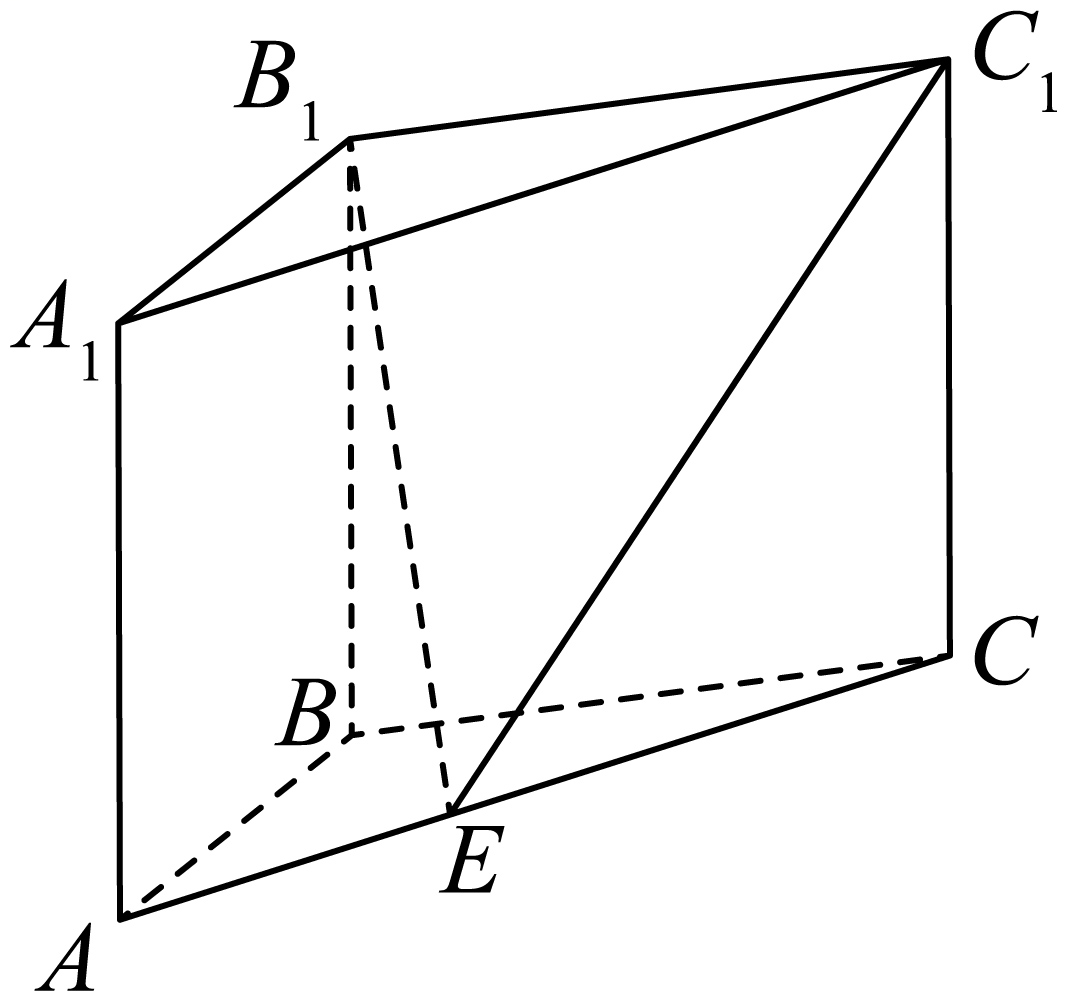
，

作差得，，

，

所以，.

21. 如图，在直三棱柱中，，点满足.



(1)当时，求与所成角的余弦值；

(2)是否存在实数使得平面与平面的夹角为.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】以点为坐标原点，分别以的方向为轴，轴的正方向，建立空间直角坐标系．

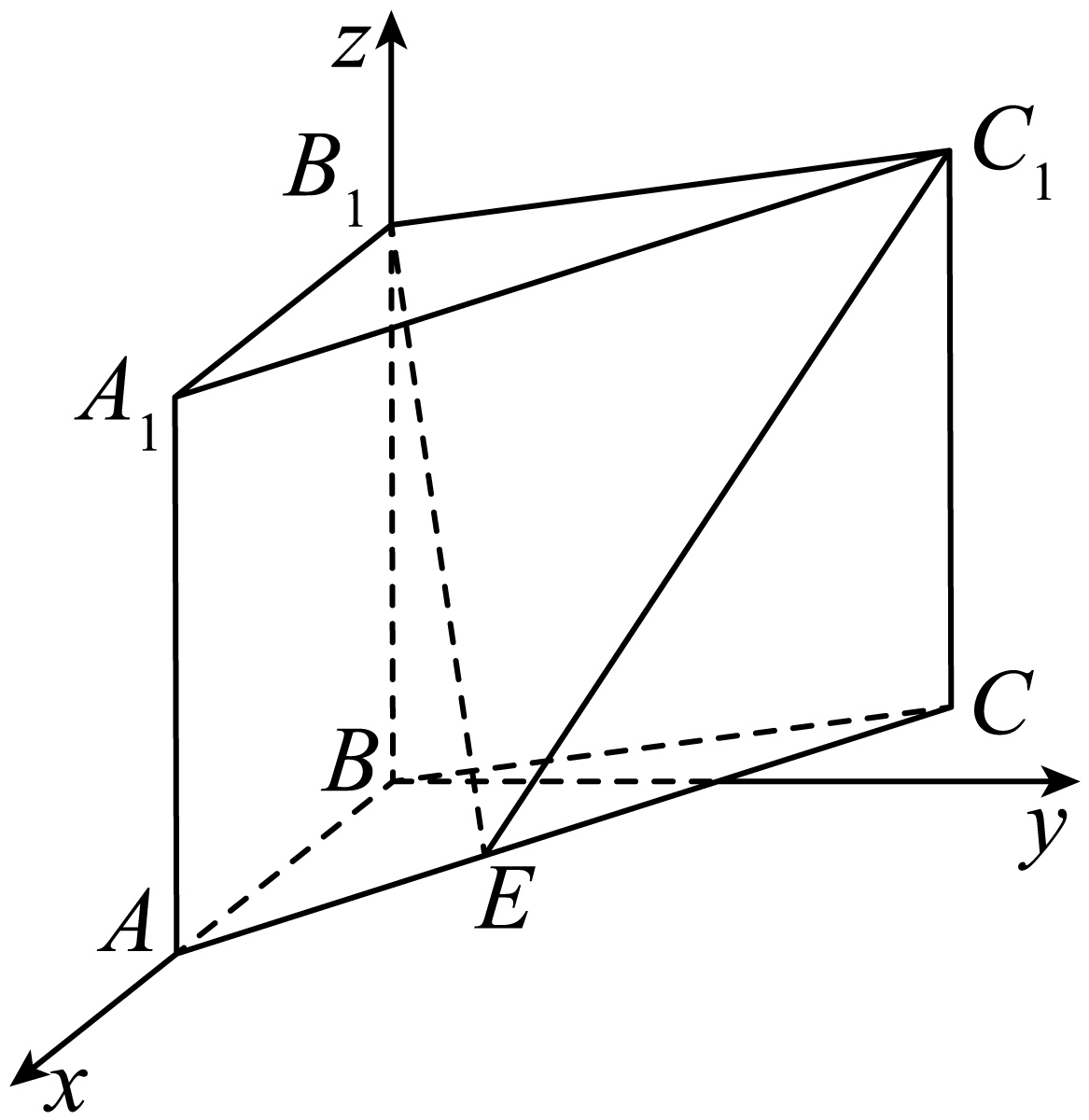
(1)代入数据，表示出与的方向向量，利用异面直线方向向量与夹角的关系计算即可；

(2)用表示出平面的法向量，再表示出平面的法向量，根据平面法向量和两平面二面角的关系列出等式解出即可.

【小问1详解】

以点为坐标原点，分别以的方向为轴，轴的正方向，

建立如图所示空间直角坐标系



则



点满足，当时，点为的中点，

故点的坐标为，





与所成角的余弦值为.

【小问2详解】

设面的一个法向量为



则，所以，令则

又

设平面的一个法向量为



令，则

若平面与平面所成角为，则

，解得或(舍去)

所以，存在实数使得平面与平面所成角为.

22. 已知椭圆，点为椭圆的上顶点，设直线过点且与椭圆交于两点，点不与的顶点重合，当轴时，.

(1)求椭圆的方程；

(2)设直线与直线的交点分别为，求的取值范围.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)利用椭圆上的点求椭圆方程；

(2)分类讨论，设直线的方程，与椭圆联立方程组，设两点坐标，得直线的方程，得两点的坐标，借助韦达定理和二次函数的性质，求解的取值范围.

【小问1详解】

点为椭圆的上顶点，∴，

当轴时，点关于轴对称，不妨设点在轴上方，

又因为此时，点在线段上，所以，点坐标为，

故，解得，

所以椭圆的方程为.

【小问2详解】

当直线不存在斜率时，则直线方程为，

不妨设点在轴上方，在轴下方，

则，

所以，直线的方程为，当时，解得点的纵坐标为，

同理，解得点的纵坐标为，

所以.

当直线存在斜率时，设其方程为，点与椭圆的顶点不重合，则且，

由消并整理得，，易得，

设，则，

，

又直线的方程为，

当时，解得点的纵坐标为；

同理，解得点的纵坐标为，

所以，







令，则且，

所以且.

综上，的取值范围是.

【点睛】方法点睛：直线与圆锥曲线位置关系的题目，往往需要联立两者方程，利用韦达定理解决相应关系，其中的计算量往往较大，需要反复练习，做到胸有成竹.