**2022年11月份期中检测试题**

**高二数学**

**第Ⅰ卷(选择题，共60分)**

**一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1. ( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】利用向量的运算法则求解.

【详解】解：，

，

，

，

故选：D

2. 点到直线的距离为1，则( )

A. 0或2 B. 1或2 C. 0 D. 2

【答案】A

【解析】

【分析】由点到直线的距离求解.

【详解】解：因为点到直线的距离为1，

所以，

解得  或

故选：A

3. 已知向量与平行，则( )

A. 1 B.  C. 3 D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据向量平行列方程，求得进而求得.

【详解】由于向量与平行，

注意到，

所以，故.

故选：B

4. 直线，的斜率是方程的两个根，则( )

A.  B. 

C. 与相交但不垂直 D. 与的位置关系不确定

【答案】B

【解析】

【分析】结合根与系数关系、两直线的位置关系求得正确答案.

【详解】设直线的斜率分别是，

依题意，所以.

故选：B

5. 在圆的方程的探究中，有四位同学分别给出了一个结论，甲：该圆的半径为；乙：该圆经过点；丙：该圆的圆心为；丁：该圆经过点．如果只有一位同学的结论是错误的，那么这位同学是( )

A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

【答案】D

【解析】

【分析】通过假设的方法判断出错误的同学.

【详解】设.

假设甲错误，乙丙丁正确，

，

，矛盾，所以甲正确.

假设乙错误，甲丙丁正确，

由甲、丙正确可知圆的方程为，

不满足上式，矛盾，所以乙正确.

假设丙错误，甲乙丁正确.

由乙丁得，与半径为矛盾，所以丙正确.

假设丁错误，甲乙丙正确，

则由甲丙可知圆的方程为，

满足上式，符合题意.

综上所述，结论错误的同学是丁.

故选：D

6. 已知直线经过定点*P*，直线经过点*P*，且的方向向量，则直线的方程为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】先求出，设上一点为，其中与不重合，根据的方向向量，求出，进而利用两点式，求出直线方程.

【详解】对化简得，，得，解得，点，

又直线经过点*P*，且的方向向量，可设上一点为，其中与不重合，

则，解得，故利用两点式，可得的直线方程为：

.

故选：B

7. 正四棱柱的底面边长为2，点*E*，*F*分别为，的中点，且已知与*BF*所成角的大小为60°，则直线与平面*BCF*之间的距离为( )

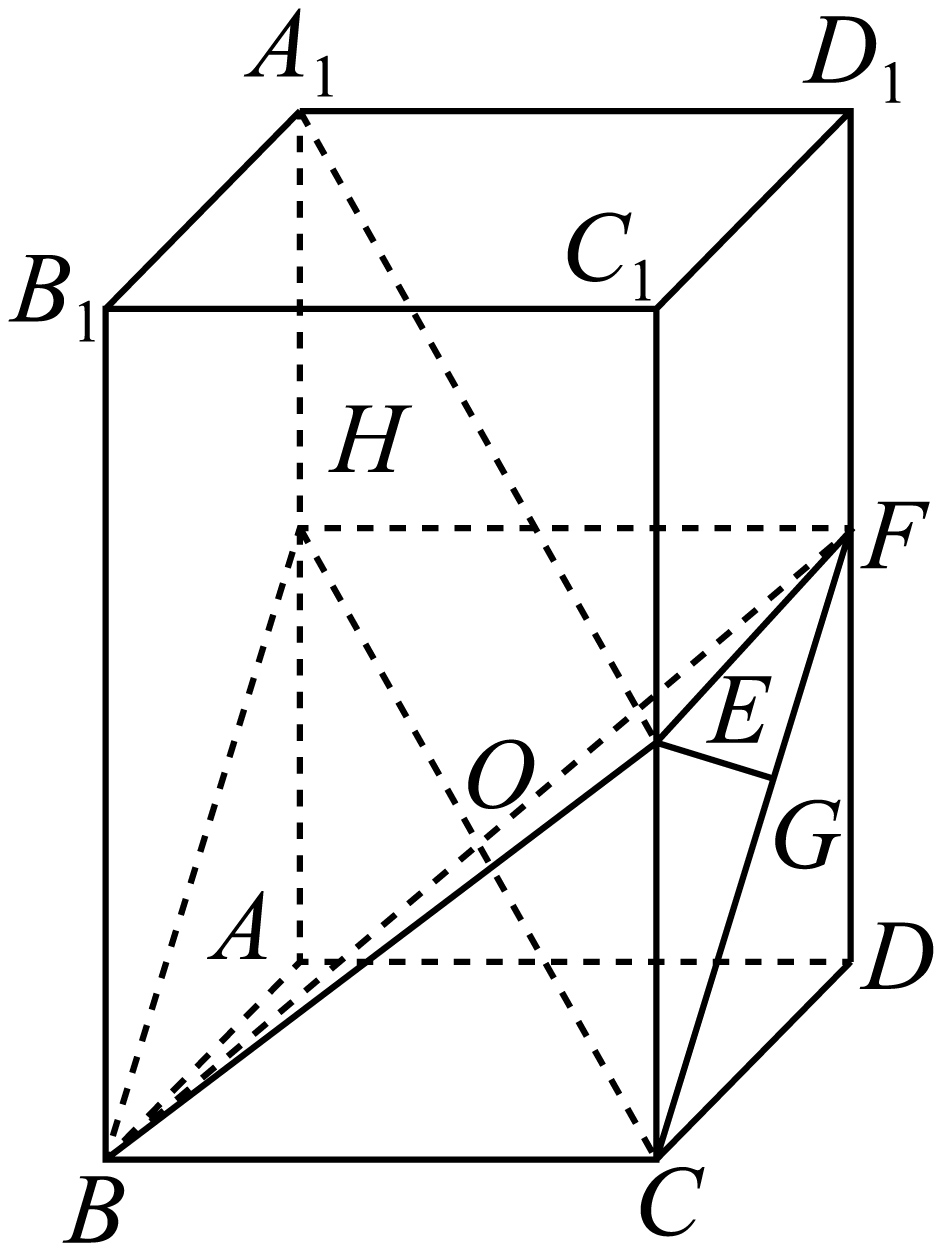
A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】由，可得，结合题干条件在中求解可得，由可得直线与平面*BCF*之间的距离即为点与平面*BCF*之间的距离，

作可证明为点与平面*BCF*之间距离，求解即可.

详解】

取为中点，连接不妨令相交于，

由于点*E*为的中点，故，

即四边形为平行四边形，故，故与*BF*所成角的大小与与所成角的大小相等，即，

不妨设，故，

由平面，平面，故，点为中点，

故，又，故为等边三角形，即，

解得，即，

连接，作于，

由于，平面*BCF*，平面*BCF，*故 平面*BCF*，

则直线与平面*BCF*之间的距离即为点与平面*BCF*之间的距离，

由平面，平面，故，又平面*BCF*，

故平面*BCF*，即为点与平面*BCF*之间的距离，

，

故，即直线与平面*BCF*之间的距离为.

故选：C

8. 已知直线，点是圆内一点，若过点*A*的圆的最短弦所在直线为*m*，则下列说法正确的是( )

A. *l*与圆*C*相交，且 B. *l*与圆*C*相切，且

C. *l*与圆*C*相离，且 D. *l*与圆*C*相离，且

【答案】D

【解析】

【分析】由题可得，根据点到直线的距离公式可得，利用圆的性质可得过点*A*的圆的最短弦与垂直，进而即得.

【详解】因为点是圆内一点，

所以，

所以圆心到直线的距离为，

所以直线*l*与圆*C*相离，

由圆的性质可知当时，过点*A*的圆的弦最短，此时，

所以.

故选：D.

**二、多项选择题：本大题共4个小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，选对但不全的得2分，有选错的得10分．**

9. 已知*a*，*b*为不同的直线，，为不同的平面，则下列说法正确的是( )

A. ，， B. ，，

C. ，， D. ，，，

【答案】BC

【解析】

【分析】根据线线、线面、面面位置关系有关知识对选项进行分析，从而确定正确选项.

【详解】A选项，若，，，则可能异面，A选项错误.

B选项，由于，，所以，由于，所以，B选项正确.

C选项，由于，，所以，由于，所以，C选项正确.

D选项，若，，，，则可能，D选项错误.

故选：BC

10. 关于直线，以下说法正确的是( )

A. 直线*l*过定点 B. 时，直线*l*过第二，三，四象限

C. 时，直线*l*不过第一象限 D. 原点到直线*l*的距离的最大值为1

【答案】ABD

【解析】

【分析】由确定定点坐标，根据*a*的符号判断直线所过的象限，根据时原点到直线*l*的距离的最大求最大距离.

【详解】由过定点，A正确；

当，过定点，斜率负，故过第二、三、四象限，B正确；

当，过定点，且斜率为正，过一、二、三象限，故C错误；

要使原点到直线*l*的距离的最大，只需，即距离等于，D正确.

故选：ABD

11. 过点的直线*l*与圆相交于不同的两点*A*，*B*，弦*AB*的中点为*P*，曲线*D*为点*P*组成的集合，则下列各选项正确的是( )

A. 的最小值为2 B. 可能为等腰直角三角形

C. 曲线*D*的方程为 D. 曲线*D*与圆*O*没有公共点

【答案】BCD

【解析】

【分析】由题意求的轨迹方程，再由圆的性质，圆与圆的位置关系对选项逐一判断，

【详解】由题意得，设，则，

即曲线*D*的方程为，故C正确，

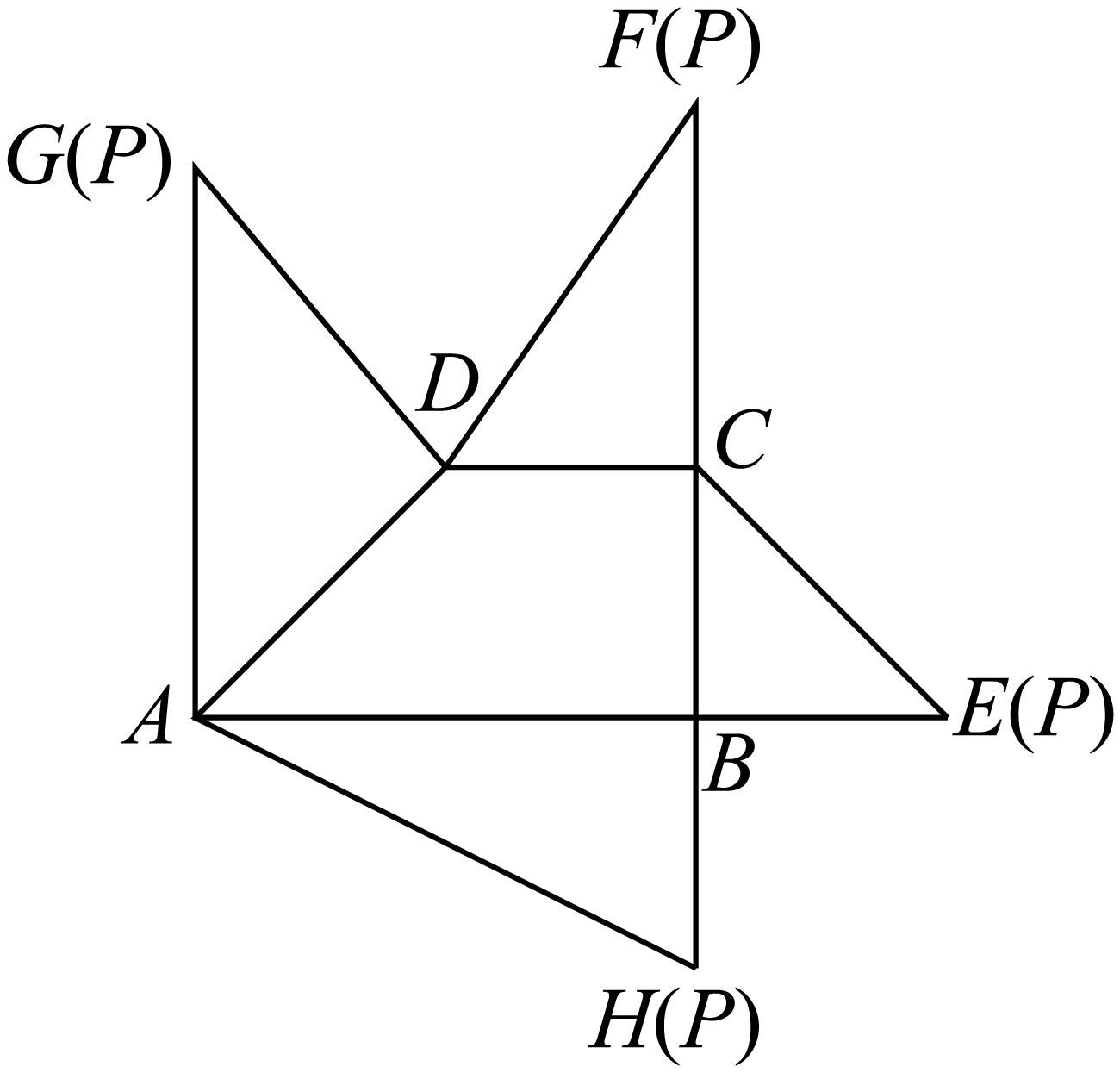
对于A，，当时，取得最小值，故A错误，

对于B，当时，，为等腰直角三角形，故B正确，

对于D，曲线*D*的圆心，半径，则，两圆无公共点，故D正确，

故选：BCD

12. 如图，在四棱锥的平面展开图中，四边形为直角梯形，，，．在四棱锥中，以下结论正确的是( )



A. 平面平面

B. 

C. 三棱锥的外接球表面积为

D. 平面与平面所成的锐二面角的余弦值为

【答案】ABD

【解析】

【分析】由平面图还原立体图，由面面的垂直的判定定理判断选项A，根据勾股定理计算判断选项B，先计算底面三角形外接圆的半径，再由勾股定理计算外接球半径，代入球的面积公式计算即可判断选项C，建立空间直角坐标系，写出对应点的坐标与向量的坐标，计算平面的法向量，利用空间向量夹角计算公式求解判断选项D.

【详解】由四棱锥的平面展开图还原立体图，

可得平面，，，

又平面，所以，，

在直角梯形中，，，

所以，即，又因为平面，

，所以平面，又平面，

所以平面平面，故A正确；

因为，，

所以，故B正确；

由题意，的外接圆半径为，

所以三棱锥的外接球半径为

，

所以三棱锥外接球的表面积为

，故C错误；

由题意，建立如图所示空间直角坐标系，

则，，，，，

因为，，，

平面，所以平面，

所以平面的法向量为，

又，，

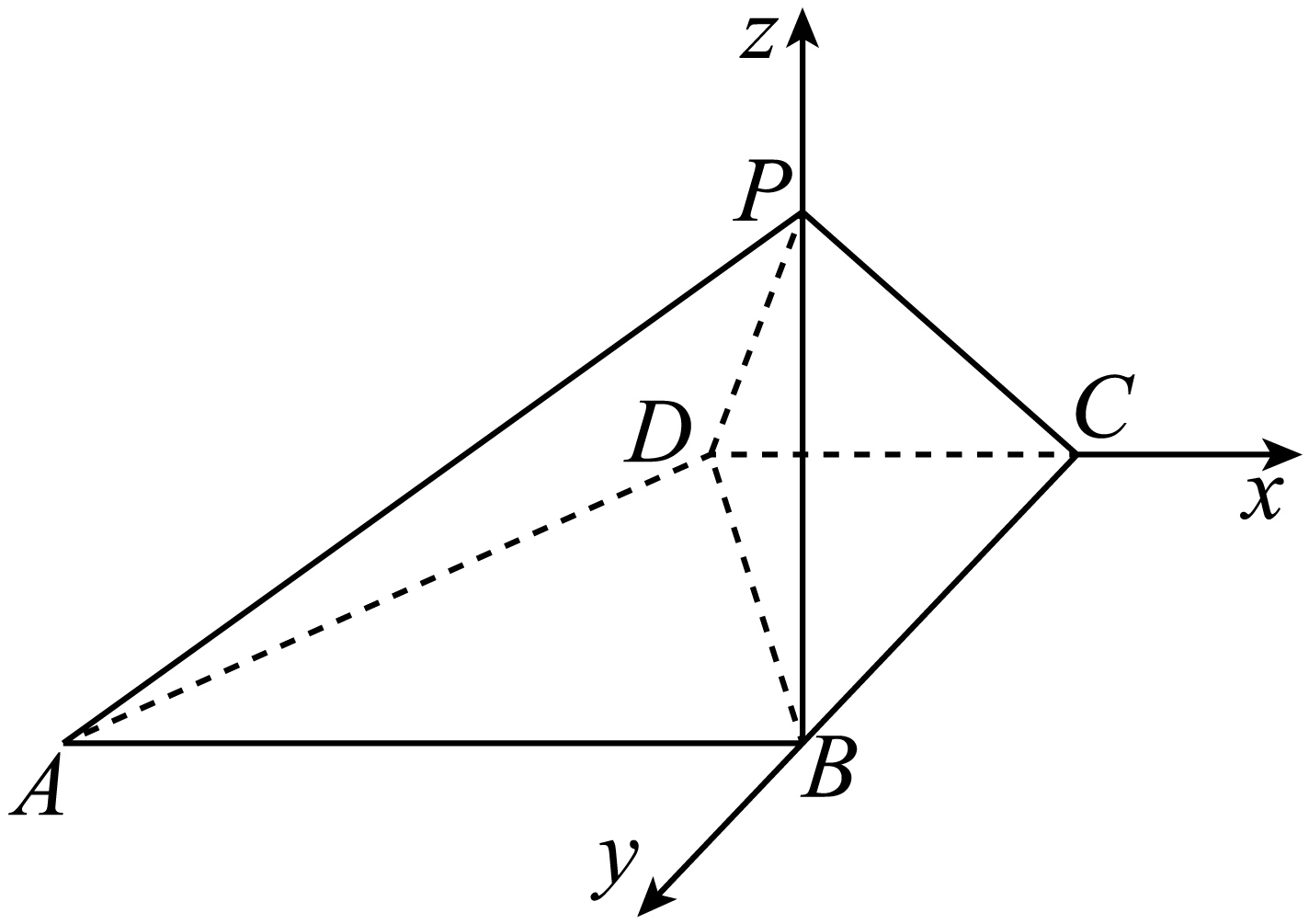
设平面的法向量为，

则，得，

所以平面与平面所成的锐二面角的余弦值为

，故D正确.

故选：ABD



**第Ⅱ卷(非选择题，共90分)**

**三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．**

13. 直线的横截距与纵截距的和为\_\_\_\_\_\_．

【答案】##1.5

【解析】

【分析】根据直线方程直接求解横纵截距，即可得横截距与纵截距的和.

【详解】解：直线得，当时，；当时，

则横截距与纵截距和为.

故答案为：.

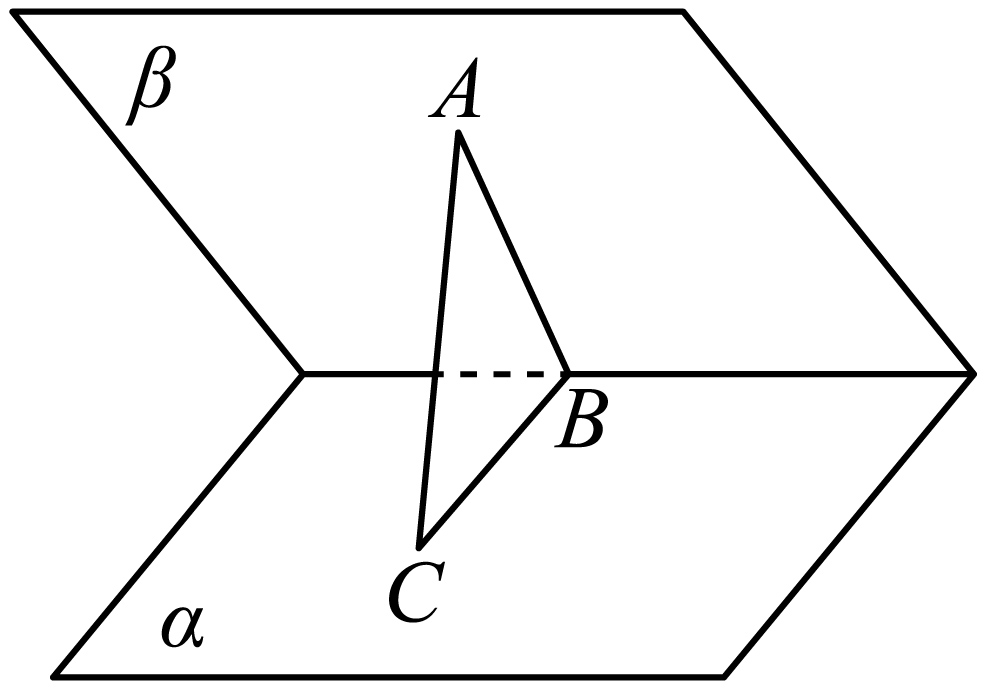
14. 已知大小为的二面角的一个面内有一点，它到二面角棱的距离为2，则这个点到另一个面的距离为\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】首先根据题意，画出示意图，结合直角三角形即可求解.

【详解】如下图，依据题意，设内有一点*C*，过*C*作棱的垂线，垂足*B*，与的夹角即为二面角，即.又因为，在中，，则有，解得.即这个点到另一个平面的距离为.



故答案为：

15. 点*P*在圆上运动，直线分别与*x*轴，*y*轴交于*A*，*B*两点，面积的最大值为\_\_\_\_\_\_．

【答案】6

【解析】

【分析】先求出两点的坐标进而结合两点间的距离公式求出的长度，再根据圆上点到直线的距离的最大值为圆心到直线的距离加半径来求出点到直线的距离最大，即可求出结果.

【详解】由题意可知，因此,

由于长度为定值，故面积的最大值时即为点到直线的距离最大，

而圆上点到直线的距离的最大值为圆心到直线的距离加半径，

又因为圆心到直线的距离为，

又因为半径为，

所以点到直线的距离最大值为，

因此面积的最大值为，

故答案为：6.

16. 已知正方体的棱长为2，点*M*是棱*BC*的中点，点*N*是棱上的一个动点，设点*A*，*M*，*N*确定的平面为，当点*N*为的中点时，平面截正方体的截面的面积为\_\_\_\_\_\_．点到平面的距离的最小值为\_\_\_\_\_\_．

【答案】 ①. ## ②. 

【解析】

【分析】当是的中点时，画出截面，根据梯形面积公式求得截面面积.当是棱上任意一点时，建立空间直角坐标系，利用向量法求得到平面的距离的表达式，结合二次函数的性质求得其最小值.

【详解】(1)当是的中点时，

连接，由于，

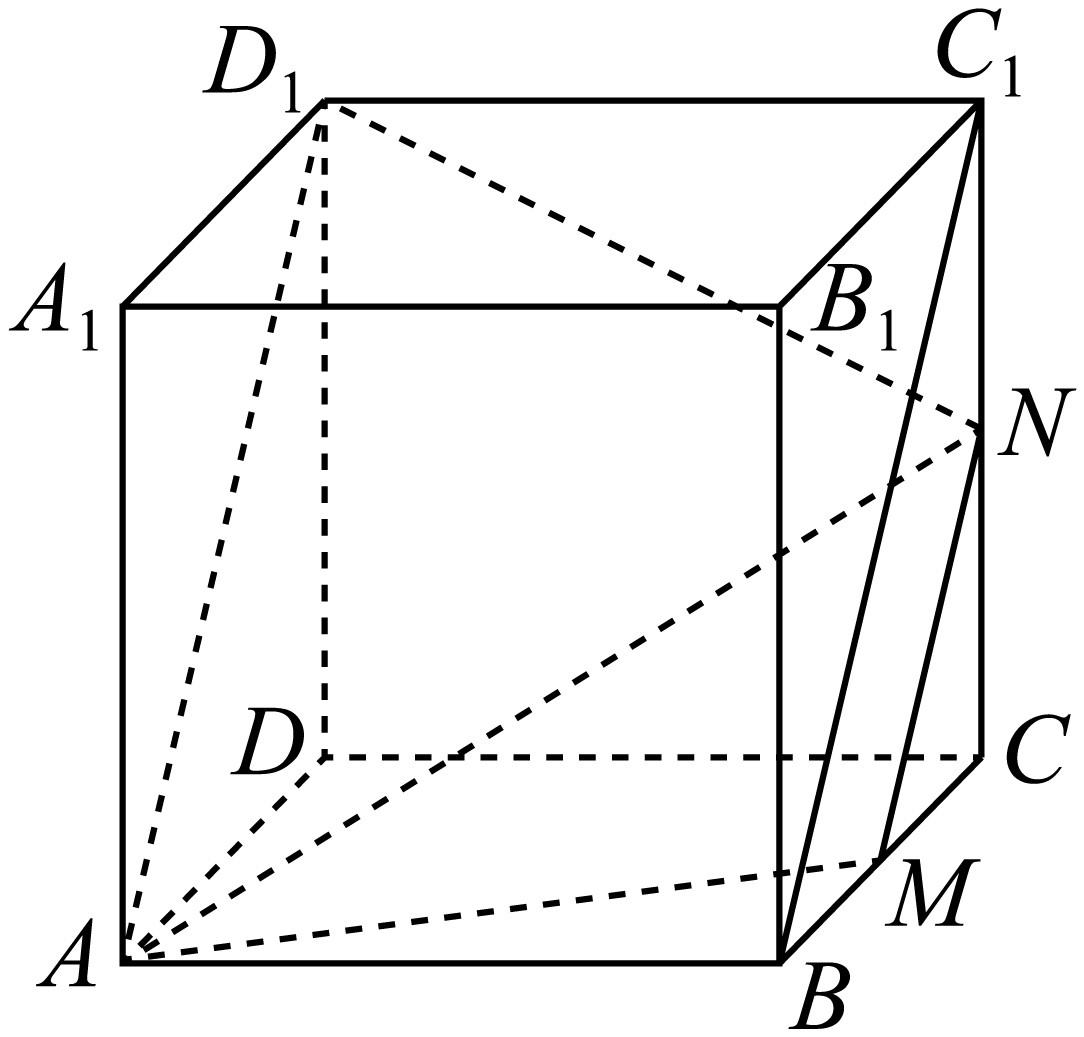
所以四点共面，所以平面即平面，

根据正方体的性质可知，四边形是等腰梯形，

，

所以等腰梯形的高为，

所以截面面积为.



(2)当是棱上任意一点时，建立空间直角坐标系如下图所示，

，

设，，

设平面的法向量为，

则，故可设，

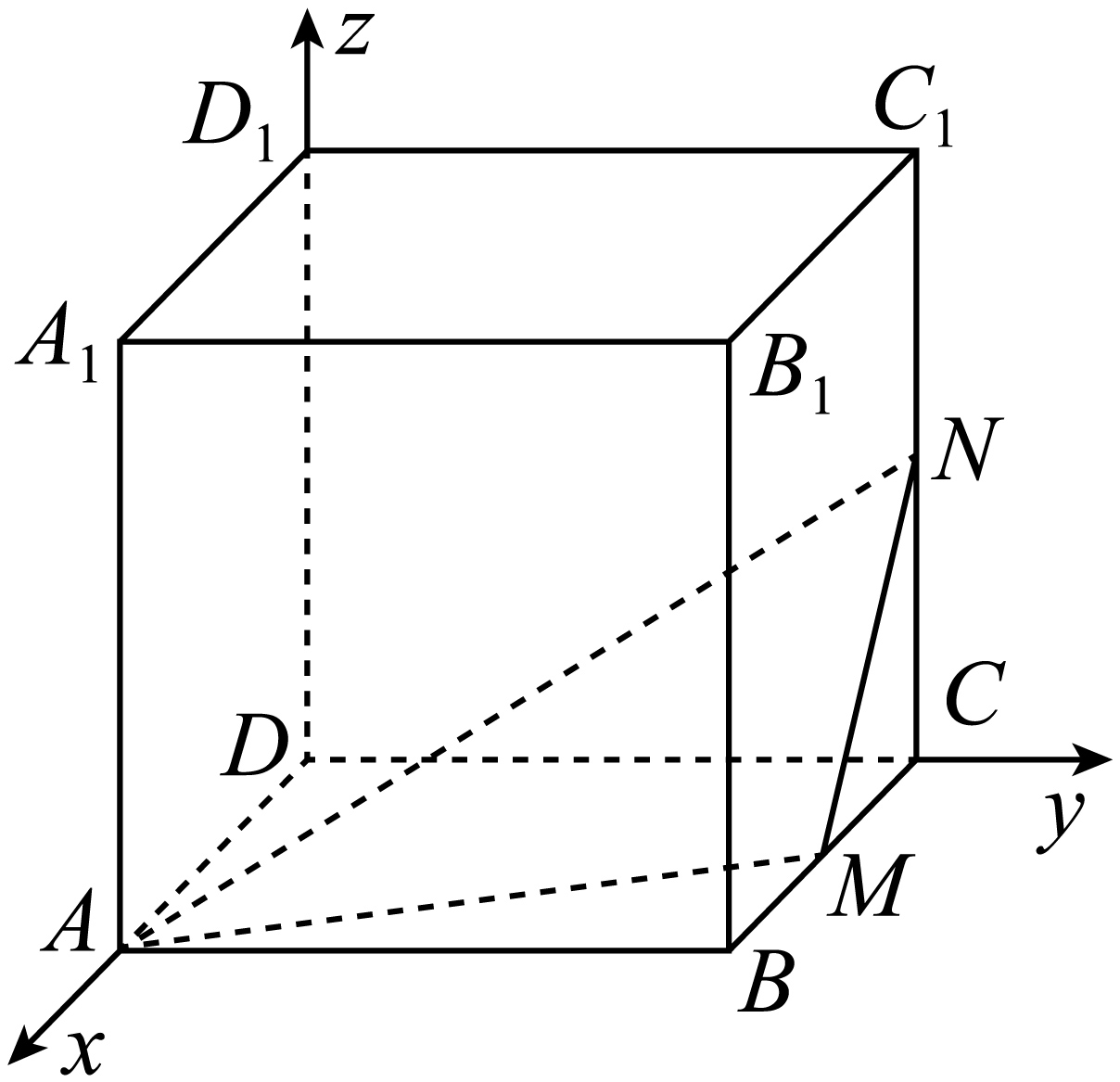
，

所以到平面的距离为，

，

所以当，时，到平面的距离取得最小值为.

故答案为：；



**四、解答题：本大题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17. 已知向量，，且．

(1)求*c*的值；

(2)若与互相垂直，求实数*k*的值．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)求出，根据向量模长公式列出方程，求出；

(2)分与两种情况，根据向量垂直列出方程，求出实数*k*的值.

【小问1详解】

，

所以，解得：；

【小问2详解】

当时，

，

，

因为与互相垂直，

所以，解得：，

当时，，



因为与互相垂直，

所以，解得：，

综上：.

18. 已知直线过点，且倾斜角是直线倾斜角的倍．

(1)求直线的方程；

(2)设直线与直线的交点为*Q*，点*R*在直线上，若三角形*PQR*的面积为，求点*R*的坐标．

【答案】(1)

(2)，或

【解析】

【分析】(1)求出直线的斜率、倾斜角可得，直线的倾斜角、斜率，再由直线的点斜式方程可得答案；

(2)求出点坐标，设可得，再求出，点到直线的距离利用三角形的面积为，求出可得答案.

【小问1详解】

因为直线的斜率为，所以倾斜角为，

所以直线的倾斜角为，斜率为，所以直线的方程为，

即；

【小问2详解】

由解得，设，所以，

，

点到直线的距离为，

所以三角形的面积为，

解得或，

当时，，此时，

当时，，此时，

即点，或.

19. 已知圆，圆*C*过点且与圆*O*相切于点．

(1)求圆*C*的标准方程；

(2)若*P*是圆*C*上异于点*N*的动点，*PA*，*PB*是圆*O*的两条切线，*A*，*B*是切点，求四边形*PAOB*面积的最大值．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)设出圆心坐标，根据半径相等列出方程，再由圆*C*与圆*O*相切，切点为，得到切点在直线上，求出直线方程，得到代入，得到方程，从而求出圆心和半径，得到圆*C*的标准方程；

(2)通过分析得到当最长时，直角边*AP*的长度最长，此时四边形*PAOB*面积取得最大值，作出辅助线，求出最长为，进而求出最大值，求出四边形*PAOB*面积的最大值.

小问1详解】

设圆*C*的圆心为，

由题意得：，化简得，

因为圆*C*与圆*O*相切，切点为，

所以切点在直线上，直线为，

将代入中，得，

联立与可得：，圆心为，

故半径为，

故圆*C*的标准方程为；

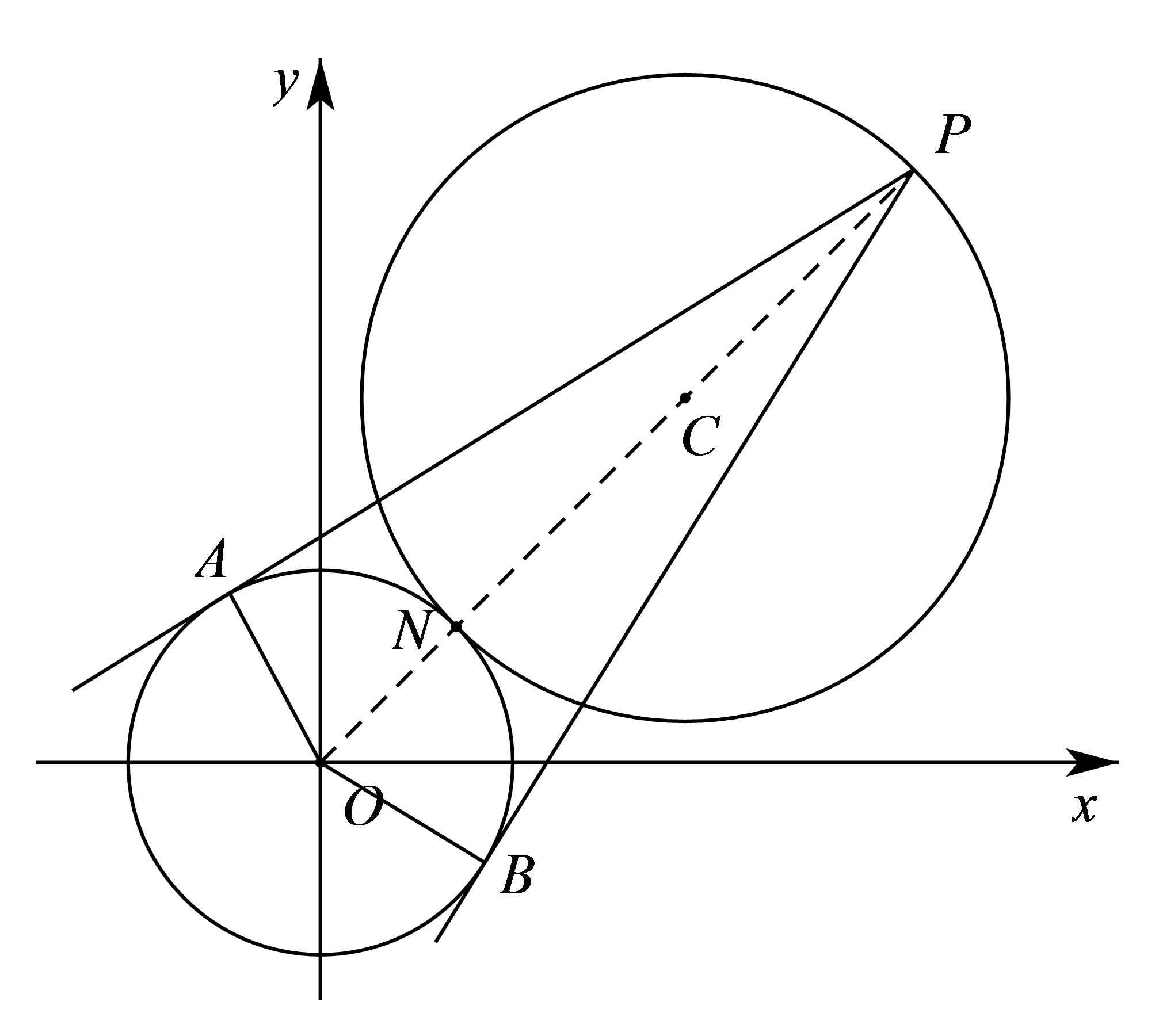
【小问2详解】

四边形*PAOB*面积可看作两个全等的直角三角形*PAO*面积与*POB*面积之和，

直角三角形*PAO*中直角边*AO*长度为，故只需另一条直角边*AP*的长度最长即可，

由勾股定理可知只需最长即可，

显然连接并延长，交圆*C*于点，此时最长，

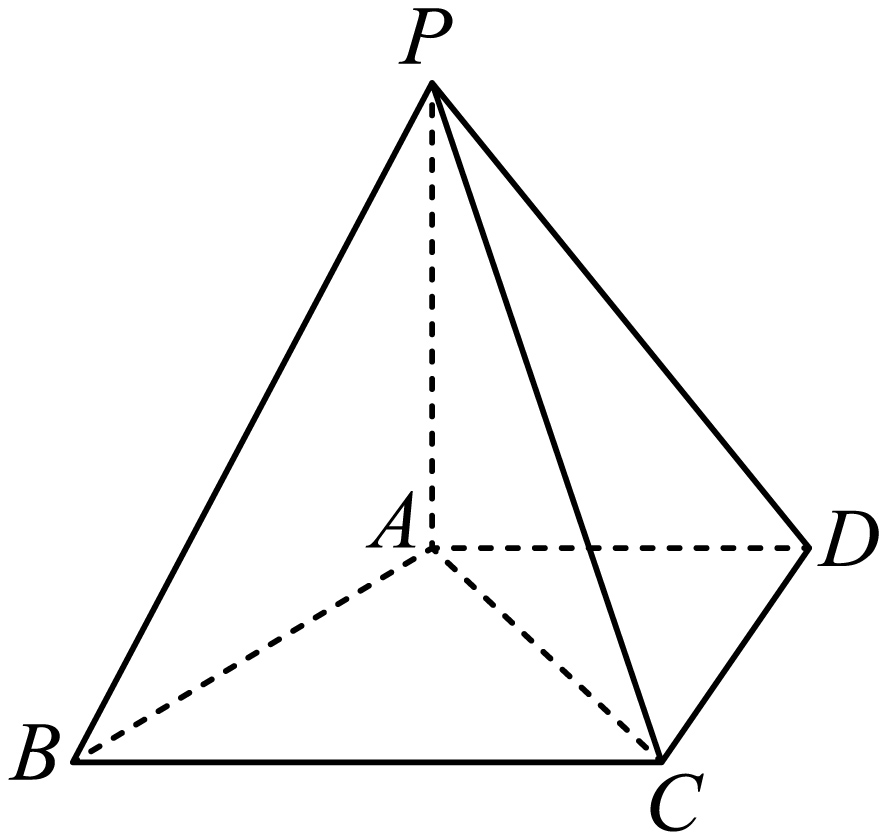


为，

此时最长，为

四边形*PAOB*面积的最大值为.

20. 在三棱锥中，为等边三角形，平面*ABC*，将三角形*PAC*绕*PA*逆时针旋转至*PAD*位置(如图)，且二面角的大小为90°．



(1)证明：*A*，*B*，*C*，*D*四点共面，且；

(2)若，设*G*为*PC*的中点，求*PB*与平面*ABG*所成角的正弦值．

【答案】(1)证明见解析；

(2)

【解析】

【分析】(1)利用反证法，假设四点不共面，进而证明假设不成立；再通过证明平面，可通过线面垂直证明得到线线垂直.

(2)利用向量法，直接计算线面角的正弦值即可.

【小问1详解】

证明：平面，且平面，平面，

，，，

又，平面，假设四点不共面，

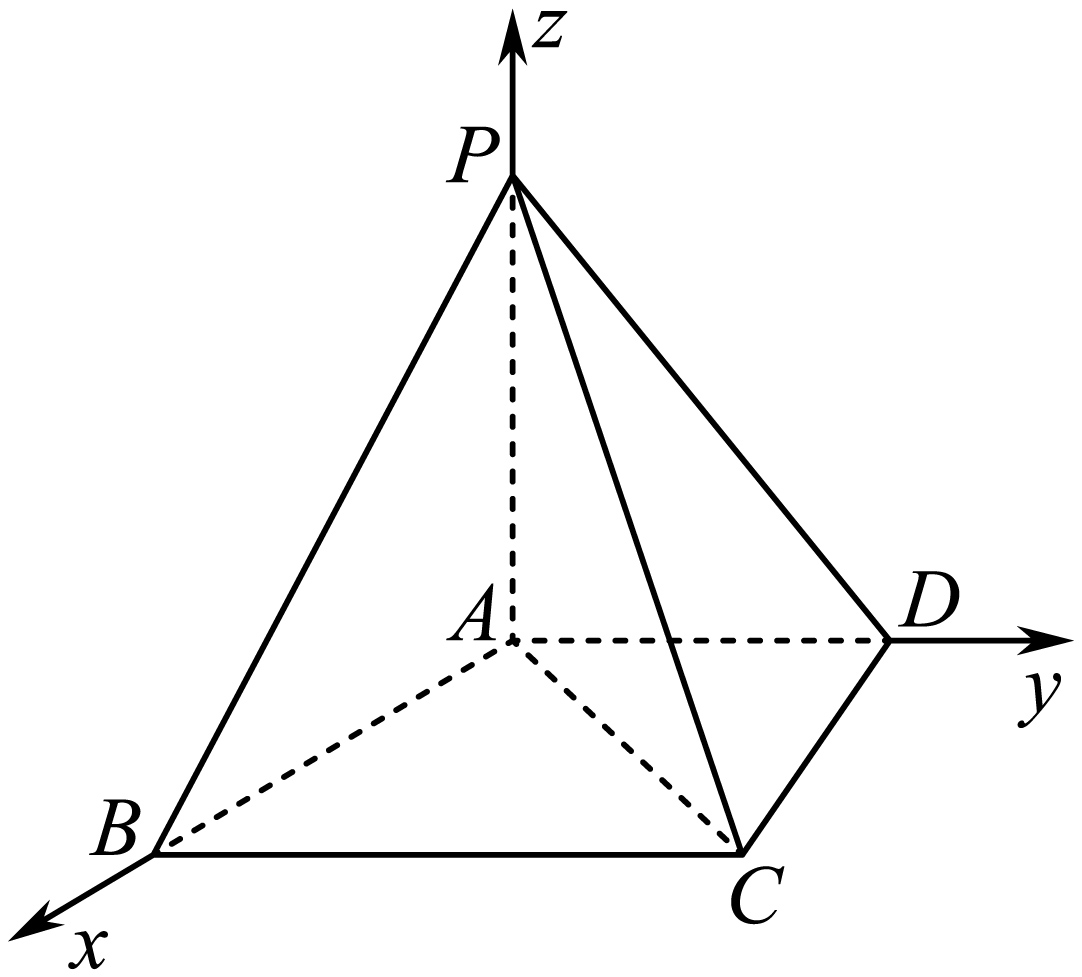
平面，平面，平面平面，

与平面平面矛盾，故四点共面；

又因为，所以为二面角的平面角，，即，又，且，平面，

又平面，

【小问2详解】



如图，以为坐标原点，的方向为轴正方向，建立如图所示的空间直角坐标系；

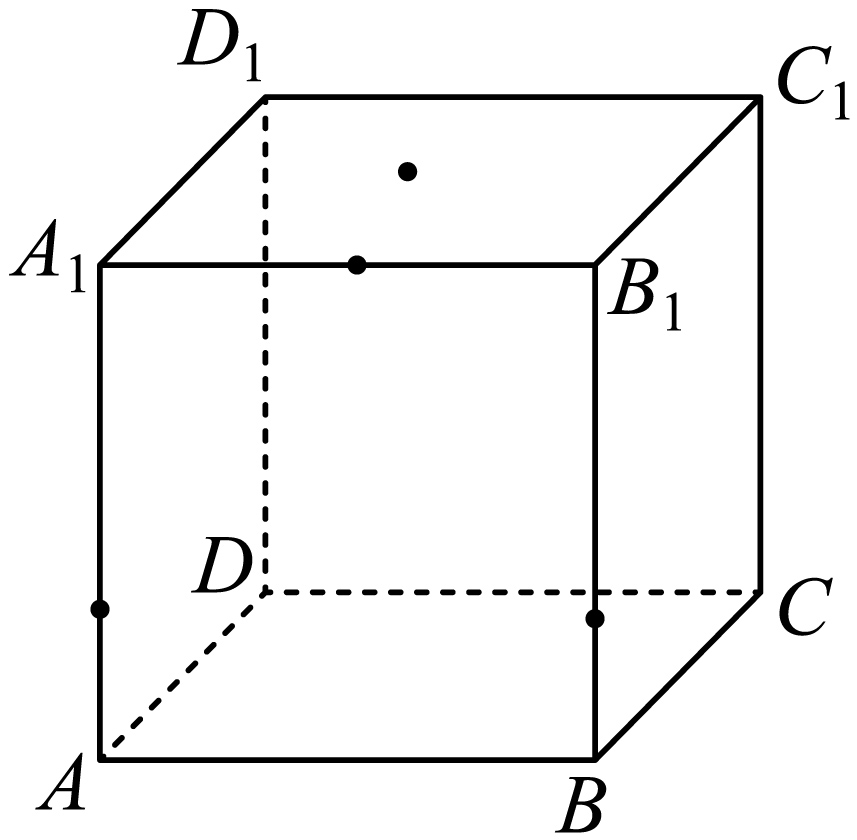
，得，

，设平面的法向量为，

则，即，令，得，

，

21. 在边长为*a*的正方体上选择四个顶点，然后将它们两两相连，且这四个顶点组成的几何图形为每个面都是等边三角形的四面体，记为四面体．



(1)请在给出的正方体中画出该四面体，并证明；

(2)设的中心为*O*，关于点*O*的对称的四面体记为，求与的公共部分的体积．(注：到各个顶点距离相等的点称为四面体的中心)

【答案】(1)画图见解析式，证明详见解析(答案不唯一)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据正四面体、正方体的知识画图图象，并进行证明.

(2)画出与的公共部分，根据锥体体积公式求得正确答案.

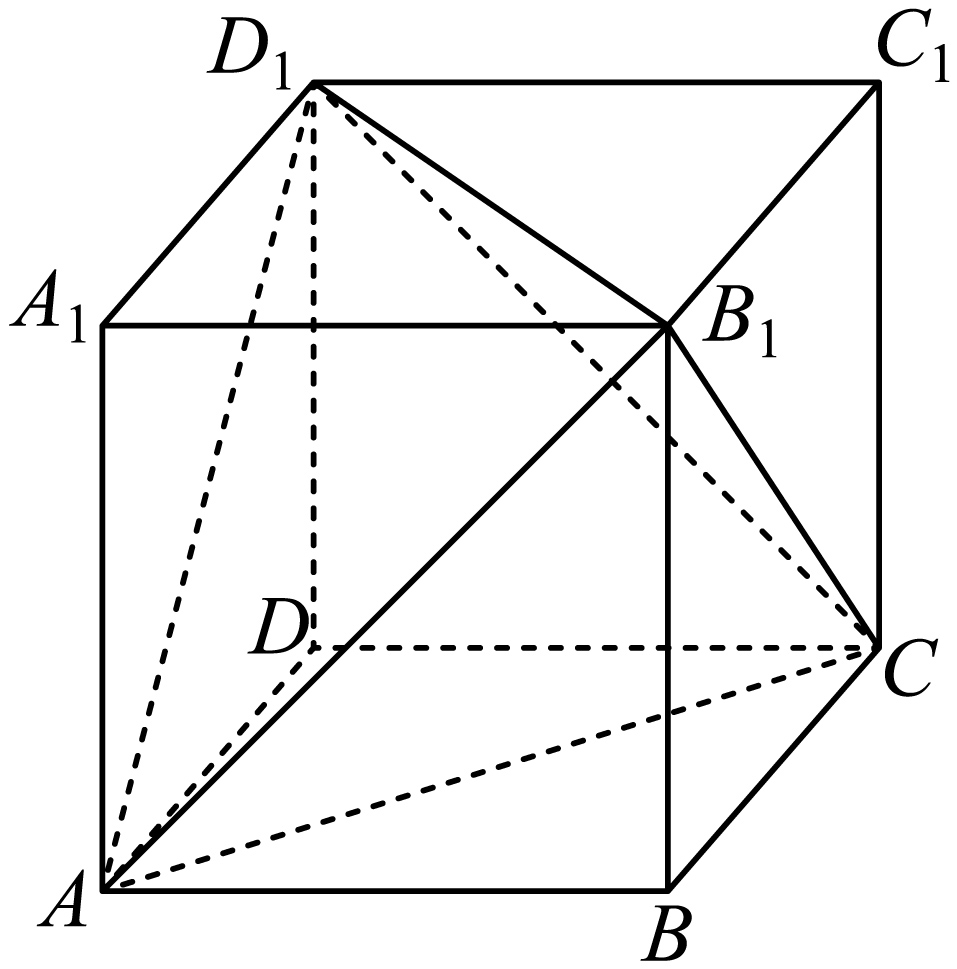
【小问1详解】

正方体的边长为，面对角线的边长为，

每个面都是等边三角形的四面体是正四面体，

如图所示四面体，它的每条棱长都是，每个面都是等边三角形，

即四面体是正四面体.

【小问2详解】

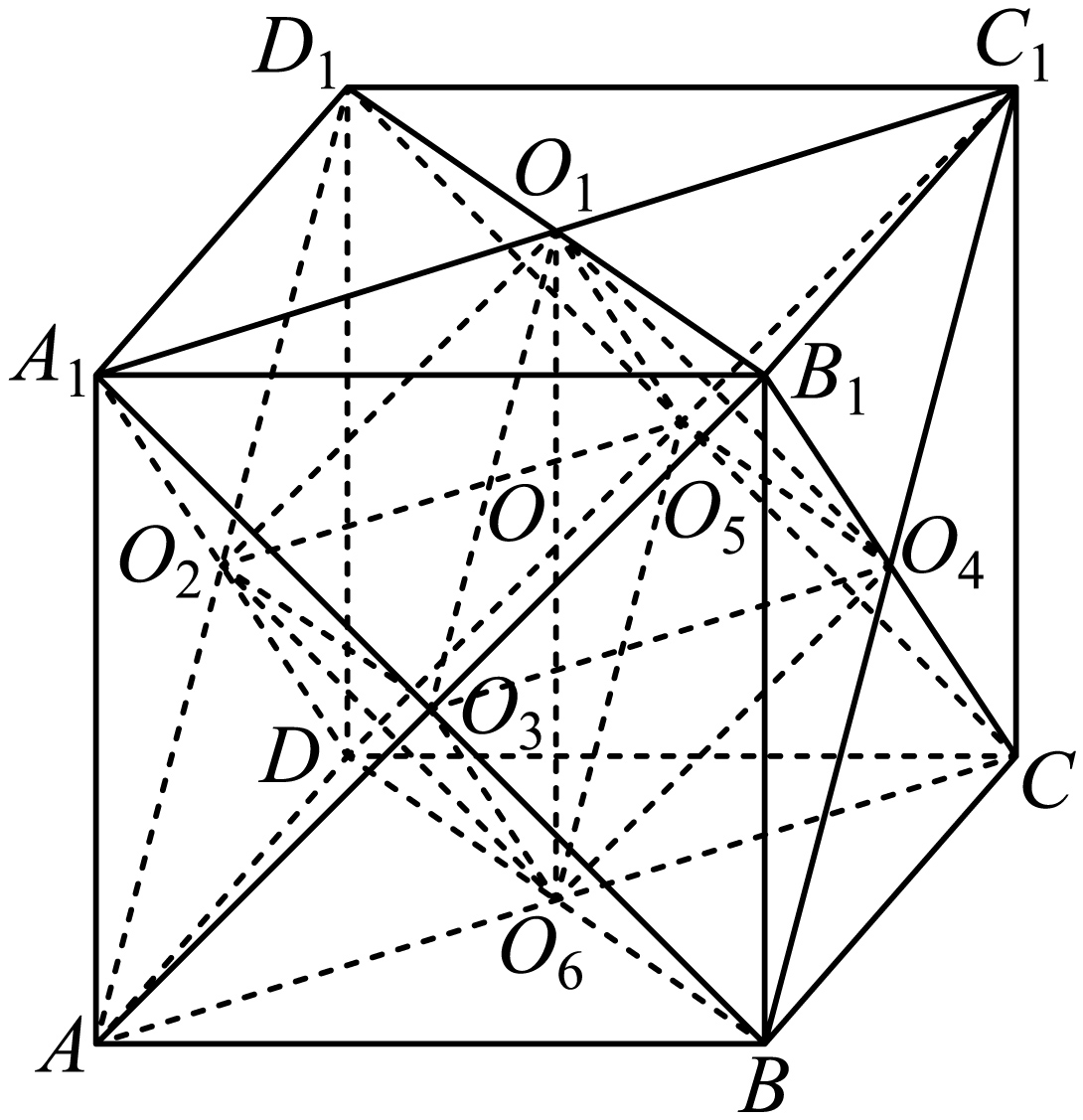
依题意可知是正方体的中心，

由(1)得对应正四面体，则对应正四面体，

与的公共部分是正方体六个面的中心为顶点所得的正八面体，

其棱长为，

所以体积为.



22. 已知曲线*C*是到两个定点，的距离之比等于常数的点组成的集合．

(1)求曲线*C*的方程；

(2)设过点*B*的直线*l*与*C*交于*M*，*N*两点；问在*x*轴上是否存在定点，使得为定值？若存在，求出点*Q*的坐标及定值；若不存在，请说明理由．

【答案】(1)

(2)存在定点，使得为定值

【解析】

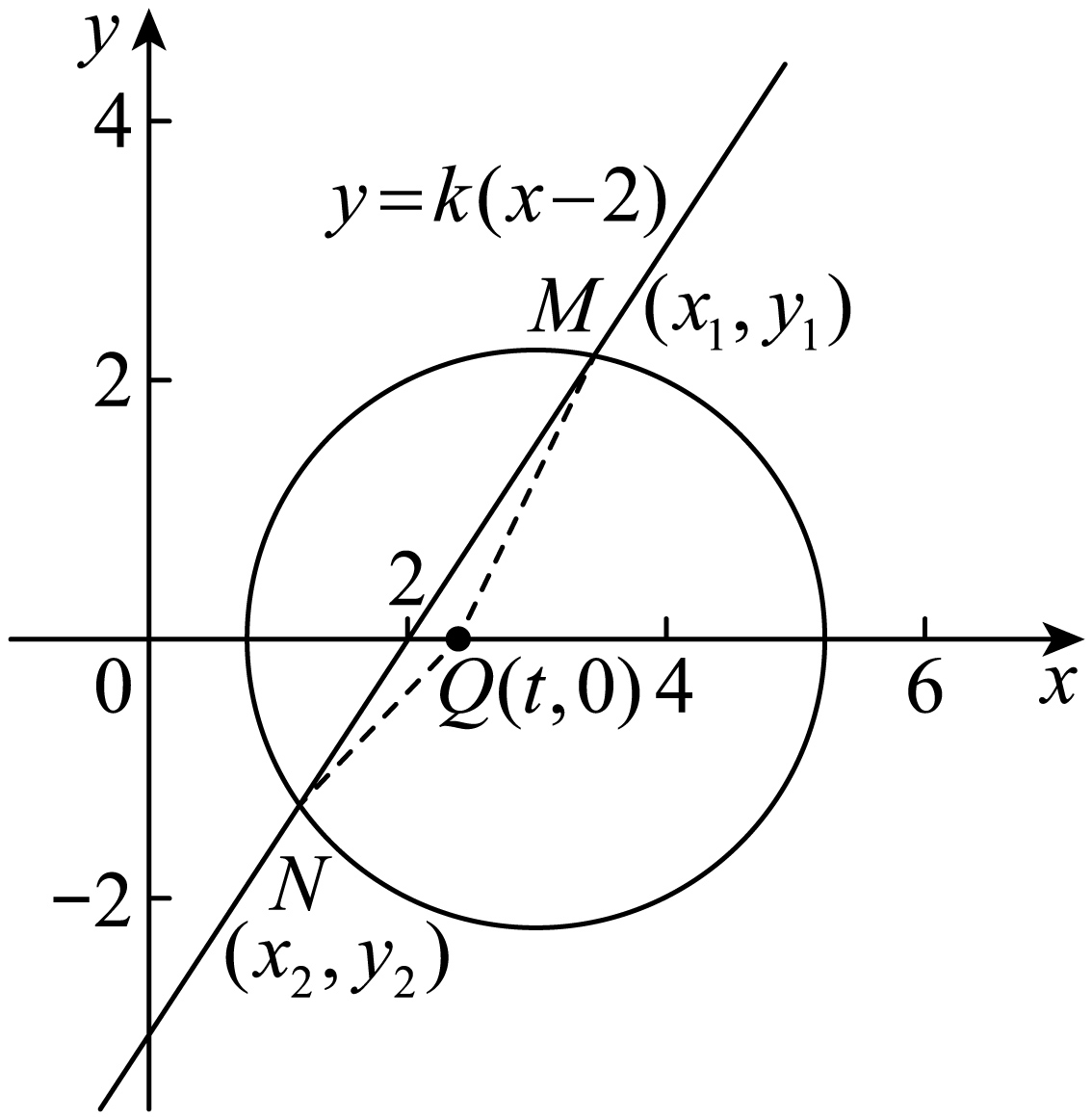
【分析】(1)设点，根据距离之比等于常数列出等式，即可得到曲线方程；

(2)设直线*l*方程为，点，联立曲线*C*的方程，利用韦达定理可以求出，由于为定值可知，可求出参数*t*的值，即可得定点坐标和定值，当斜率不存在时，也符合题意.

【小问1详解】

设点，由题意可知，则有，整理得，故曲线*C*的方程为.

【小问2详解】



设直线*l*方程为，点，，

联立，得，

所以，

因此

若，即时，，所以定值为，

当斜率不存在时，直线*l*为，

联立可求得，，

所以，符合题意.

故存在定点，使得为定值.