**保密☆启用前**

**2022—2023学年度第一学期期中考试**

**高二数学(一)试题(*B*)**

**2022.11**

**注意事项：**

**1. 本试卷分选择题和非选择题两部分，满分150分，考试时间120分钟.**

**2. 答题前，考生务必将姓名、班级等个人信息填写在答题卡指定位置，**

**3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上，选择题每小题选出答案后，用2*B*铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区城书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效.**

**第I卷(选择题 共60分)**

**一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的**

1. 直线*l*的倾斜角为，则*l*的斜率为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据斜率与倾斜角关系即可得答案.

【详解】由题设，*l*的斜率为.

故选：B

2. 已知，如果，则( )

A.  B. 0 C.  D. —1

【答案】A

【解析】

【分析】根据向量共线定理，结合空间向量线性关系的坐标关系列方程求参数，即可得结果.

【详解】由题设，存在使，则，可得，

所以.

故选：A

3. 过点且与直线垂直的直线方程为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据垂直关系写出所求直线斜率，再应用点斜式写出直线方程.

【详解】由题意，所求直线的斜率为，且过，

所以直线方程为，即.

故选：B

4. 在棱长为4正四面体中，*E*是棱*AB*中点，则( )

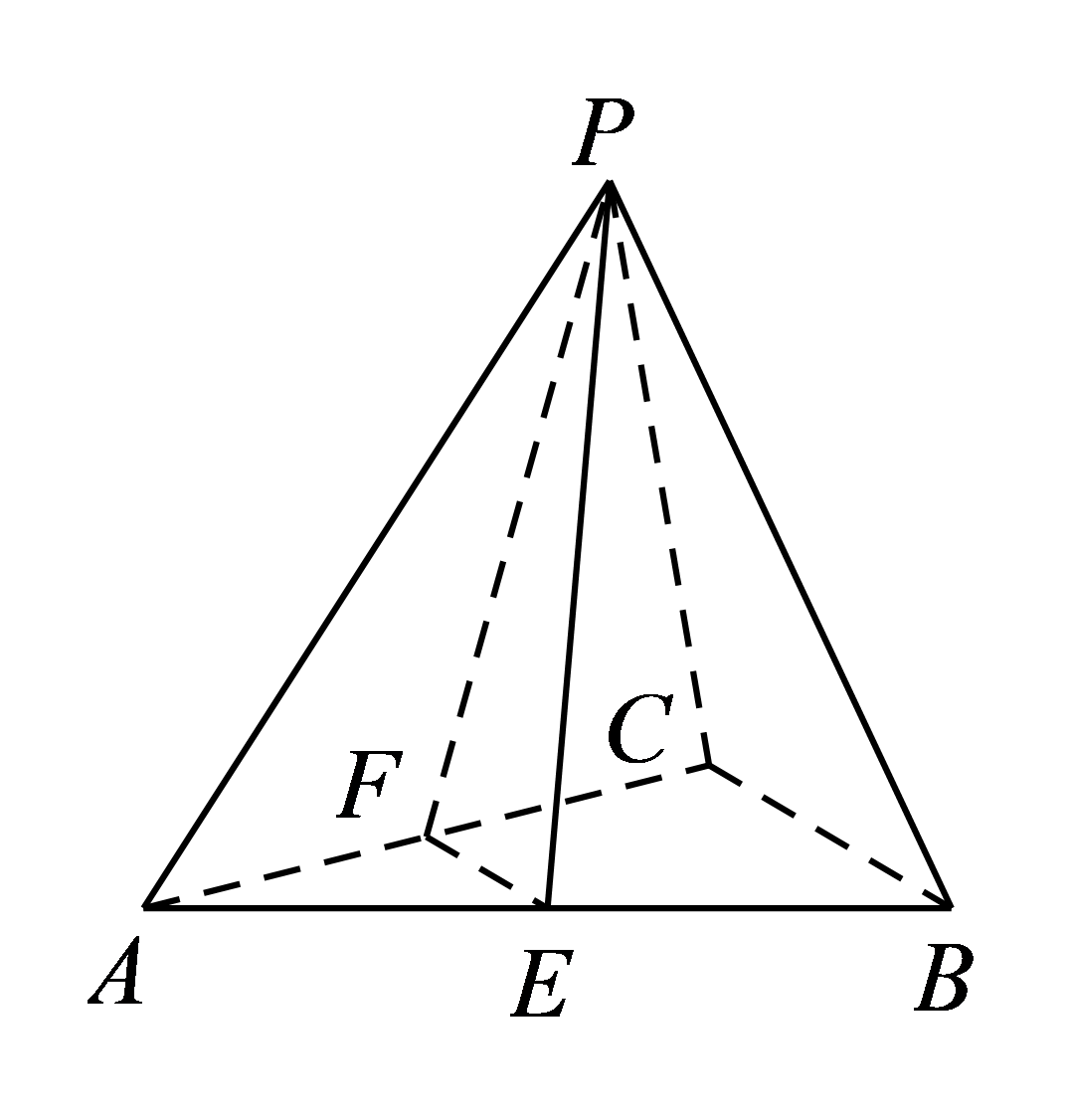
A. 4 B.  C. 2 D. 

【答案】B

【解析】

【分析】为中点，连接，根据中位线性质及线线角定义知夹角为或其补角，结合已知确定其余弦值，应用向量数量积的定义求即可.

【详解】若为中点，连接，又*E*是棱*AB*中点，



所以且，故夹角为或其补角，

因为正四面体各棱长为4，故四面体各面均为等边三角形，

所以，，且，

而为的补角，故.

故选：B

5. 已知直线与圆相离，则实数*m*的取值范围是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】将圆的方程化为标准式，确定圆心坐标、半径，结合直线与圆的相离关系，应用点线距离公式即可得范围.

【详解】由，则，

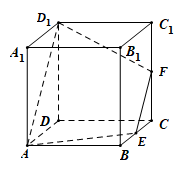
所以，圆心为，半径为，

由直线与圆相离，故，可得，

综上，.

故选：C

6. 已知E，F分别是棱长为1的正方体ABCD－A1B1C1D1的棱BC，CC1的中点，则截面AEFD1与底面ABCD所成二面角的正弦值是

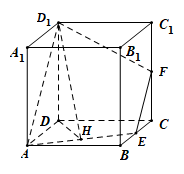


A.  B.  C.  D. 

【答案】C

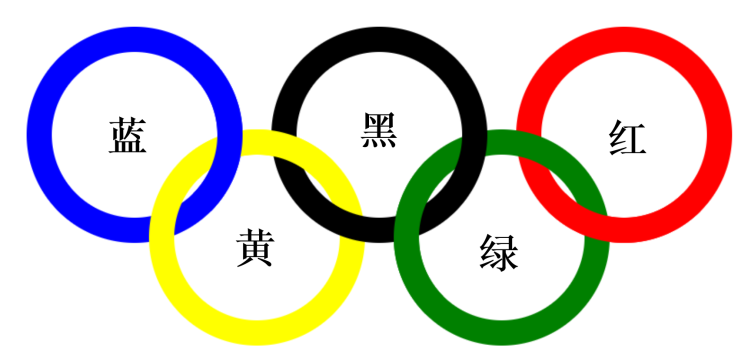
【解析】

【详解】

【分析】试题分析：因为⊥面ABCD，过D做DH⊥AE与H，连接 ，  
  
则即为截面AEFD1与底面ABCD所成二面角的平面角，  
设正方体的棱长为1，  
在△中， =1，  
因为△DAH～△ABE，  
所以，  
所以，  
所以

考点：与二面角有关的立体几何综合题

7. 如图，奥运五环由5个奥林匹克环套接组成，环从左到右互相套接，上面是蓝、黑、红环，下面是黄，绿环，整个造形为一个底部小的规则梯形．为迎接北京冬奥会召开，某机构定制一批奥运五环旗，已知该五环旗的5个奥林匹克环的内圈半径为1，外圈半径为1.2，相邻圆环圆心水平距离为2.6，两排圆环圆心垂直距离为1.1，则相邻两个相交的圆的圆心之间的距离为( )



A.  B. 2.8 C.  D. 2.9

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意作出辅助线直接求解即可.

【详解】如图所示，由题意可知，在中，取的中点，连接，

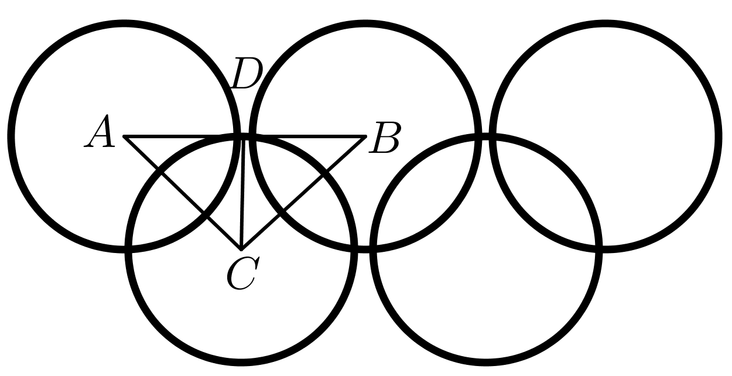
所以，，

又因为，所以，

所以．

即相邻两个相交的圆的圆心之间的距离为.

故选：C



8. 在长方体中，，过*A*1，，*B*三点的平面截去长方体的一个角后，得到几何体，且这个几何体的体积为10，则点*D*到平面的距离为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

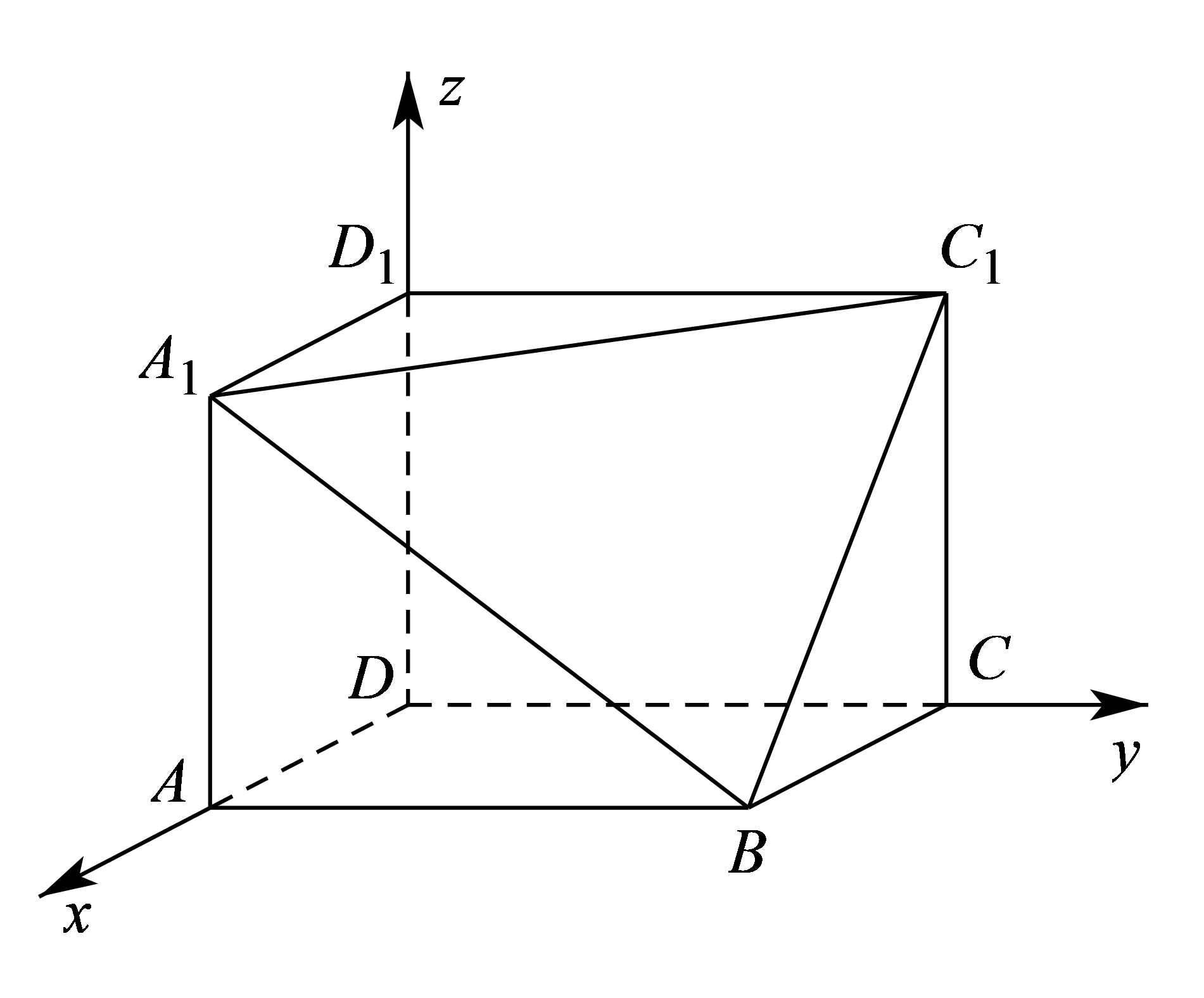
【解析】

【分析】利用求得，构建空间直角坐标系求面的一个法向量，再应用空间距离的向量求法求点面距.

【详解】设，则，

所以，可得，

如下图，构建为*x、y、z*轴的空间直角坐标系，



所以、、，则，，

若是面的一个法向量，则，令，则，

又，故*D*到平面的距离为.

故选：D

**二、多项选择题：本大题共4个小题，每小题5分，共20分，在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，选对但不全的得3分，有选错的得0分**

9. 关于直线，以下说法正确的是( )

A. 直线*l*过定点

B. 时，直线*l*过第一，二，三象限

C. 时，直线*l*不过第三象限

D. 原点到直线*l*的距离的最大值为1

【答案】ABD

【解析】

【分析】由确定定点坐标，根据*a*的符号判断直线所过的象限，根据时原点到直线*l*的距离的最大求最大距离.

【详解】由过定点，A正确；

当，过一、二、三象限，B正确；

当，过二、三、四象限，C错误；

要使原点到直线*l*的距离的最大，只需，即距离等于，D正确.

故选：ABD

10. 已知向，则下列说法正确的是( )

A. 与是共线向量

B. 与同向的单位向量是

C. 和夹角的余弦值是

D. 平面*ABC*的一个法向量是

【答案】BC

【解析】

【分析】A由向量共线定理，应用坐标运算判断是否存在使；B与同向的单位向量是即可判断；C由，应用向量夹角的坐标公式求夹角余弦值；D应用平面法向量的求法求平面*ABC*的一个法向量，即可判断.

【详解】A：若与共线，存在使，则无解，故不共线，错误；

B：与同向的单位向量是，正确；

C：由，故，正确；

D：若是面*ABC*的一个法向量，则，令，则，错误.

故选：BC

11. 已知椭圆的左，右焦点分别为，，过点的直线*l*交椭圆于*A*，*B*两点.则下列说法正确的是( )

A. △*ABF*2的周长为12

B. 椭圆的离心率为

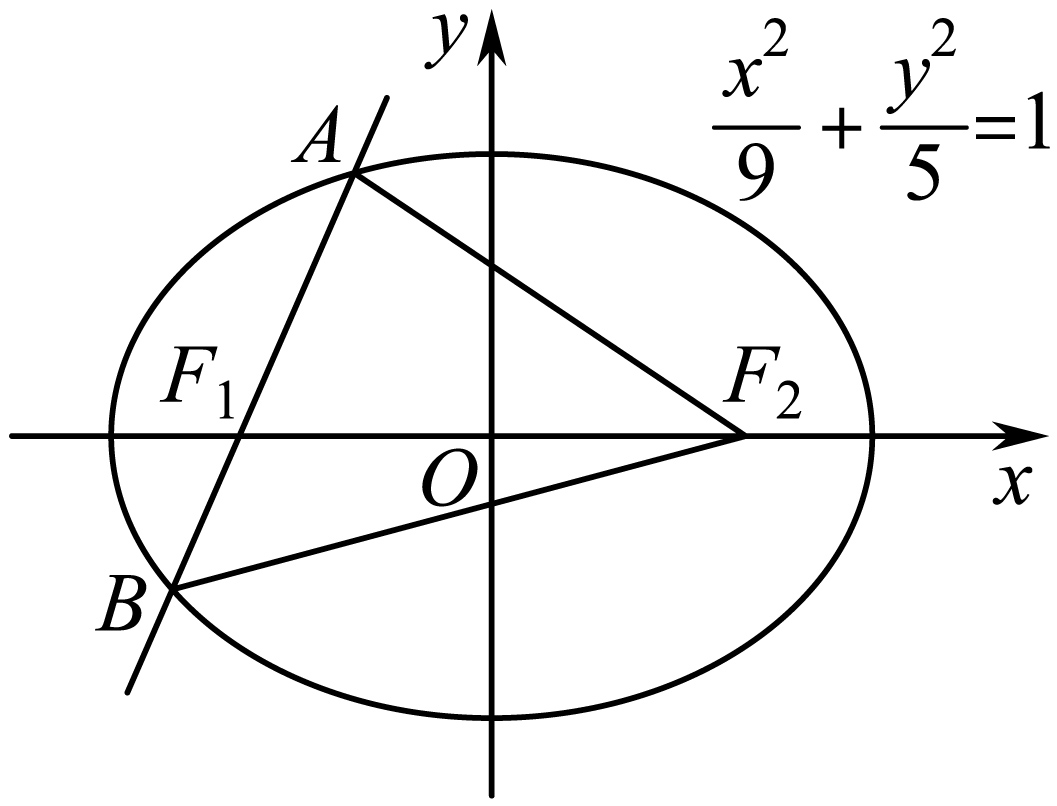
C. 的最大值为

D. △*ABF*2面积最大值为

【答案】ACD

【解析】

【分析】A由椭圆定义求焦点三角形周长；B根据椭圆离心率定义求离心率；C当轴求出最小值，即可得最大值；D令直线代入椭圆，应用韦达定理、三角形面积公式得到关于的表达式，研究其最值即可.

【详解】

A：由三角形的周长为，正确；

B：由，故椭圆的离心率为，错误；

C：要使最大，只需最小，根据椭圆性质知：当轴时，故，正确；

D：令直线，代入椭圆方程整理得：，

所以，且，，

而，

令，则，当且仅当时等号成立，显然等号不成立，

又在上递增，即时最小，此时最大为，正确.

故选：ACD

12. 古希腊著名数学家阿波罗尼斯与欧几里得，阿基米德齐名，他发现：平面内到两个定点*A*、*B*的距离之比为定值*λ*且的点所形成的图形是圆，后来，人们将这个圆以他的名字命名，称为阿波罗尼斯圆，简称阿氏圆，已知在平面直角坐标系*xOy*中，，点*P*满足，设点*P*所构成的曲线为*C*，下列结论正确的是( )

A. *C*的方程为

B. 在*C*上存在点*D*，使得*D*到点(1，1)的距离为9

C. 在*C*上存在点*M*，使得

D. *C*上的点到直线的最大距离为9

【答案】ABD

【解析】

【分析】对A：设点，由两点的距离公式代入化简判断；对B：根据两点间的距离公式求得点(1，1)到圆上的点的距离的取值范围，由此分析判断；对C：设点，求点*M*的轨迹方程，结合两圆的位置关系分析判断；对D：结合点到直线的距离公式求得*C*上的点到直线的最大距离，由此分析判断.

【详解】对A：设点，

∵，则，整理得，

故*C*的方程为，A正确；

对B：的圆心，半径为，

∵点(1，1)到圆心的距离，则得*D*到点(1，1)的距离的取值范围为，且，

∴在*C*上存在点*D*，使得*D*到点(1，1)的距离为9，B正确；

对C：设点，

∵，则，整理得，

∴点*M*的轨迹方程为，是以为圆心，半径的圆，

又∵，则两圆内含，没有公共点，

∴在*C*上不存在点*M*，使得，C不正确；

对D：∵圆心到直线的距离为，

∴*C*上的点到直线的最大距离为，D正确；

故选：ABD.

**第II卷(非选择题 共90分)**

**三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 过点与的直线的一般式方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】先求出直线的斜率，再根据点斜式即可求出直线方程.

【详解】可得直线的斜率为，

所以直线方程为，整理得.

故答案为：.

14. 写出与两圆均相切的一条直线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】(答案不唯一)

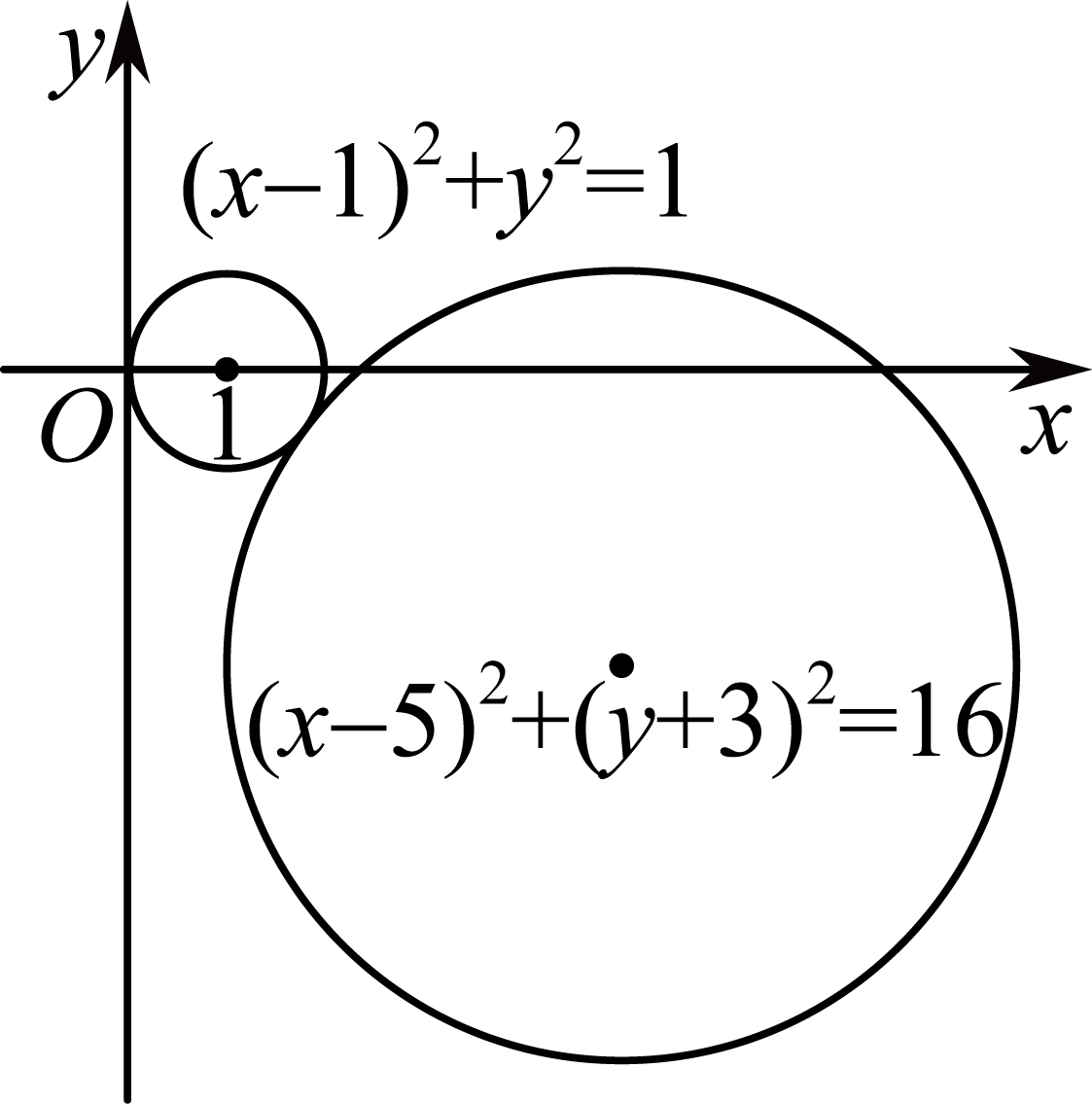
【解析】

【分析】根据圆的方程判断圆的位置关系，公切线斜率存在，设为，应用点线距离公式求参数，即可写出直线方程.

【详解】由，圆心为，半径为1；

由，圆心为，半径为4；

所以圆心距为，故两圆外切，如下图，



公切线斜率存在，设为，

所以，解得或或，

所以，公切线方程有或或.

故答案为：(答案不唯一)

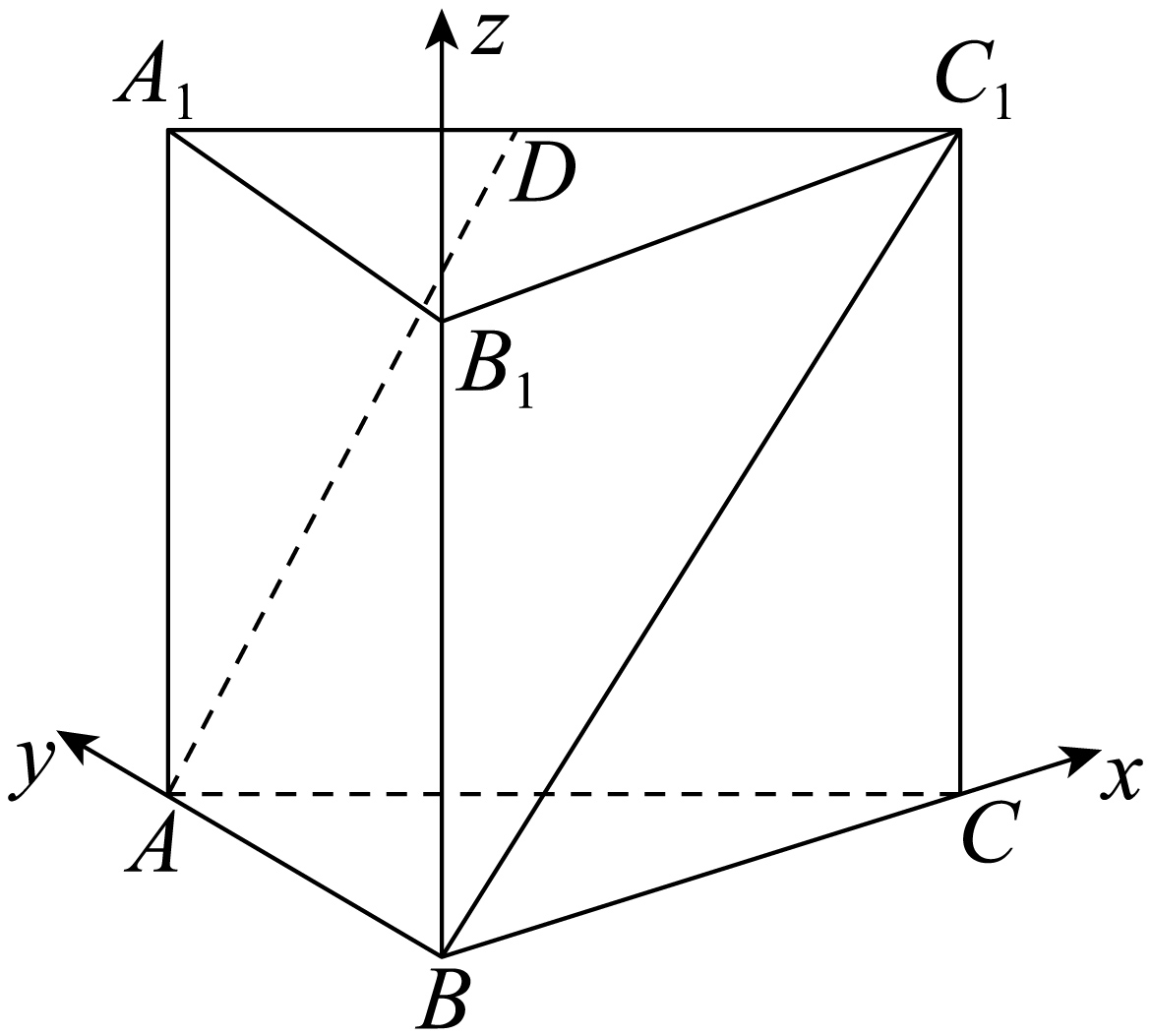
15. 在直三棱柱*ABC－A*1*B*1*C*1中，∠*ABC*＝90°，A*B＝BC＝AA*1＝2，点*D*是*A*1*C*1的中点，则异面直线*AD*和*BC*1所成角的大小为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【详解】试题分析：如图，以为轴建立空间直角坐标系，则，，，，，，，，

，所以，即异面直线*AD*和*BC*1所成角为．



考点：异面直线所成角．

16. 已知椭圆上一点*A*关于原点的对称点为*B*，*F*为其右焦点，若，设，且，则该椭圆离心率*e*的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

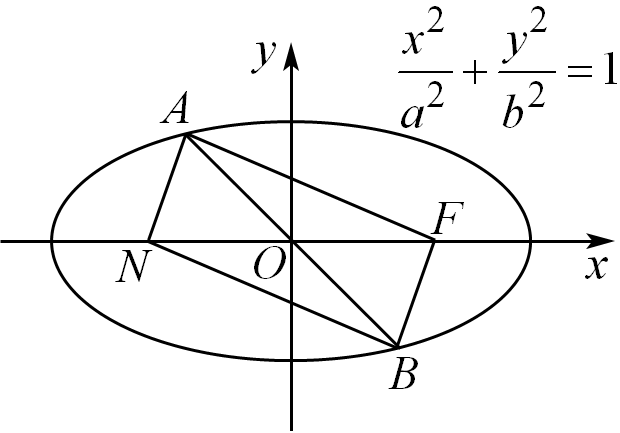
【答案】##

【解析】

【分析】利用已知条件设出椭圆的左焦点，进一步根据垂直的条件得到长方形，则，再根椭圆的定义，由离心率的公式得到，即可求解答案.

【详解】已知椭圆 上一点*A*关于原点的对称点为点*B*、*F*为其右焦点，

设椭圆的左焦点为，连接，所以四边形为长方形，



根据椭圆的定义，且，则，

所以，

又由离心率的公式得，

由，则，

所以，即椭圆的离心率的最大值为.

故答案为：

【点睛】关键点点睛：把椭圆的离心率转化为的三角函数，利用三角函数的值域求解是解答的关键.

**四、解答题：本大题共6小题，共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，**

17. 已知直线*l*的斜率为，且在*y*轴上的截距为3.

(1)求直线*l*的方程，并把它化成一般式；

(2)若直线与直线*l*平行，求*m*的值

【答案】(1)，

(2)−4

【解析】

【分析】(1)直接用斜截式写出直线方程，再化为一般式即可；

(2)由(1)，知直线*l*的方程为．根据相互平行与斜率之间的关系即可得出．

【小问1详解】

由已知直线*l*的方程为，

化成一般式为

【小问2详解】

由(1)，知直线*l*的方程为．  
∵直线与直线*l*平行，

∴，  
∴*m*＝−4．

故所求*m*值为−4．

18. 已知空间三点，*，*，求：

(1)若，求实数*a*；

(2)若，△*ABC*的面积.

【答案】(1)；

(2).

【解析】

【分析】(1)应用空间向量垂直的坐标表示列方程求参数*a*；

(2)应用空间向量夹角坐标表示求、夹角余弦值，进而求正弦值，坐标公式求模长，应用三角形面积公式求面积即可.

【小问1详解】

由题设，，又，

所以，可得

【小问2详解】

由题意，故，而，

所以，故，

而，，故.

19. 已知以点为圆心的圆与直线相切，过点的直线*l*与圆*A*相交于*M*，*N*两点，*Q*是*MN*的中点，．

(1)求圆*A*的标准方程；

(2)求直线*l*的方程．

【答案】(1)

(2)或

【解析】

【分析】(1)由圆与直线相切结合点线距离公式可得半径，即可求得标准方程；

(2)分别讨论直线*l*与*x*轴垂直与否，设出直线方程，结合垂径定理、点线距离公式列方程即可解得参数.

【小问1详解】

设圆*A*半径为*R*，由圆与直线相切得，

∴圆*A*的标准方程为.

【小问2详解】

i. 当直线*l*与*x*轴垂直时，即，此时，符合题意；

ii. 当直线*l*不与*x*轴垂直时，设方程为，即，

*Q*是*MN*的中点，，∴，即，解得，∴直线*l*为：.

∴直线*l*的方程为或.

20. 已知椭圆：过点，椭圆以的长轴为短轴，且与有相同的离心率.

(1)求椭圆的方程；

(2)已知，为椭圆的两焦点，若点*P*在椭圆上，且，求的面积.

【答案】(1)；

(2).

【解析】

【分析】(1)根据点在椭圆求得方程，结合椭圆、的关系写出椭圆的方程；

(2)应用椭圆定义及余弦定理可得，再由三角形面积公式求面积.

【小问1详解】

由在上，则，可得，

所以为，故长轴长为4，离心率为，

故中，且，则，

所以为.

【小问2详解】

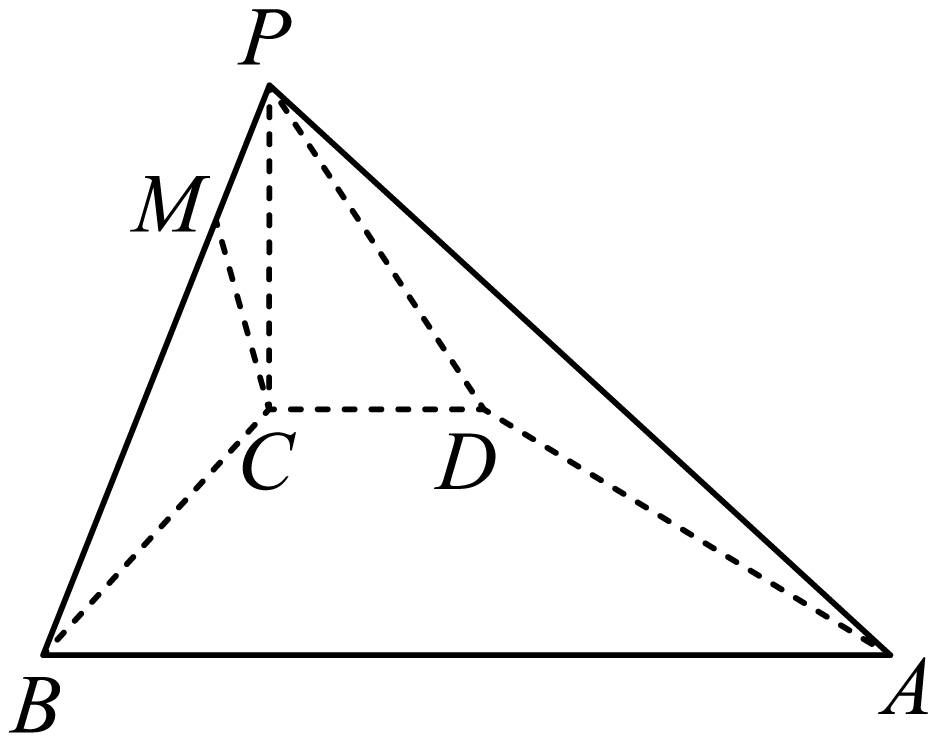
由题意，在中，而，

又，

所以，故，

所以.

21. 如图所示，在四棱锥中，*PC*⊥平面*ABCD*，，在四边形*ABCD*中，∠*B*，*PB*与平面*ABCD*成的角，点*M*在*PB*上，且*CM*∥平面*PAD*.



(1)求的值；

(2)求点*C*到平面*PAD*的距离.

【答案】(1)4； (2).

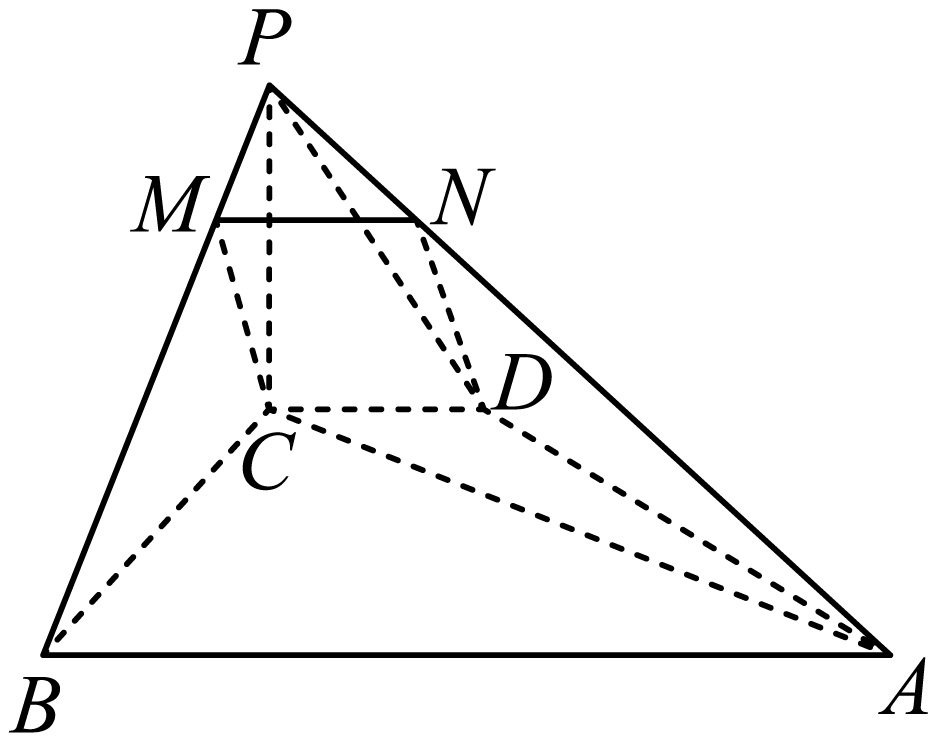
【解析】

【分析】(1)过作交于，连接，由线面平行可得，进而有为平行四边形，即有，在△中应用等比例性质求.

(2)根据等体积法有求点面距.

【小问1详解】

过作交于，连接，



因为*CM*∥平面*PAD*，面，面面，

所以，且，故为平行四边形，则，

又∠*B*，则，故，

所以，在△中，故.

【小问2详解】

因为*PC*⊥平面*ABCD*，，且*PB*与平面*ABCD*成的角，

因为面，则，，，

所以*PB*与平面*ABCD*所成角平面角为，

在直角△中，，，

由(1)知：，且为的高，

所以，

又，，面，则面，

而面，故，

在直角△中，在直角△中，

而，

所以，在△中，则，

故，

由，若*C*到平面*PAD*的距离为，则，

所以.

22. 已知曲线且

(1)若曲线*C*是焦点在*y*轴上椭圆，求*m*的取值范围；

(2)当时，过*C*的右焦点且斜率为*k*的直线*l*交曲线*C*于点*A*、*B*(*A*，*B*异于顶点)，交直线于*P*.过点*P*作*y*轴的垂线，垂足为*Q*，直线*AQ*交*x*轴于点*E*，直线*BQ*交*x*轴于*D*，求证：.

【答案】(1)；

(2)证明见解析.

【解析】

【分析】(1)利用椭圆的标准性质列关于*m*的不等式组，解之得解.

(2)设直线*l*方程为，求出坐标，联立直线与椭圆方程，结合韦达定理，求出直线，的方程，进而得到坐标，利用中点坐标公式即可得解.

【小问1详解】

由题意可得，解得，

所以实数*m*的取值范围为.

【小问2详解】

当时，曲线为椭圆：，右焦点为，

设直线*l*为，联立，整理得，

设，则，

直线*l*交直线于，则

所以直线方程为，，

令，解得，则

所以直线的方程为，，

令，解得，则





，

所以线段中点为，故.

【点睛】方法点睛：利用韦达定理法解决直线与圆锥曲线相交问题的基本步骤如下：

(1)设直线方程，设交点坐标为；

(2)联立直线与圆锥曲线的方程，得到关于(或)的一元二次方程，必要时计算；

(3)列出韦达定理；

(4)将所求问题或题中的关系转化为、(或、)的形式；

(5)代入韦达定理求解.