**2022学年上学期高二期末限时训练试卷**

**数学**

**命题学校：广东实验中学 命题人：翁文 张淑华**

**本试卷分选择题和非选择题两部分，共4页，满分150分，考试用时120分钟.**

**注意事项：**

**1.开考前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自已的校名、姓名、班级、考号等相关信息填写在答题卡指定区域内.**

**2.选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案；不能答在试卷上.**

**3.非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内的相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液.不按以上要求作答的答案无效.**

**4.考生必须保持答题卡的整洁.**

**第一部分 选择题(共60分)**

**一、单项选择题(本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)**

1. 集合，，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据三角函数的性质求出集合,再解一元二次不等式求出集合，即可求解.

【详解】由得解得或，

所以或，

又由解得，所以，

所以，

故选:D.

2. 某地天气预报中说未来三天中该地下雪的概率均为0.6，为了用随机模拟的方法估计未来三天中恰有两天下雪的概率，用计算机产生1~5之间的随机整数，当出现随机数1，2或3时，表示该天下雪，其概率为0.6，每3个随机数一组，表示一次模拟的结果，共产生了如下的20组随机数：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 522 | 553 | 135 | 354 | 313 | 531 | 423 | 521 | 541 | 142 |
| 125 | 323 | 345 | 131 | 332 | 515 | 324 | 132 | 255 | 325 |

则据此估计该地未来三天中恰有两天下雪的概率为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】

根据条件找出三天中恰有两天下雪的随机数，再按照古典概型求概率.

【详解】20组数据中，其中522,135,531,423,521,142,125,324,325表示三天中恰有2天下雪，共有9组随机数，所以.

故选：B

3. 设复数满足，则在复平面上对应的图形是( )

A. 两条直线 B. 椭圆 C. 圆 D. 双曲线

【答案】A

【解析】

【分析】设，根据模长相等列出方程，得到在复平面上对应的图形是两条直线.

【详解】设，则，

可得：，

化简得：，

即或，

则在复平面上对应的图形是两条直线.

故选：A

4. 已知数列是等差数列，且，将去掉一项后，剩下三项依次为等比数列的前三项，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据给定条件，利用等差数列性质求出公差及通项公式，再确定等比数列的前三项作答.

【详解】在等差数列中，，解得，而，即有公差，

等差数列的通项，则，显然去掉，

成等比数列，则数列的首项为，公比，

所以.

故选：C

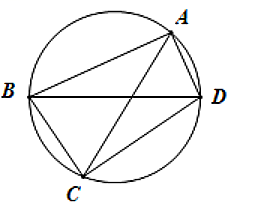
5. 圆内接四边形中，，是圆的直径，则( )

A. 12 B.  C. 20 D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据圆内接四边形的性质及数量积的定义即求.

【详解】

由题知，，

∴

.

故选：B.

6. 已知数列为等差数列，若，，且数列的前项和有最大值，那么取得最小正值时为( )

A. 11 B. 12 C. 7 D. 6

【答案】A

【解析】

【分析】根据已知条件，判断出，的符号，再根据等差数列前项和的计算公式，即可求得.

【详解】因为等差数列的前项和有最大值，故可得，

因为，故可得，即，

所以，可得，

又因为，

故可得，所以数列的前6项和有最大值，

且，

又因为，，

故取得最小正值时*n*等于.

故选：A.

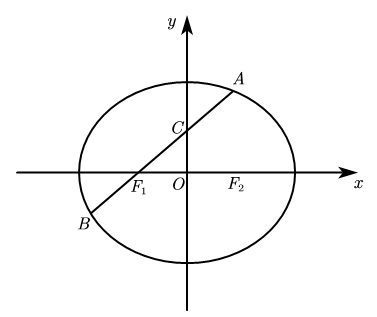
7. 已知过椭圆的左焦点的直线与椭圆交于不同的两点，，与轴交于点，点，是线段的三等分点，则该椭圆的标准方程是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】不妨设在第一象限，由椭圆的左焦点，点，是线段的三等分点，易得，代入椭圆方程可得，又，两式相结合即可求解

【详解】

不妨设在第一象限，由椭圆的左焦点，点，是线段的三等分点，

则为的中点，为中点，所以，所以，则

即，所以，，

将点坐标代入椭圆方程得，即，

又，所以，，

所以椭圆的标准方程是.

故选：B

8. 定义在的函数满足：对，，且，成立，且，则不等式的解集为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】构造函数，讨论单调性，利用单调性解不等式.

【详解】由且，，

则两边同时除以可得，

令，则在单调递增，

由得且，

即解得，

故选：D.

**二、多项选择题(本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的四个选项中，有多个选项是符合题目要求的，全部选对的得5分，选对但不全的得2分，有选错的得0分)**

9. 已知双曲线(，)的右焦点为，在线段上存在一点，使得到渐近线的距离为，则双曲线离心率的值可以为( )

A.  B. 2 C.  D. 

【答案】AB

【解析】

【分析】写出双曲线的渐近线方程，利用点到直线距离列出不等式，得到，判断出AB正确.

【详解】的一条渐近线方程为，

设，，

，整理得：，

因为，所以，即，

解得：，

因为，，，，

所以AB正确，CD错误.

故选：AB

10. 已知正实数，满足，下列说法正确是( )

A. 的最大值为2 B. 的最小值为4

C. 的最小值为 D. 的最小值为

【答案】BCD

【解析】

【分析】利用基本不等式和解一元二次不等式可判断A,B,将代入，化简，利用基本不等式求解可判断C，利用基本不等式“1”的妙用可判断D.

【详解】对于A,因为，

即，解得，

又因为正实数，，所以，

则有，当且仅当时取得等号，故A错误；

对于B，，

即，解得(舍)，

当且仅当时取得等号，故B正确；

对于C,由题可得所以，解得，

，

当且仅当即时取得等号，故C正确；

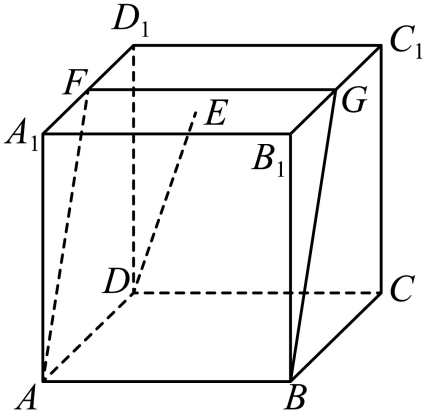
对于D,

，

当且仅当时取得等号，故D正确，

故选:BCD.

11. 已知正方体的边长为2，为正方体内(包括边界)上的一点，且满足，则下列说正确的有( )



A. 若为面内一点，则点的轨迹长度为

B. 过作面使得，若，则的轨迹为椭圆的一部分

C. 若，分别为，的中点，面，则的轨迹为双曲线的一部分

D. 若，分别为，的中点，与面所成角为，则的范围为

【答案】ABD

【解析】

【分析】对于A项，转化为，得到的轨迹再求解.

对于BC项，根据平面截圆锥所得的曲线的四种情况解决.

对于D项，建立空间直角坐标系解决.

【详解】对于A项，正方体中，平面，若为面内一点，所以.

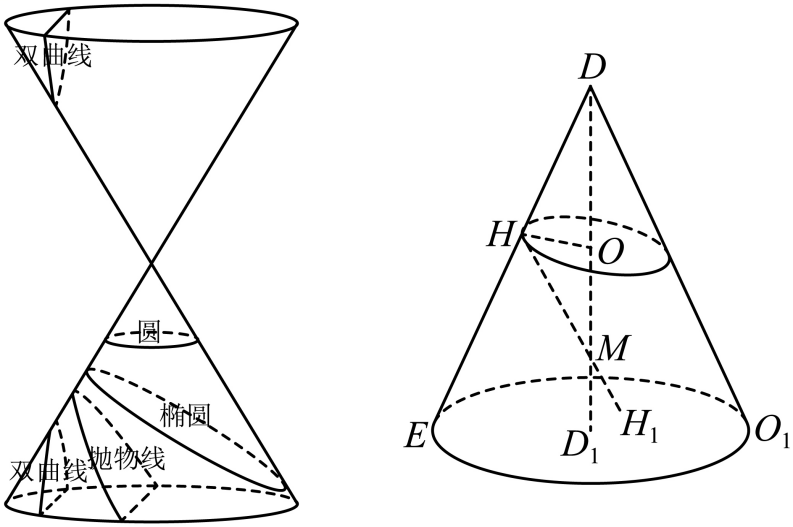
又因为，所以，

在中，所以

故点的轨迹是以为圆心为半径的个圆弧，所以点的轨迹长度为

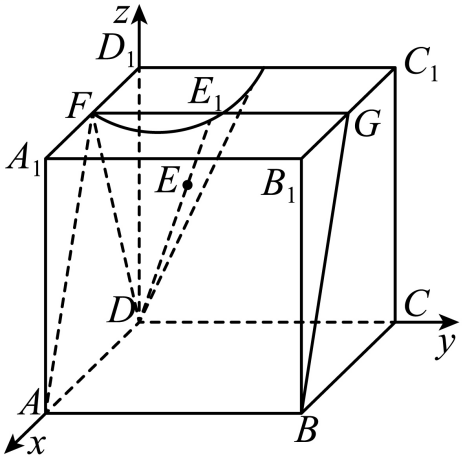
故A正确.

对于B项，因为，即为定值，线段也为定值，取的中点，故点的轨迹是以为轴线，为母线的圆锥的侧面上的点.设平面即为下图的圆面，过点作的平行线交圆锥底面于点，交于点，从图形可得，易得，故的轨迹为椭圆的一部分，所以B正确.



对于C项,平面与轴线所成的角即为平面与所成的角，是平面与轴线所成的角，在中，而母线与轴线所成的角为，在中，即母线与轴线所成的角与截面与轴线所成的角，所以点的轨迹应为抛物线，故C不正确.

对于D项,以为原点，分别为轴的非负半轴建立如图所示的坐标系，



连接并延长交上底面于点，设，则

，

则，设面的法向量为

所以

所以与面所成角的正弦值为

又因为

所以，故D正确.

故选：ABD

【点睛】用平面去截圆锥所得的曲线可能为，圆、椭圆、抛物线、双曲线.

截面与圆锥轴线成角等于轴线与母线所成的角，截面曲线为抛物线；

截面与圆锥轴线成角大于轴线与母线所成的角，截面曲线为椭圆；

截面与圆锥轴线成角小于轴线与母线所成的角，截面曲线为双曲线；

截面与轴线垂直得到截面曲线为圆.

12. 已知函数，，则( )

A. 函数为偶函数

B. 函数为奇函数

C. 函数为奇函数

D. 为函数函数图像的对称轴

【答案】CD

【解析】

【分析】根据函数的的奇偶性定义可判断A,B,C，根据对称轴的性质判断D.

【详解】对于A，，

定义域为，所以函数为非奇非偶函数，故A错误；

对于B, 定义域为，

所以函数为非奇非偶函数，故B错误；

对于C, ，

定义域为，设，

，所以函数为奇函数，故C正确；

对于D,设定义域为，

，

所以为函数函数图像对称轴，故D正确，

故选:CD.

**第二部分 非选择题(共90分)**

**三、填空题(本大题共4小题，每小题5分，共20分)**

13. 已知首项为2的数列对满足，则数列的通项公式\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】构造，得到是等比数列，求出通项公式，进而得到.

【详解】设，即，故，解得：，

故变形为，，

故是首项为4的等比数列，公比为3，

则，

所以，

故答案为：

14. 已知直线的方向向量为，点在直线上，则点到直线的距离为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】求出与直线的方向向量的夹角的余弦，转化为正弦后可得点到直线的距离．

【详解】，

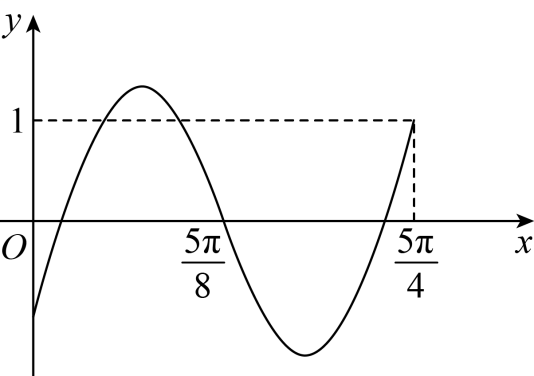
，

所以，

点到的距离为．

故答案为：．

15. 函数(，)的部分图象如图所示，直线()与这部分图象相交于三个点，横坐标从左到右分别为，，，则\_\_\_\_\_\_.



【答案】

【解析】

【分析】由图象求得参数，由交点及余弦函数的对称性结合即可求值

【详解】由图可知，，即，

则，解得，，故.

则，最小正周期为.

直线()与这部分图象相交于三个点，横坐标从左到右分别为，，，则由图可知，.

∴.

故答案为：

16. 已知实数*x*、*y*满足，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】.

【解析】

【分析】讨论得到其图象是椭圆，双曲线的一部分组成图形，根据图象可得的取值范围，进而可得的取值范围.

【详解】因为实数满足，

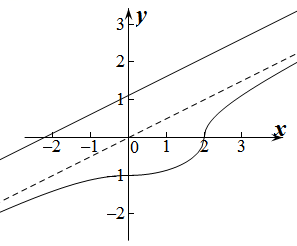
当时，方程为的图象为双曲线在第一象限的部分；

当时，方程为的图象为椭圆在第四象限的部分；

当时，方程为的图象不存在；

当时，方程为的图象为双曲线在第三象限的部分；

在同一坐标系中作出函数的图象如图所示，



表示点到直线的距离的倍

根据双曲线的方程可得，两条双曲线的渐近线均为，

令，即，与双曲线渐近线平行，

观察图象可得，当过点且斜率为的直线与椭圆相切时，点到直线的距离最大，

即当直线与椭圆相切时，最大，

联立方程组，得，

，

解得，

又因为椭圆的图象只有第四象限的部分，

所以，

又直线与的距离为，故曲线上的点到直线的距离大于1，

所以

综上所述，，

所以，

即，

故答案为：.

**四、解答题(本题共6小题，共70分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)**

17. 在数列中，，点在直线*x*-*y*+3=0上.

(1)求数列的通项公式；

(2)为等比数列，且，记为数列的前*n*项和，求.

【答案】(1)

(2).

【解析】

【分析】(1)由条件根据等差数列定义证明数列为等差数列，结合等差数列通项公式求其通项；

(2)由条件求数列的首项和公比，根据等比数列求和公式求.

【小问1详解】

因为点在直线上，

所以，即，

所以数列是以为公差的等差数列，

因为，所以，

故，

所以；

【小问2详解】

设数列的公比为，

由(1)知，

所以，所以，

所以. ,

18. 数学家欧拉在1765年提出；三角形的外心，重心，垂心依次位于同一直线上，且重心到外心的距离是重心到垂心距离的一半，这条直线被后人称之为三角形的欧拉线.若的顶点*A*(2,0)，*B*(0,4)，且的欧拉线的方程为，记外接圆圆心记为*M*. 求：

(1)圆*M*的方程；

(2)已知圆*N*：，过圆*M*和圆*N*外一点*P*分别作两圆的切线，与圆*M*切于点*A*，与圆*N*切于点*B*，且，求*P*点的轨迹方程.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)由*A*(2,0)，*B*(0,4)，可知*AB*的中垂线方程为，将其与欧拉线联立，可得外心坐标，后可得外接圆*M*的方程；

(2)设，由题有，，后可得答案.

【小问1详解】

因，则*AB*的中点为，

又，则*AB*的中垂线方程为，

将其与欧拉线方程联立有，解得，

故的外心为，则外接圆半径为，故圆*M*的方程为.

【小问2详解】

设，由题有

，

.

因，则.

化简得：

所以点的轨迹方程为：.

19. 已知平面内一动点到定点的距离比它到轴的距离多1.

(1)求点的轨迹方程；

(2)过点作直线与曲线交于(点在点左侧)，求的最小值.

【答案】(1)或.

(2)20

【解析】

【分析】(1)设，得即可解决；(2)设直线为，联立方程，结合韦达定理得，由基本不等式解决即可.

【小问1详解】

由题知，动点到定点的距离比它到轴的距离多1，

设，

所以，

当时，，化简得，

当时，，化简得，

所以点的轨迹方程为，或..

【小问2详解】

由题得，过点作直线与曲线交于(点在点左侧)，

所以由(1)得，

设直线为，

将代入中得，

所以，即，

，即，

所以

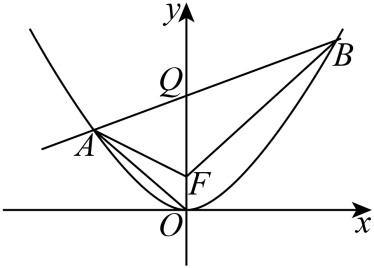




当且仅当，即时，取等号，

所以

所以的最小值为20.



20. 已知正项数列满足，且，设.

(1)求证：数列为等比数列并求的通项公式；

(2)设数列的前项和为，求数列的前项和.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)利用化简可得数列是以为公比为首项的等比数列，求出可得，再利用累乘法求通项公式可得答案；

(2)求出利用裂项相消求和可得答案.

【小问1详解】

因为，所以，

因为，所以，

所以

，且，

所以数列是以为公比，为首项的等比数列，即，

即，可得，，

所以时，，

即，

而此时时，，

所以；

【小问2详解】

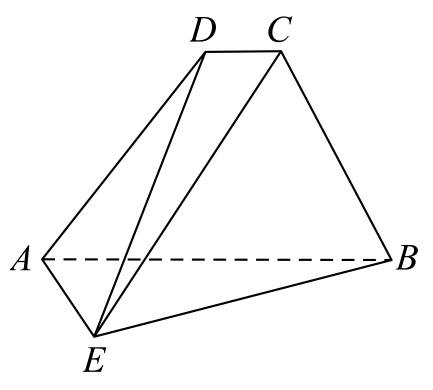
由(1)，所以，

所以，

所以

.

21. 已知四棱锥中，，，，，，面面，.



(1)求证：；

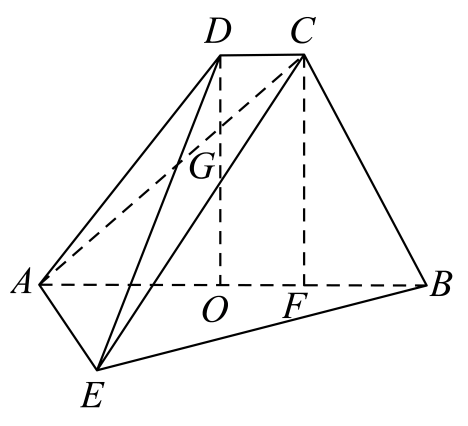
(2)求面与面所成的二面角的余弦值.

【答案】(1)见解析 (2)0

【解析】

【分析】(1)根据勾股定理得，面面垂直性质定理得面，得，可得平面，即可解决；(2)建立以为原点，分别以的方向为轴，轴，轴正方向得空间直角坐标系，空间向量法解决二面角的余弦值即可.

【小问1详解】



由题知，，，，，

，面面，.

过作，过作，即，连接交于，

因为，

所以四边形为平行四边形，

所以，

因为在中，,

所以,

所以，

因为，，，

所以

所以，

因为，

所以,

因为，，

所以在中，,即，

又因为，平面平面且交于，

所以面，

因为面，

所以，

因为平面，

所以平面,

因为平面，

所以.

【小问2详解】

由(1)得，面，平面，，

作,

所以面，，

所以，

所以建立以为原点，

分别以的方向为轴，轴，轴正方向得空间直角坐标系，

因为，，，

所以,

所以,

设面与面的法向量分别为，

所以

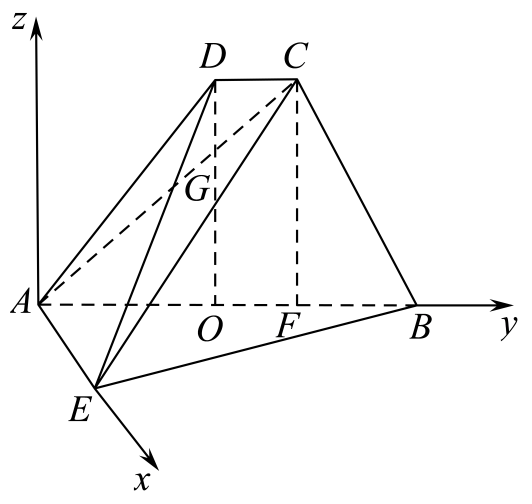
，即，令，得，

，即，令，得，

设面与面所成的二面角为，

所以面与面所成的二面角的余弦值为.

所以面与面所成二面角的余弦值为0.



22. 换元法在数学中应用较为广泛，其目的在于把不容易解决的问题转化为数学情景.例如，已知，，，求的最小值.其求解过程可以是：设，，其中，则；当时取得最小值16，这种换元方法称为“对称换元”.已知平面内一动点到两个定点，的距离之和为4.

(1)请利用上述方法，求点的轨迹方程；

(2)过轨迹与轴负半轴交点作斜率为的直线交轨迹于另一点，连接并延长交于点，若，求的值.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据椭圆定义解决即可；

(2)设直线为，直线为，，联立方程解得，得，得，联立，得，由点在椭圆上即可解决.

小问1详解】

由题知，平面内一动点到两个定点，的距离之和为4，满足椭圆的定义，即点的轨迹为焦点在轴上的椭圆，

所以，

所以，

所以点的轨迹方程为，

【小问2详解】

由(1)得，，，

因为与轴负半轴交点作斜率为的直线交轨迹于另一点，连接并延长交于点，

所以，

设直线为，直线为，，

联立，消去得，

所以，即，

所以，

所以，

所以，

所以，

联立，解得，即

因为点在椭圆上，

所以，

化简得，解得或(舍去)，

所以，

所以的值为.