**人大附中深圳学校2022-2023学年第一学期期末考试**

**高二年级数学试卷**

**说明：本试卷有四道大题22道小题，共6页，考试用时120分钟，满分150分，请在答题卡上作答，选择题用2B铅笔填涂，要求把选项填黑填满，主观题用0.5黑色签字笔答题，主观题要答写在对应题框内，不在框内答题无效.**

**一､单选题(本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题列出的选项中，选出符合的一项)**

1. 已知等差数列的通项公式为，则该数列的前项和取得最大值时，( )

A. 7 B. 8 C. 7或8 D. 9

【答案】C

【解析】

【分析】先求出，再利用等差数列的前项和公式求出，再整理即可得出结果．

【详解】依题意得，则，

所以当*n*=7或8时，取得最大值．

故选：C．

2. 已知双曲线的一条渐近线方程为，且与椭圆有公共焦点.则*C*的方程为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据已知和渐近线方程可得，双曲线焦距，结合的关系，即可求出结论.

【详解】因为双曲线的一条渐近线方程为，则①.

又因为椭圆与双曲线有公共焦点，

双曲线的焦距，即*c*＝3，则*a*2＋*b*2＝*c*2＝9②.

由①②解得*a*＝2，*b*＝，则双曲线*C*的方程为.

故选：B.

3. 设是等比数列，且，，则( )

A. 12 B. 24 C. 30 D. 32

【答案】D

【解析】

【分析】根据已知条件求得的值，再由可求得结果.

【详解】设等比数列的公比为，则，

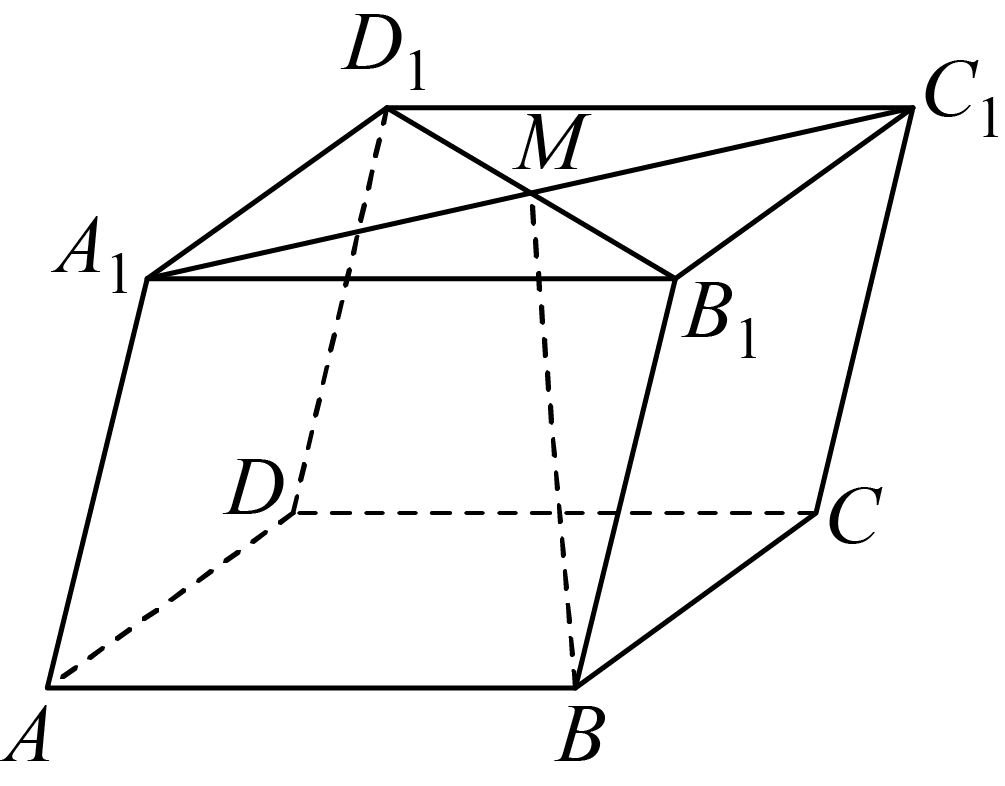
，

因此，.

故选：D.

【点睛】本题主要考查等比数列基本量的计算，属于基础题．

4. 如图所示，在平行六面体中，为与的交点，若，，则( )



A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据空间向量基本定理，用表示出即可.

【详解】由题意，因为为与的交点，所以也为与的中点，

因此.

故选：D.

5. 下列运算正确是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】由导数的运算法则依次对选项验证可得．

【详解】选项A，，故错误；

选项B，，故错误；

选项C， ，故错误；

选项D，，故正确.

故选：D

6. 已知数列的前项和为，下列说法正确的是( )

A. 若，则是等差数列

B. 若，则不是等比数列

C. 若是等差数列，则

D. 若是等比数列，且，则

【答案】C

【解析】

【分析】求出，, 即可判断A，利用求出通项公式，再验证是否满足2，即可判断B，根据等差数列的求和公式即可判断C，取特殊值可判断D．

【详解】对于A，若，则，，，则不是等差数列，A错误；

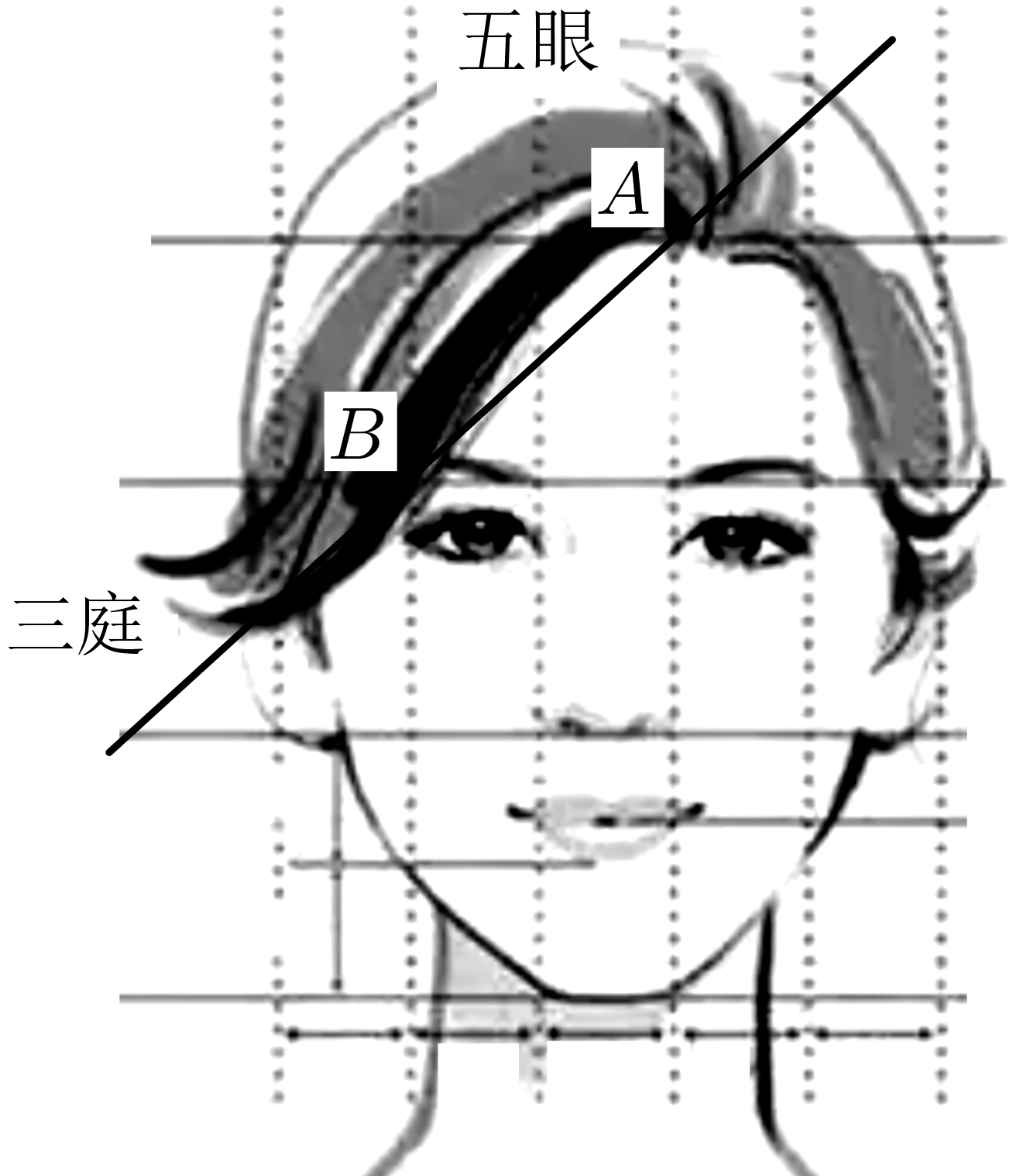
对于B，若，则，当时，，满足2，所以，则是等比数列，B错误；

对于C，是等差数列，则，C正确；

对于D，若是等比数列，当时，则，D错误.

故选：C．

7. 美术绘图中常采用“三庭五眼”作图法．三庭：将整个脸部按照发际线至眉骨，眉骨至鼻底，鼻底至下颏的范围分为上庭、中庭、下庭，各占脸长的，五眼：指脸的宽度比例，以眼形长度为单位，把脸的宽度自左至右分成第一眼、第二眼、第三眼、第四眼、第五眼五等份．如图，假设三庭中一庭的高度为2cm，五眼中一眼的宽度为1cm，若图中提供的直线*AB*近似记为该人像的刘海边缘，且该人像的鼻尖位于中庭下边界和第三眼的中点，则该人像鼻尖到刘海边缘的距离约为( )



A. 1.8cm B. 2.5cm C. 3.2cm D. 3.9cm

【答案】B

【解析】

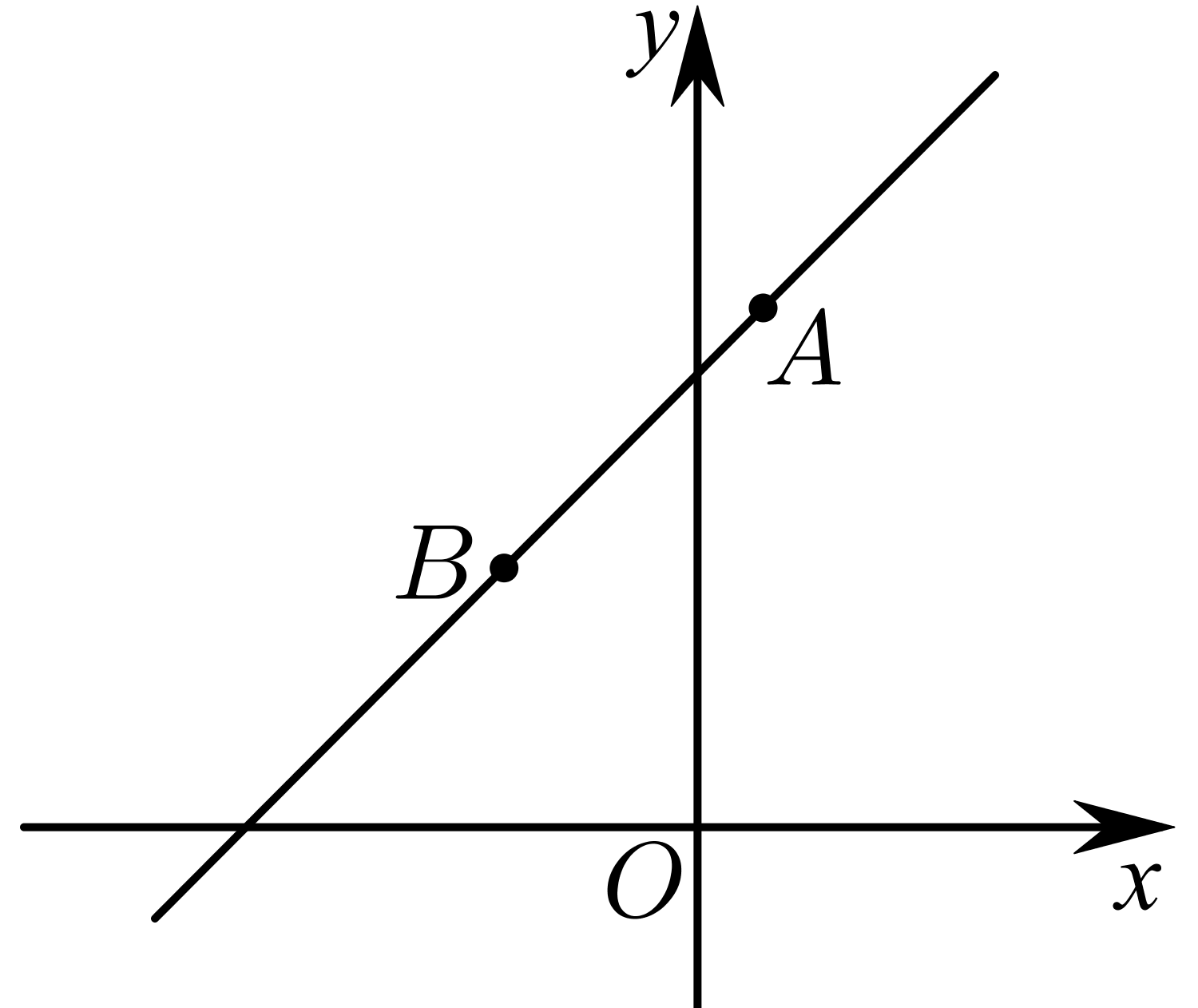
【分析】建立平面直角坐标系，求出直线的方程，利用点到直线距离公式进行求解

【详解】解：如图，以鼻尖所在位置为原点*O*，中庭下边界为*x*轴，垂直中庭下边界为*y*轴，建立平面直角坐标系，则，，

所以，

利用点斜式方程可得到直线：，整理为，

所以原点*O*到直线距离为，



故选:B

8. 已知过抛物线的焦点的直线与该抛物线相交于两点，点是线段的中点，以为直径的圆与轴相交于两点，若，则( )

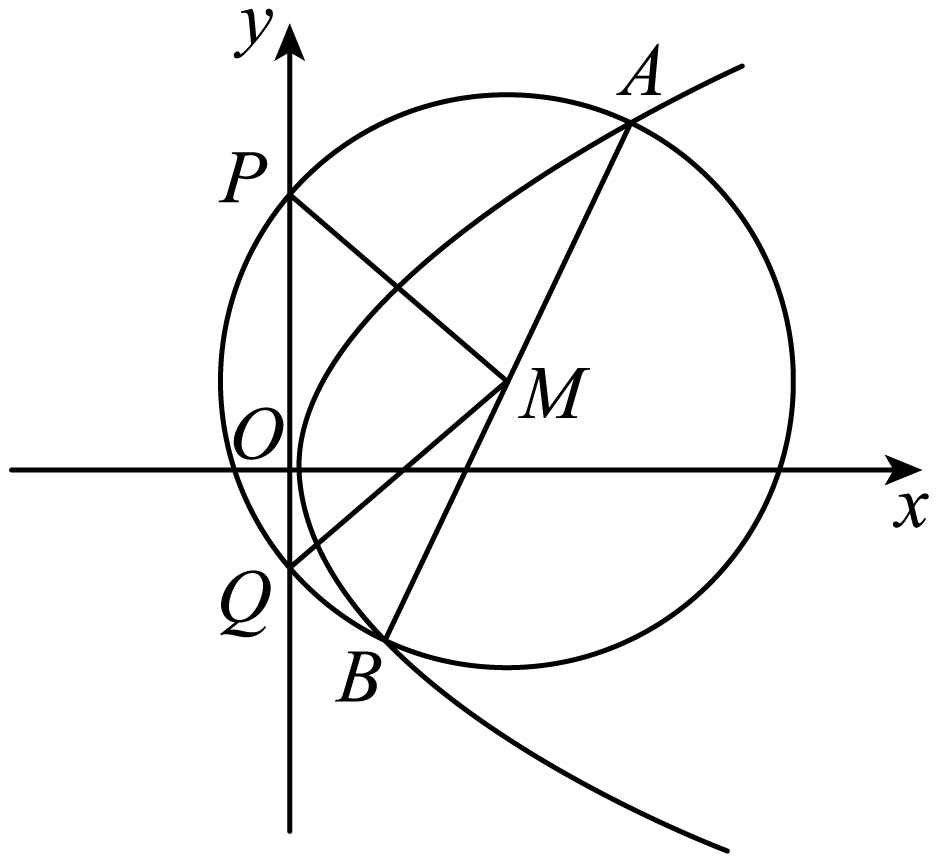
A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】由，求得*A*，*B*的坐标，进而得到的中点*M*的坐标，写出圆的方程，令，求得*P*，*Q*的坐标， 然后利用求解.

【详解】如图所示：



由抛物线的焦点坐标可得，所以，

所以抛物线的方程为：，

设直线的方程为：，设，，设*A*在轴上方，

联立，整理可得：，

可得：①，

由，即，

可得，代入①可得：，

所以，

代入抛物线的方程可得：，，

即，，

所以的中点，

所以，即圆的直径为，

所以圆的方程为，

令，可得，

所以，，

所以，

所以，

故选：A．

**二､多选题(本大题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题有多项符合题目要求)**

9. 已知点为坐标原点，直线与抛物线相交于两点，则( )

A.  B. 

C. 的面积为 D. 线段的中点到直线的距离为2

【答案】AC

【解析】

【分析】先判断直线过焦点，联立方程组结合韦达定理得两根关系，再根据选项一一判断即可．

【详解】设，抛物线，则 ，焦点为，则直线过焦点；

联立方程组 消去得， 则，



所以 ，故A正确；

由，所以与不垂直，B错；

原点到直线的距离为 ，所以的面积为 ，则C正确；

因为线段的中点到直线的距离为，故D错

故选：AC

【点睛】(1)直线与抛物线的位置关系和直线与椭圆、双曲线的位置关系类似，一般要用到根与系数的关系；

(2)有关直线与抛物线的弦长问题，要注意直线是否过抛物线的焦点，若过抛物线的焦点，可直接使用公式|*AB*|＝*x*1＋*x*2＋*p*，若不过焦点，则必须用一般弦长公式．

10. 数列满足，则下列说法正确的是( )

A. 数列是等差数列 B. 数列有最小项

C. 数列的通项公式为 D. 数列为递减数列

【答案】AD

【解析】

【分析】首项根据得到，从而得到是以首项为，公差为的等差数列，再依次判断选项即可.

【详解】对选项A，因为，，

所以，即

所以是以首项为，公差为的等差数列，故A正确.

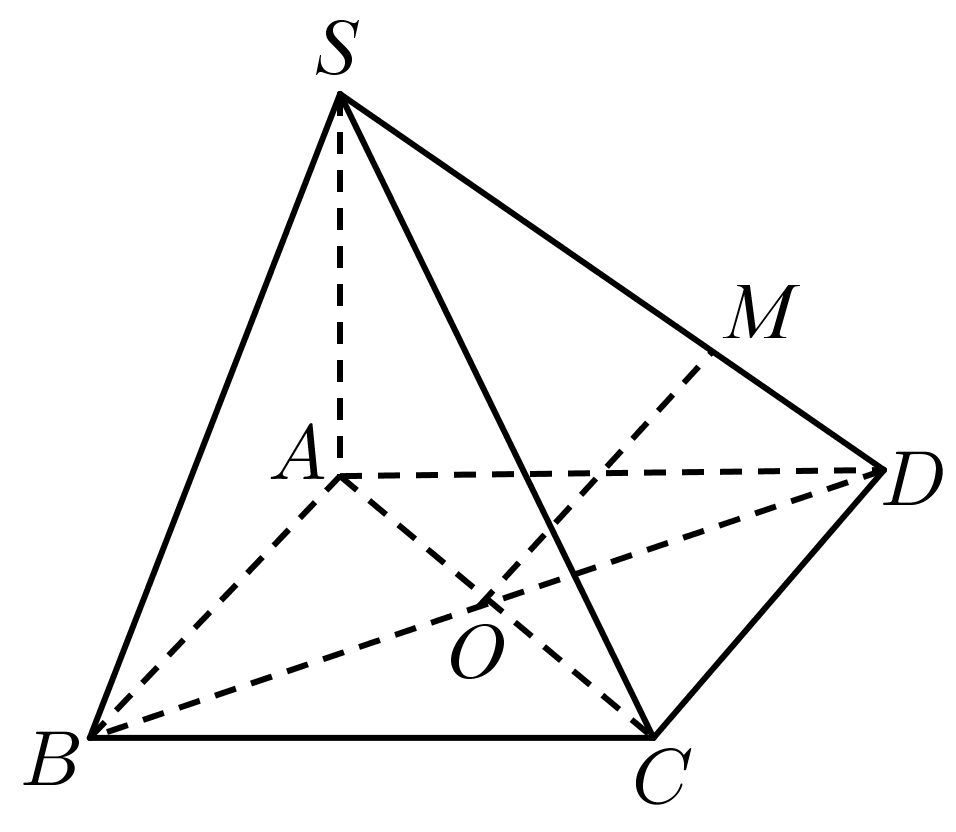
对选项B，由A知：

则，所以数列为递减数列，故D正确，B错误

对选项C，因为，所以，故C错误.

故选：AD

11. 如图，在四棱锥中，底面是边长为2的正方形，底面交于点*O*，*M*是棱上的动点，则( )



A. 三棱锥体积的最大值为

B. 存在点*M*，使平面

C. 点*M*到平面的距离与点*M*到平面的距离之和为定值

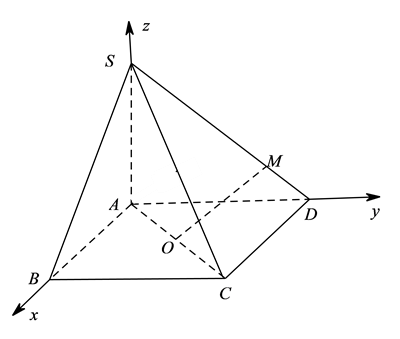
D. 存在点*M*，使直线与所成的角为

【答案】ABC

【解析】

【分析】根据题意以*A*为坐标原点，*AB*，*AD*，*AS*所在直线分别为轴，利用向量法判断CD，根据底面积不变，高最大时，锥体体积最大，判断A选项.根据线面平行的判定定理判断B即可求解.

【详解】以*A*为坐标原点，*AB*，*AD*，*AS*所在直线分别为轴，建立空间直角坐标系，如图，



设，

则,

由是棱上的动点，设，

,因为底面为正方形，故,

又底面所以

又,所以底面,所以当与*D*重合时，三棱锥体积的最大且为，故A对.

当为中点时，是的中位线，所以，又平面，

平面，所以平面，故B正确；

点到平面的距离，点到平面的距离

,所以，故C正确.

,,若存在点，使直线与所成的角为30°

则，化简得，无解，

故D错误；

故选：ABC

12. Cassini卵形线是由法国天文家Jean-DominiqueCassini(1625-1712)引入的.卵形线的定义是：线上的任何点到两个固定点的距离的乘积等于常数是正常数，设的距离为，当时称得到的卵形线为双纽线.已知在平面直角坐标系中，到两定点距离之积为常数的点的轨迹是双纽线，是曲线上一点，则( )

A. 曲线*C*关于原点中心对称

B. 的取值范围是

C. 的最大值为

D. 曲线上有且仅有一个点满足

【答案】CD

【解析】

【分析】根据双纽线定义求出轨迹方程，由轨迹方程判断AB，把轨迹方程化简，根据两点间距离求出 最大值判断C，根据中垂线求出满足条件的*P*判断D选项.

【详解】设是曲线上任意一点，

由双纽线定义知，①，

对A，关于原点的对称点，

代入①中，则成立，即曲线*C*关于原点中心对称，故A正确；

对B，令，由①可得，即，解得，由是曲线上一点知，的取值范围是，故B错误；

对C，，①式两边平方化简可得，由是曲线上一点可得，，由B知，的取值范围是，所以当时，，所以的最大值为，故C正确；

对D，点满足，则在*AB*垂直平分线上，则，

设，则，故只有原点满足，故D正确.

故选：CD

**三､填空题(本大题共4小题，共20分)**

13. 曲线在处的切线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_(用一般式表示)

【答案】

【解析】

【分析】求导，利用导数的几何意义求出切线斜率，利用点斜式写出直线方程即可.

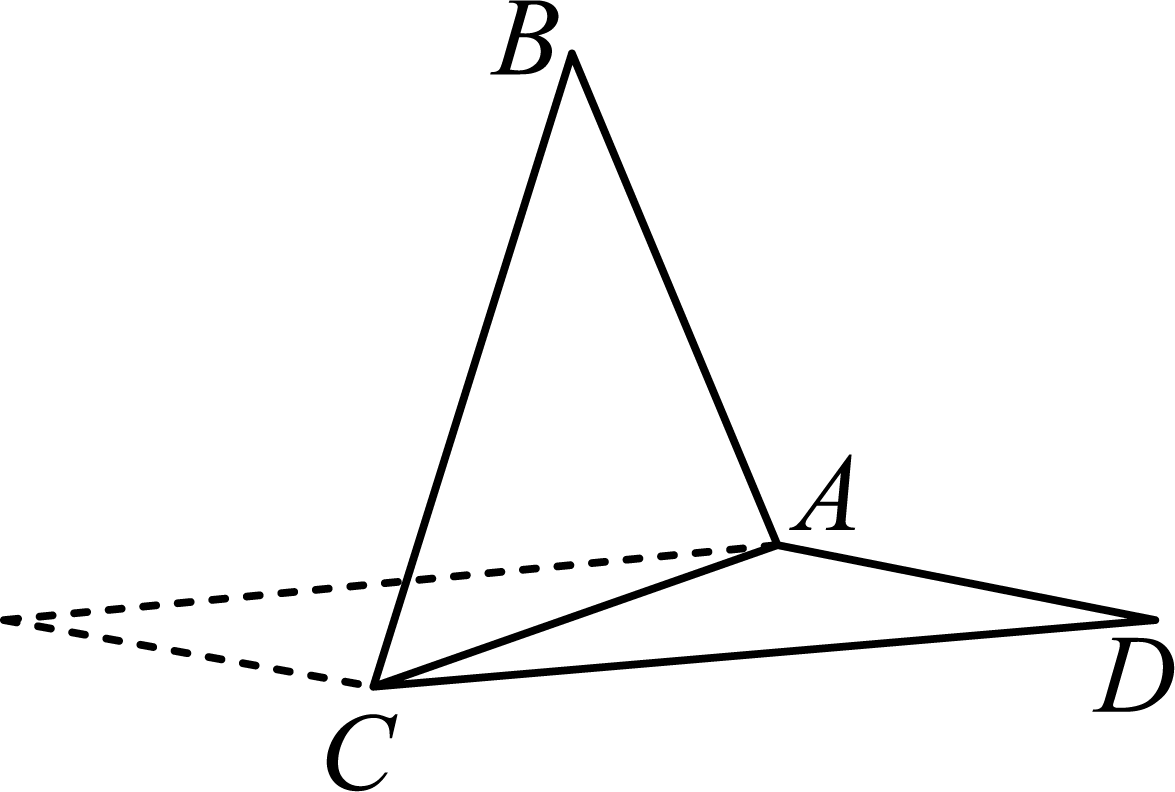
【详解】对函数求导得，

根据导数的几何意义，故当时，切线斜率，

又切线过点，故切线方程为，即.

故答案为：

14. 如图，已知菱形中，边长为，沿对角线折叠之后，使得平面平面，则二面角的余弦值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.



【答案】

【解析】

【分析】根据题意建立空间直角坐标系，根据二面角余弦值的空间向量求解方法进行计算即可.

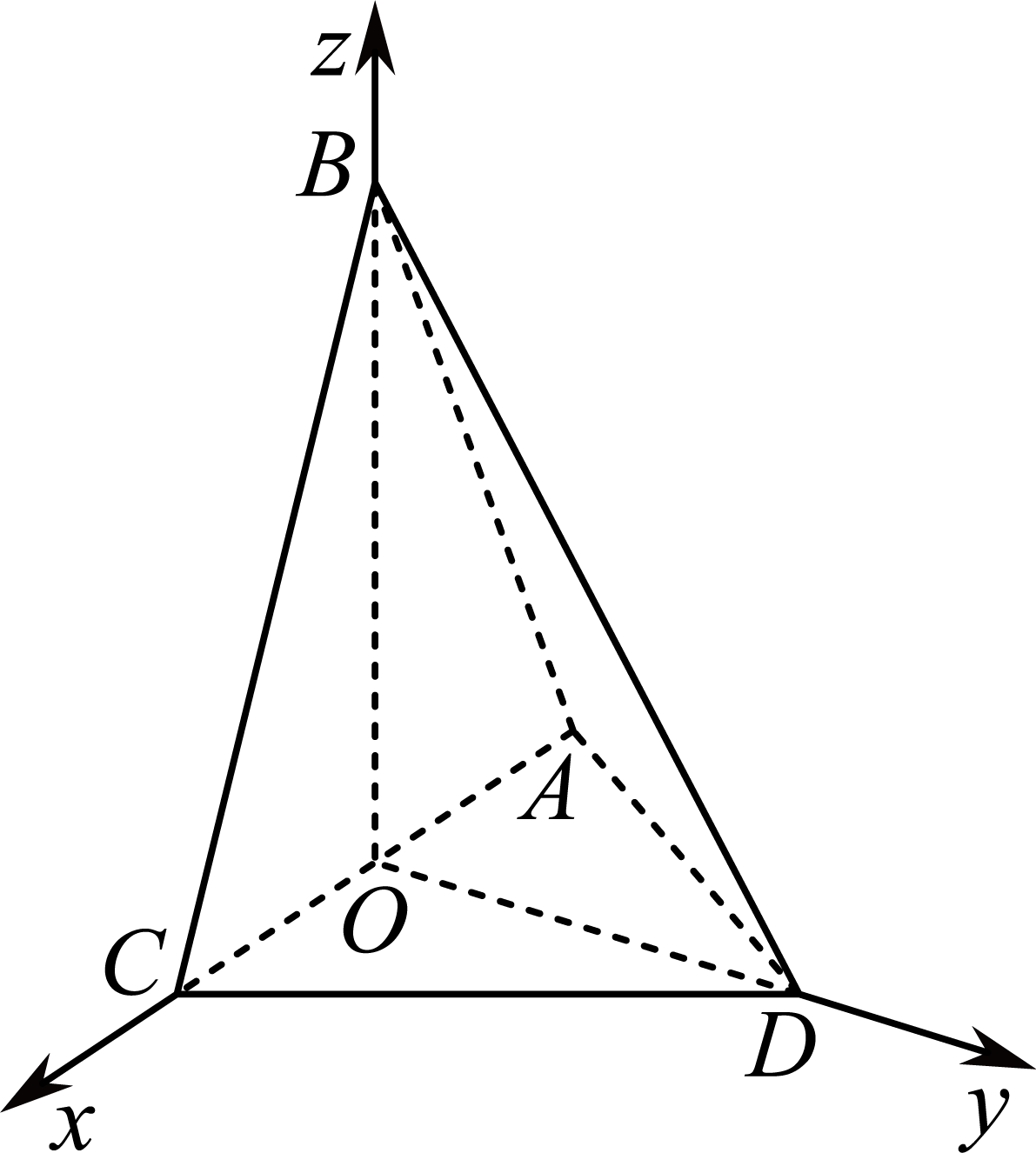
【详解】设菱形的边长为2，取的中点，连接，，所以，

因为平面平面，平面平面，平面，

所以平面，

又因为平面，所以.

如图，建立空间直角坐标系，



则，，，

所以，．

设平面的一个法向量为，则，

令，则，

易知，平面的一个法向量为，

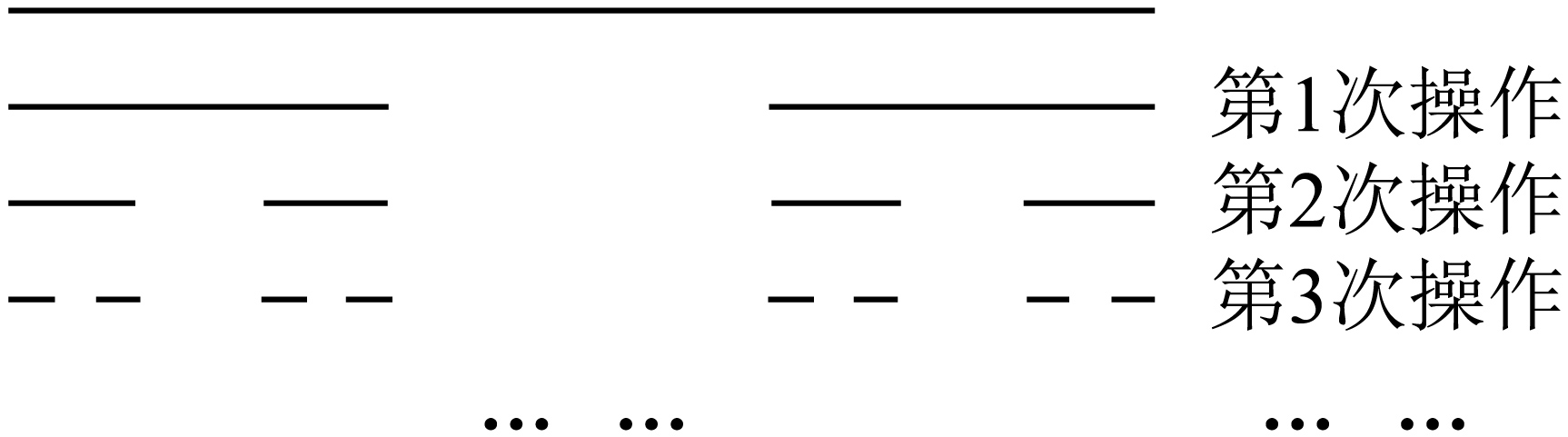
所以，

设二面角为，由图可知二面角为锐角，即，

所以，所以二面角的余弦值为．

故答案为：

15. 我们可以用下面的方法在线段上构造出一个特殊的点集：如图，取一条长度为1的线段，第1次操作，将该线段三等分，去掉中间一段，留下两段；第2次操作，将留下的两段分别三等分，各去掉中间一段，留下四段；按照这种规律一直操作下去.若经过次这样的操作后，去掉的所有线段的长度总和大于，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.(参考数据：)



【答案】12

【解析】

【分析】设每次操作留下的长度为，得到为等比数列，公比为，首项为，求出，

从而得到去掉的所有线段长度总和为，列出不等式，求出答案.

【详解】设每次操作留下的长度为，

则，，且每次操作留下的长度均为上一次操作留下长度的，

所以为等比数列，公比为，首项为，故，

所以经过次这样的操作后，去掉的所有线段长度总和为，

故，即，

两边取对数得：，

因为，所以，则*n*的最小值为12.

故答案为：12

16. 已知椭圆的左､右焦点分别为，过点作斜率为的直线与椭圆交于两点，若，且，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】##0.5

【解析】

【分析】分析得到点在线段的垂直平分线上，即点横坐标为，设出，联立椭圆方程，设得到两根之和，利用列出方程，求出.

【详解】由题意得：，

因为，所以为的中点，

因为，所以点在线段的垂直平分线上，即上，

即点横坐标为，

设，与联立得：，

设，

则，故，解得：，

因为，所以.

故答案为：

**四､解答题(本大题共6小题，共70分)**

17. 已知等差数列满足，前4项和．

(1)求的通项公式；

(2)设等比数列满足，，数列的通项公式．

【答案】(1)

(2)或

【解析】

【分析】(1)设等差数列的公差为，根据已知条件列关于和的方程组，解方程求得和的值，即可求解；

(2)等比数列的公比为，由等比数列的通项公式列方程组，解方程求得和的值，即可求解.

【小问1详解】

设等差数列首项为，公差为*d*．

∵

∴

解得：

∴等差数列通项公式

【小问2详解】

设等比数列首项为，公比为*q*

∵

∴

解得：

即或

∴等比数列通项公式或

18. 如图，四棱锥*P*-*ABCD*中，底面*ABCD*是正方形，*PD*⊥平面*ABCD*，，*E*、*F*分别是*PC*、*AD*中点．



(1)求直线*DE*和*PF*夹角的余弦值；

(2)求点*E*到平面*PBF*的距离．

【答案】(1)；

(2).

【解析】

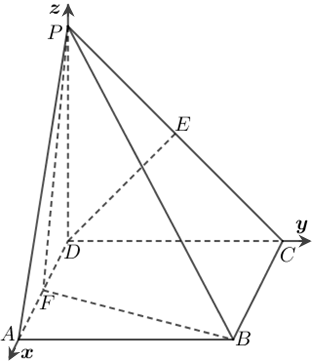
【分析】(1)根据给定条件，以点*D*为原点建立空间直角坐标系，利用空间向量求解作答.

(2)由(1)求出平面*PBF*的法向量，利用空间向量即可求出点*E*到平面*PBF*的距离.

【小问1详解】

因*PD*⊥平面*ABCD*，*ABCD*为正方形，则*PD*、*DA*、*DC*三线两两互相垂直，

如图，以点*D*为原点，*DA*为*x*轴，*DC*为*y*轴，*DP*为*z*轴建立空间直角坐标系*D-xyz*，



则，

则直线*DE*的方向向量，直线*PF*的方向向量，

，

所以直线*DE*和*PF*夹角的余弦值为.

【小问2详解】

由(1)知，，，，

设平面*PBF*的法向量，则，令，得，

所以点*E*到平面*PBF*距离为.

19. 在平面直角坐标系中，△*ABC*的三个顶点坐标分别为，，．

(1)求*BC*边上的中线*AD*的所在直线方程；

(2)求△*ABC*的外接圆*O*被直线*l*：截得的弦长．

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)先求*BC*边的中点*D*的坐标，再得*AD*的斜率即可求解；

(2)先求△*ABC*的外接圆*O，*再求圆心到直线.直线*l*的距离，再由勾股定理可求解.

【小问1详解】

∵，

∴*BC*边的中点*D*的坐标为，

∴中线*AD*的斜率为，

∴中线*AD*的直线方程为：，即

【小问2详解】

设△*ABC*的外接圆*O*的方程为，

∵*A*、*B*、*C*三点在圆上，

∴

解得：

∴外接圆*O*的方程为，即，

其中圆心*O*为，半径,

又圆心*O*到直线*l*的距离为,

∴被截得的弦长的一半为,

∴被截得的弦长为.

20. 在已知数列中，.

(1)若数列是等比数列，求常数和数列的通项公式；

(2)若，求数列的前项的和.

【答案】(1)，

(2)

【解析】

【分析】(1)由，化简得到，得出时首项为，公比为的等比数列，求得，进而求得数列的通项公式；

(2)由(1)得到，结合等比数列的求和公式和并项求和法，即可求解.

【小问1详解】

由题意，数列满足，所以，

又由，可得，

所以数列时首项为，公比为的等比数列，

又因为数列是等比数列，所以，

可得，

所以数列的通项公式为.

【小问2详解】

由(1)知：，可得，

所以数列的前项的和为：

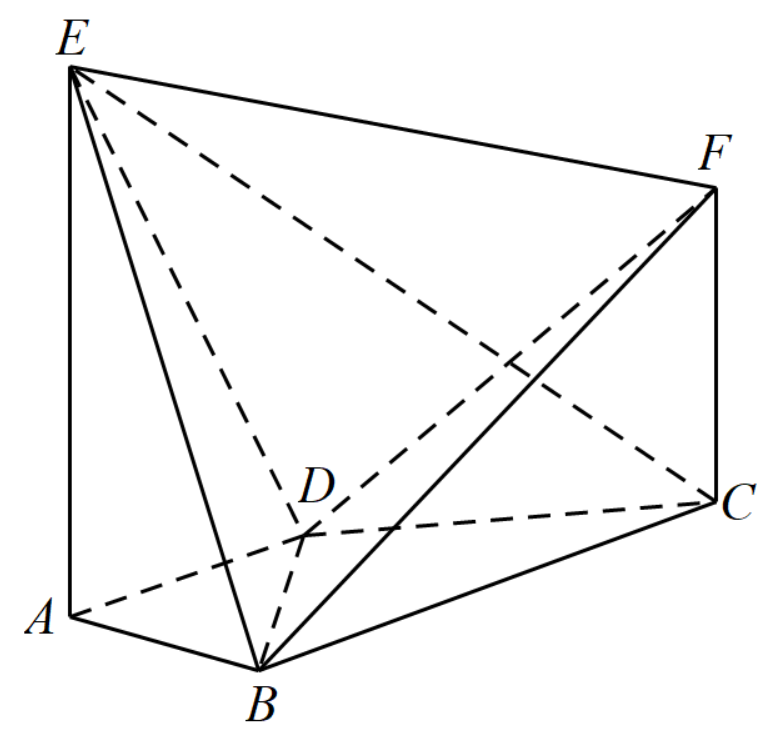




，

所以.

21. 如图，平面，，，，，.



(1)求证：平面；

(2)求直线与平面所成角的正弦值；

(3)若二面角的余弦值为，求线段的长.

【答案】(1)证明见解析

(2)；

(3)

【解析】

【分析】(1)以为坐标原点，分别以，，所在直线为，，轴建立空间直角坐标系，求得，，，，的坐标，设，可得是平面的法向量，再求出，由，且直线平面，得平面；

(2)求出，再求出平面的法向量，利用向量夹角公式得到直线与平面所成角的正弦值；

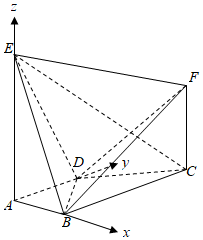
(3)求出平面的法向量，由两平面法向量所成角的余弦值为，列式求线段的长.

【小问1详解】

证明：因为平面，，在平面内，

则，，又，

故以为坐标原点，分别以，，所在直线为，，轴建立空间直角坐标系，



可得，，，，.

设，则.

则是平面的法向量，又，可得.

又∵直线平面，∴平面；

【小问2详解】

依题意，，，.

设为平面的法向量，

则令，得.

∴.

∴直线与平面所成角的正弦值为；

【小问3详解】

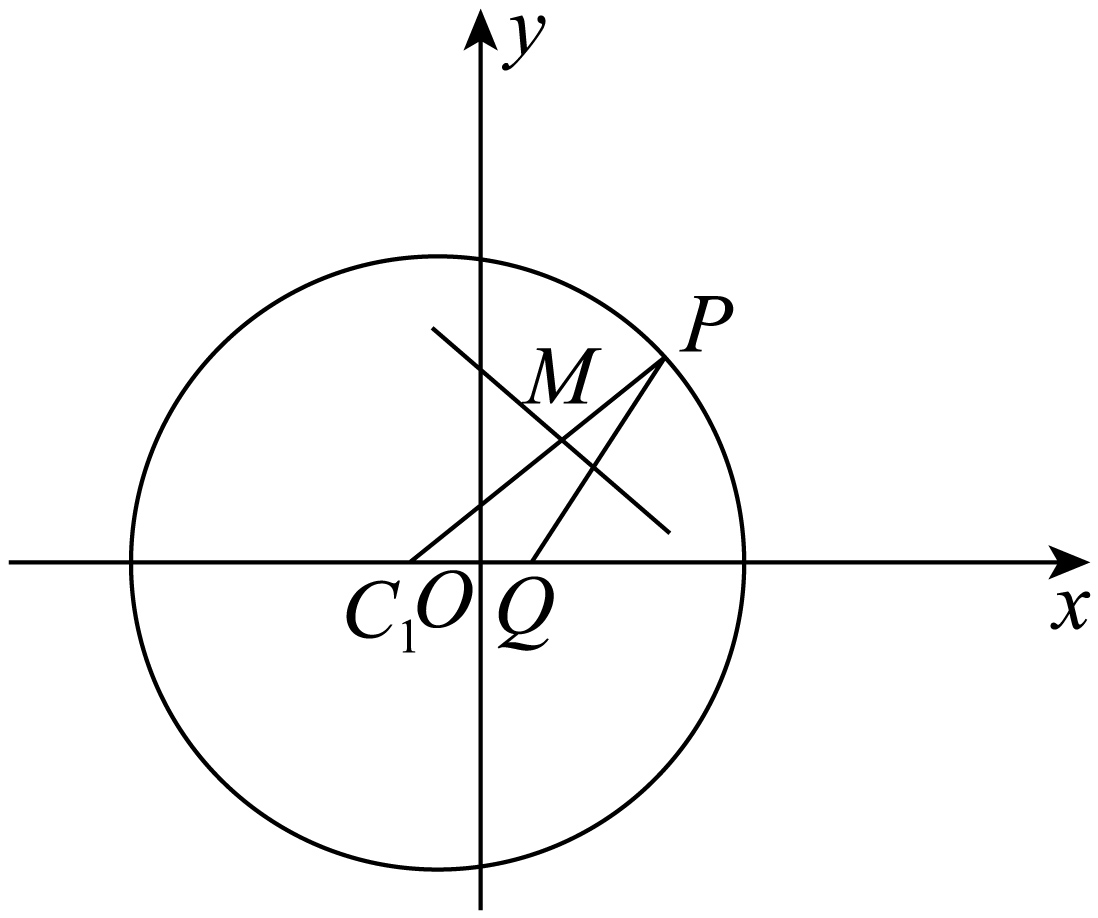
设为平面的法向量，

则，取，可得，

由题意，，

解得.经检验，符合题意.∴线段的长为.

22. 如图，已知动点*P*在上，点，线段的垂直平分线和相交于点*M*.



(1)求点*M*的轨迹方程；

(2)若直线*l*与曲线交于*A*，*B*两点，且以为直径的圆恒过坐标原点*O*，请问是否为定值？若是，求出该定值；若不是，请说明理由.

【答案】(1)；(2)是定值，定值为.

【解析】

【分析】(1)由题意有，从而，根据椭圆的定义可得答案.

(2) 当直线*l*的斜率存在时，设直线，与椭圆方程联立，写出韦达定理，根据题意得，即，将韦达定理代入可得，又原点*O*到直线*l*的距离，得出的值，根据，再验证直线*l*的斜率不存在时的情况，从而得出答案,

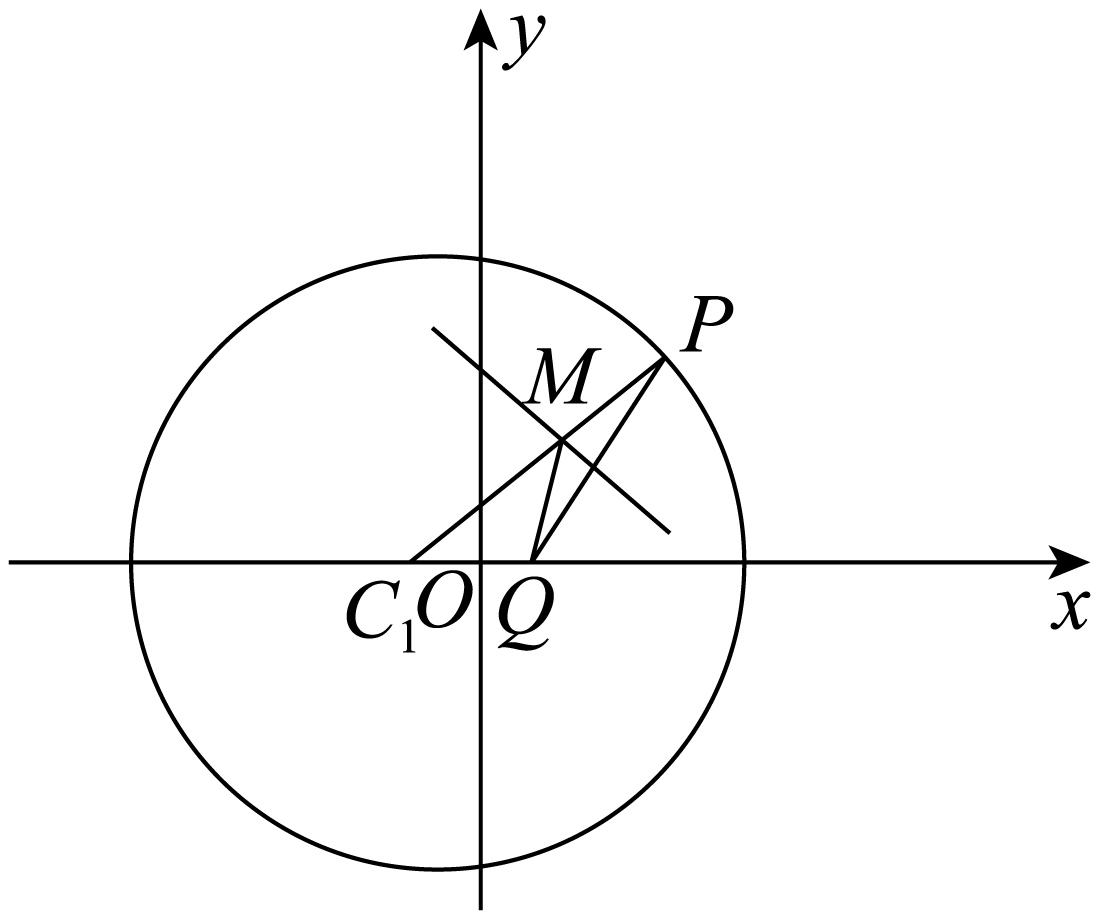
【详解】(1)，圆心，半径. 由

连接，由点*Q*在圆内，又由点*M*在线段的垂直平分线上.

，，

由椭圆的定义知，点*M*的轨迹是以，*Q*为焦点的椭圆，其中，.

，点*M*的轨迹方程为.



(2)①当直线*l*的斜率存在时，设直线，，.

联立得，

由题意，(\*)

且

以为直径的圆恒过坐标原点*O*，则，，

即，整理得，

代入上述(\*)中，得恒成立

设原点*O*到直线*l*的距离为*h*，由

由，可得

所以，而，.

②当直线*l*的斜率不存在时，设，则，则，代入椭圆方程得

综上，定值，定值为.

