**2023学年度第一学期期末考试高二数学试题**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 直线的倾斜角为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】设直线的倾斜角为，然后利用斜率公式即可

【详解】设直线的倾斜角为，

由可得斜率，即

故选：A

2. 已知圆的方程为，则圆心的坐标为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】将圆的方程转化为标准形式,再得到圆心的坐标即可.

【详解】圆的方程为,则圆的标准方程为,

所以圆心的坐标为.

故选:C.

3. 已知双曲线，则该双曲线的离心率为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据双曲线的方程直接求出离心率即可.

【详解】由双曲线,可知该双曲线的离心率.

故选:C.

4. 等差数列中，已知，，则公差等于

A. 3 B. -6 C. 4 D. -3

【答案】B

【解析】

【分析】利用等差数列的性质，即能求出公差.

【详解】由等差数列的性质，得，

所以.

故选：B.

【点睛】本题考查了等差数列的公差的求法，是基础题.

5. 已知点到直线的距离为1，则的值为( )

A. −5或−15 B. −5或15

C. 5或−15 D. 5或15

【答案】D

【解析】

【分析】根据条件,利用点到直线的距离公式建立关于的方程,再求出的值.

【详解】因为点到直线的距离为1，

所以解得或5.

故选:D.

6. 已知等比数列的各项均为正数，公比，且满足，则( )

A. 8 B. 4 C. 2 D. 1

【答案】A

【解析】

【分析】根据是等比数列，则通项为，然后根据条件可解出，进而求得

【详解】由为等比数列，不妨设首项为

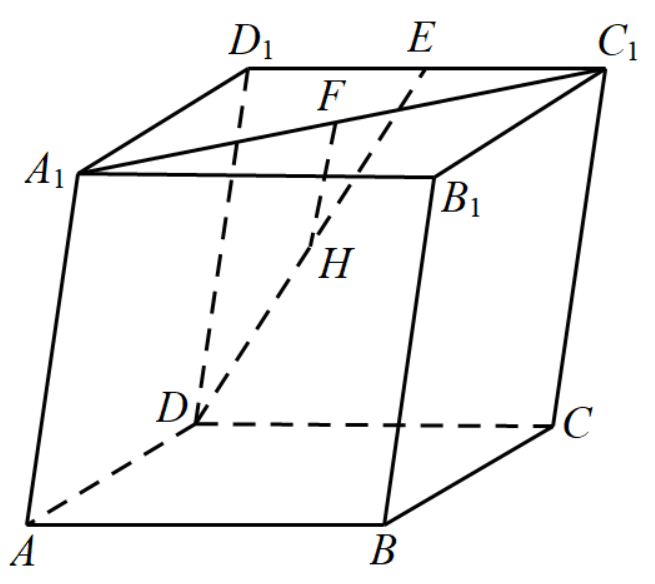
由，可得：

又，则有：

则

故选：A

7. 如图所示，在平行六面体中，*E*，*F*，*H*分别为，，*DE*的中点．若，，，则向量可用表示为( )



A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据向量的线性运算，利用基底表示所求向量即可.

【详解】由题意，,

且，

，

故选：B.

8. 已知椭圆的右焦点与抛物线的焦点重合，过点的直线交于两点，若的中点坐标为，则椭圆方程为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】结合中点坐标用点差法求得.

【详解】∵，故右焦点，则，

设，则，

且，

两式相减得，

故,

故，故,

故椭圆方程为，

故选：A.

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 已知非零空间向量，则下列说法正确的是( )

A. 若，则 B. 

C.  D. 若，则不共面

【答案】AB

【解析】

【分析】根据向量共线定理判断A；利用数量积的定义判断B；根据平面向量数量积的定义和运算律判断C；利用平面向量基本定理判断D

【详解】对于A，因为，，是非零向量，且满足，，故存在实数使得，故，所以，故正确；

对于B，因为，，是非零向量，所以，故正确；

对于C，，，与未必共线，故不正确；

对于D，由平面向量基本定理可得若，则共面，故不正确

故选：AB

10. 已知点在圆：上，直线，则( )

A. 直线与圆相交 B. 直线与圆相离

C. 点到直线距离最大值为 D. 点到直线距离最小值为

【答案】BC

【解析】

【分析】将圆的方程化为标准式，即可得到圆心坐标与半径，再求出圆心到直线的距离，即可判断.

【详解】解：圆：，即，圆心为，半径，

则圆心到直线的距离，所以直线与圆相离，

又点在圆上，所以点到直线距离最大值为，点到直线距离最小值为，故正确有B、C.

故选：BC

11. 设为等比数列的前*n*项和，已知，，则下列结论正确的是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】BD

【解析】

【分析】根据等比数列公式得到，，计算得到，，对比选项得到答案.

【详解】，，解得，，故，， ，故BD正确，AC错误.

故选：BD.

12. 已知椭圆的中心为坐标原点，焦点在轴上，短轴长等于2，离心率为，过焦作轴的垂线交椭圆于两点，则下列说法正确的是( )

A. 椭圆的方程为 B. 椭圆的方程为

C.  D. 

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据给定条件，求出椭圆的方程，再逐项计算判断作答.

【详解】依题意，椭圆方程为，有，由离心率为得：，

解得，因此椭圆的方程为，A正确，B不正确；

由椭圆的对称性不妨令，直线，由得，则，C正确；

由选项C知，，由椭圆定义得，D正确.

故选：ACD

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 已知，，则向量的坐标为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

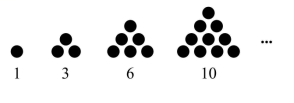
【解析】

【分析】空间向量线性运算的坐标表示，直接求值.

【详解】已知，，则.

故答案为：

14. 古希腊著名科学家毕达哥拉斯把1，3，6，10，15，21，…这些数量的(石子)，排成一个个如图一样的等边三角形，从第二行起每一行都比前一行多1个石子，像这样的数称为三角形数.那么把三角形数从小到大排列，第11个三角形数是\_\_\_\_\_\_.



【答案】66

【解析】

【分析】根据给定信息，求出三角形数按从小到大排列构成数列的通项，即可求解作答.

【详解】依题意，三角形数按从小到大排列构成数列，则，

所以第11个三角形数是.

故答案为：66

15. 已知抛物线，直线过抛物线的焦点，直线与抛物线交于两点，弦长为12，则直线的方程为\_\_\_\_\_\_.

【答案】或

【解析】

【分析】根据题意可得抛物线的焦点，设直线的方程为，,，,，联立直线与抛物线方程，消掉得关于的一元二次方程，利用韦达定理可得，由，解得，即可求解．

【详解】解：根据题意可得抛物线的焦点，

根据题意可得直线的斜率存在，

设直线的方程为，,，,，

联立，得，

所以，，

因为，

解得，，

则直线的方程为或．

故答案为：或．

16. 数学著作《圆锥曲线论》中给出了圆的一种定义：平面内，到两个定点*A*，*B*距离之比是常数(，)的点*M*的轨迹是圆.若两定点，，动点*M*满足，点*M*的轨迹围成区域的面积为\_\_\_\_\_\_，△*ABM*面积的最大值为\_\_\_\_\_\_.

【答案】 ①.  ②. 

【解析】

【分析】设动点，由结合两点距离公式可得得动点的轨迹方程为，可得圆心坐标和半径，即可求点*M*的轨迹围成区域的面积；又，只需，即可得△*ABM*面积的最大值.

【详解】解：设动点，则，，

由，即，

所以，

所以，

所以动点的轨迹方程为，

所以点的轨迹是圆且圆心，半径为，

点的轨迹区域面积；

，又，

所以，

而，的最大值为．

故答案为：；.

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 已知圆的圆心为，且经过点.

(1)求圆的标准方程；

(2)已知直线与圆相交于两点，求.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据条件求出圆的半径,再结合圆心坐标求出标准方程即可;

(2)求出圆心到直线的距离,再由垂径定理求出.

【小问1详解】

因为圆的圆心为,且经过点,

所以圆半径,

所以圆的标准方程为.

【小问2详解】

由(1)知，圆的圆心为，半径，

所以圆心到直线的距离,

所以由垂径定理，得.

18. 已知数列的前*n*项和为,且

(1)求的通项公式

(2)求证数列是等差数列

【答案】(1)

(2)证明见解析

【解析】

【分析】(1)根据,代入即可求出通项公式,注意检验;

(2)由题意得出的通项公式,用后一项减前一项为定值来证明是等差数列即可.

【小问1详解】

解:由题知,



当时,



,

将代入上式可得,

故时满足上式,

;

【小问2详解】

证明:由题知,

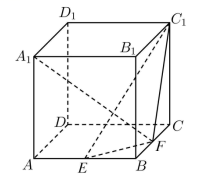
,

,

且,

是以3为首项,1为公差的等差数列.

19. 如图，在棱长为2的正方体中，分别为的中点.



(1)求证：；

(2)求点到平面的距离.

【答案】(1)证明见解析；

(2).

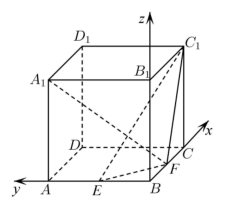
【解析】

【分析】(1)根据给定条件，建立空间直角坐标系，利用空间位置关系的向量证明推理作答.

(2)利用(1)中坐标系，利用空间向量求出点到平面的距离.

【小问1详解】

在棱长为2的正方体中，分别以为轴，建立空间直角坐标系，如图，



则，，

所以，即有，

所以.

【小问2详解】

由(1)知，，则，

设是平面的法向量，则，令，得，

所以点到平面的距离.

20. 已知，且在直线上，其中是数列中的第项.

(1)求数列的通项公式；

(2)设，求数列的前项和.

【答案】(1)；

(2).

【解析】

【分析】(1)根据给定条件，求出直线的方程，再代入求解作答.

(2)由(1)求出，再利用错位相减法求和作答.

【小问1详解】

因为，则直线的斜率为，直线的方程为：，即，

又因为在直线上，则有，

所以数列的通项公式是.

【小问2详解】

由(1)知，，

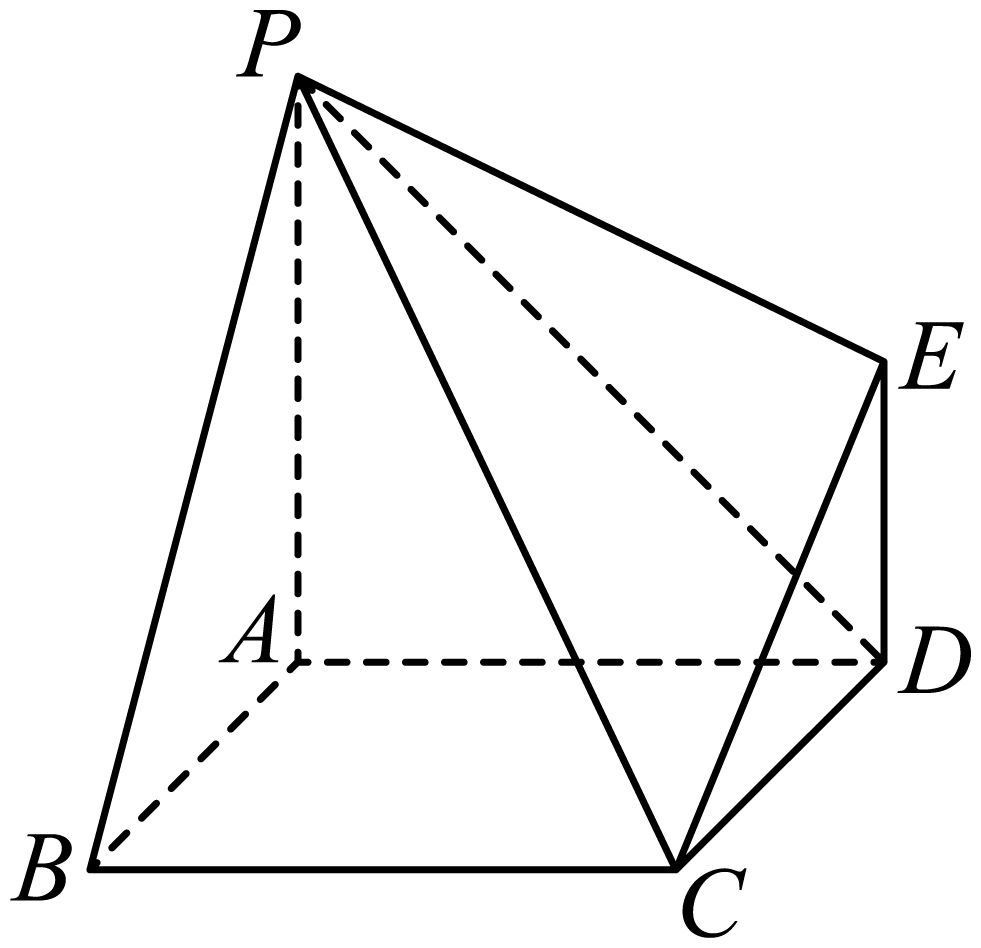
则，

于是得，

两式相减得：，

所以数列的前项和.

21. 如图，底面，底面，四边形是正方形，.



(1)证明：平面；

(2)求直线与平面所成角的正切值.

【答案】(1)证明见解析；

(2).

【解析】

【分析】(1)利用线面垂直的性质、线面平行的判定推理作答.

(2)建立空间直角坐标系，利用空间向量求出线面角的正弦即可求解作答.

【小问1详解】

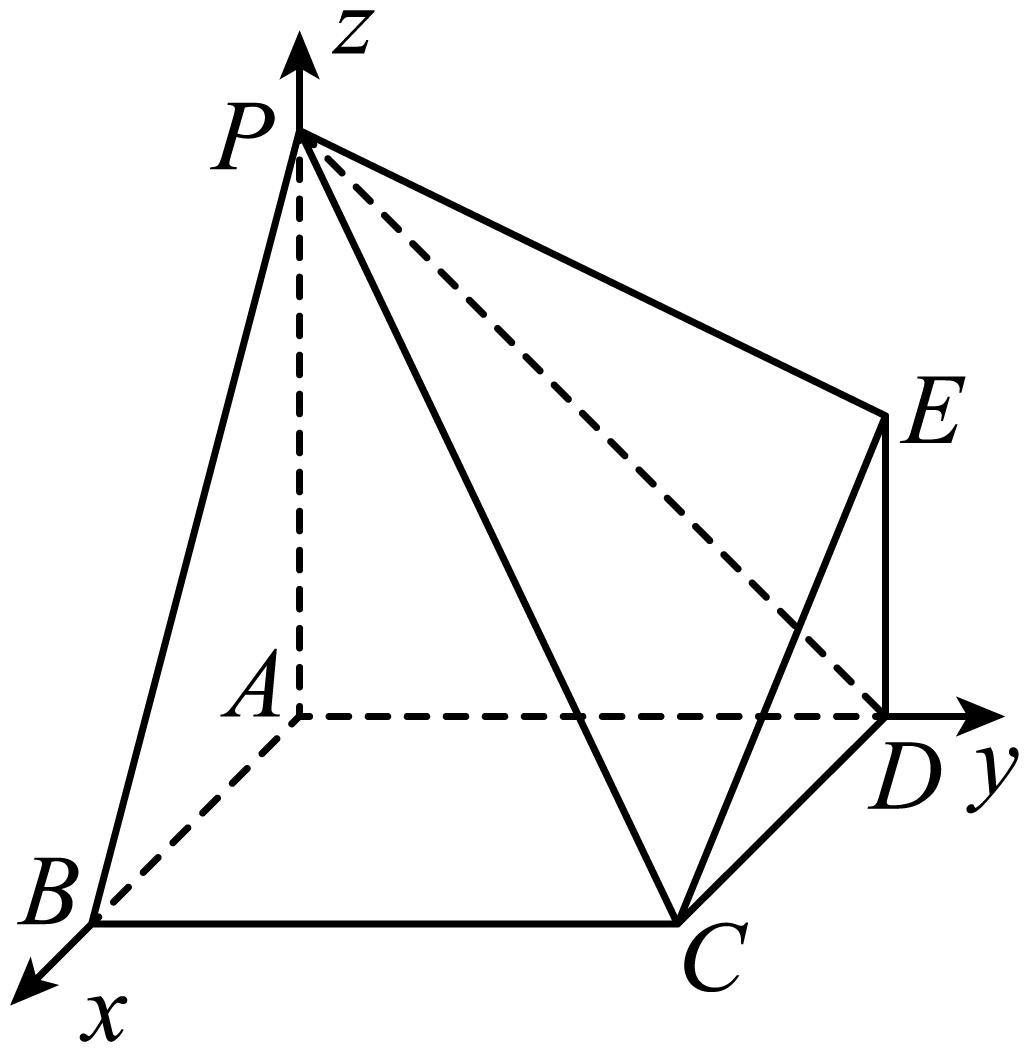
因为底面，底面，则，平面，平面，

所以平面.

【小问2详解】

依题意，两两垂直，

以为坐标原点，所在直线分别为轴、轴、轴建立空间直角坐标系，如图，



则，，，

而平面*DCE*，即平面，

则平面的一个法向量为，

设直线与平面所成角为，则，

则，，

所以直线与平面所成角的正切值为.

22. 已知椭圆：()的离心率为，其左､右焦点分别为，，为椭圆上任意一点，面积的最大值为1.

(1)求椭圆的标准方程；

(2)已知，过点的直线与椭圆交于不同的两点，，直线，与轴的交点分别为，，证明：以为直径的圆过定点.

【答案】(1)

(2)证明见解析

【解析】

【分析】(1)依题意可得，即可求出、、，即可得解；

(2)设直线的方程为，，，联立直线与椭圆方程，消元、列出韦达定理，由直线、的方程，得到、的坐标，即可得到以为直径的圆的方程，再令，得到，即可得解；

【小问1详解】

解：因为椭圆的离心率为，所以.

又当位于上顶点或者下顶点时，面积最大，即.

又，所以，.

所以椭圆的标准方程为.

【小问2详解】

解：由题知，直线的斜率存在，所以设直线的方程为，设，，

将直线代入椭圆的方程得：，

由韦达定理得：，，

直线的方程为，直线的方程为，

所以，，

所以以为直径的圆为，

整理得：.①

因为，

令①中的，可得，所以，以为直径的圆过定点.