**2022学年第一学期期末教学质量监测**

**高二数学(试题)**

**本试卷共4页，22小题，满分150分.考试用时120分钟**

**注意事项:**

**1.答卷前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和准考证号、试室号、座位号填写在答题卡上.**

**2.选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答信息点涂累，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上.**

**3.非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液.不按以上要求作答的答案无效.**

**4.考生必须保持答题卡的整洁.**

**一、选择题:本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 直线的倾斜角是

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】求出直线的斜率，可得出该直线的倾斜角.

【详解】直线的斜率为，因此，该直线的倾斜角为，故选C.

【点睛】本题考查直线倾斜角的计算，解题的关键就是求出直线的斜率，同时要熟悉直线的倾斜角和斜率之间的关系，考查计算能力，属于基础题.

2. 准线方程为的抛物线的标准方程为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【详解】试题分析：由题意得，抛物线，可得，

且开口向左，其准线方程为.

故选B．

考点：抛物线的几何性质．

3. 双曲线的离心率是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】由双曲线的方程知再由求得，即可求得双曲线的离心率.

【详解】由双曲线知，则，

则离心率.

故选：B

4. 经过两条直线和的交点，且垂直于直线的直线的方程是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】联立方程计算交点为，根据直线垂直得到，得到直线方程.

【详解】，解得，故直线交点为，

直线的斜率，故垂直于它的直线斜率，

故所求直线方程为，整理得到.

故选：B

5. 在三棱柱中，*M*，*N*分别为，的中点，若则( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】利用空间向量的运算法则得到，得到答案.

【详解】

，故.

，

故选：A

6. 动圆*P*过定点*M*(0，2)，且与圆*N*：相内切，则动圆圆心*P*的轨迹方程是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据圆与圆的位置关系，结合双曲线的定义得出动圆圆心*P*的轨迹方程.

【详解】圆*N*：的圆心为，半径为，且

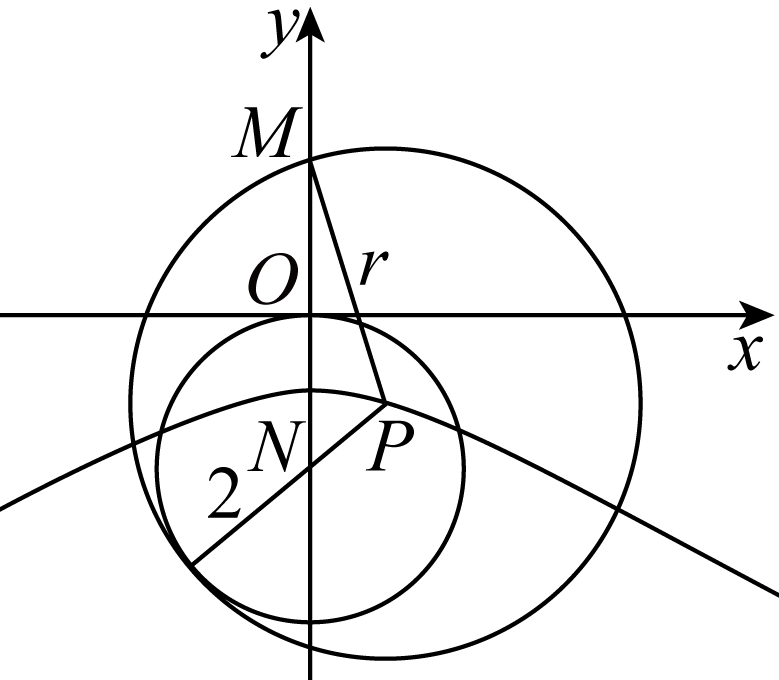
设动圆半径为，则，即.

即点在以为焦点，焦距长为，实轴长为，

虚轴长为的双曲线上，且点在靠近于点这一支上，

故动圆圆心*P*的轨迹方程是

故选：A



7. 椭圆的一个焦点是*F*，过原点*O*作直线(不经过焦点)与椭圆相交于*A*，*B*两点，则的周长的最小值是( )

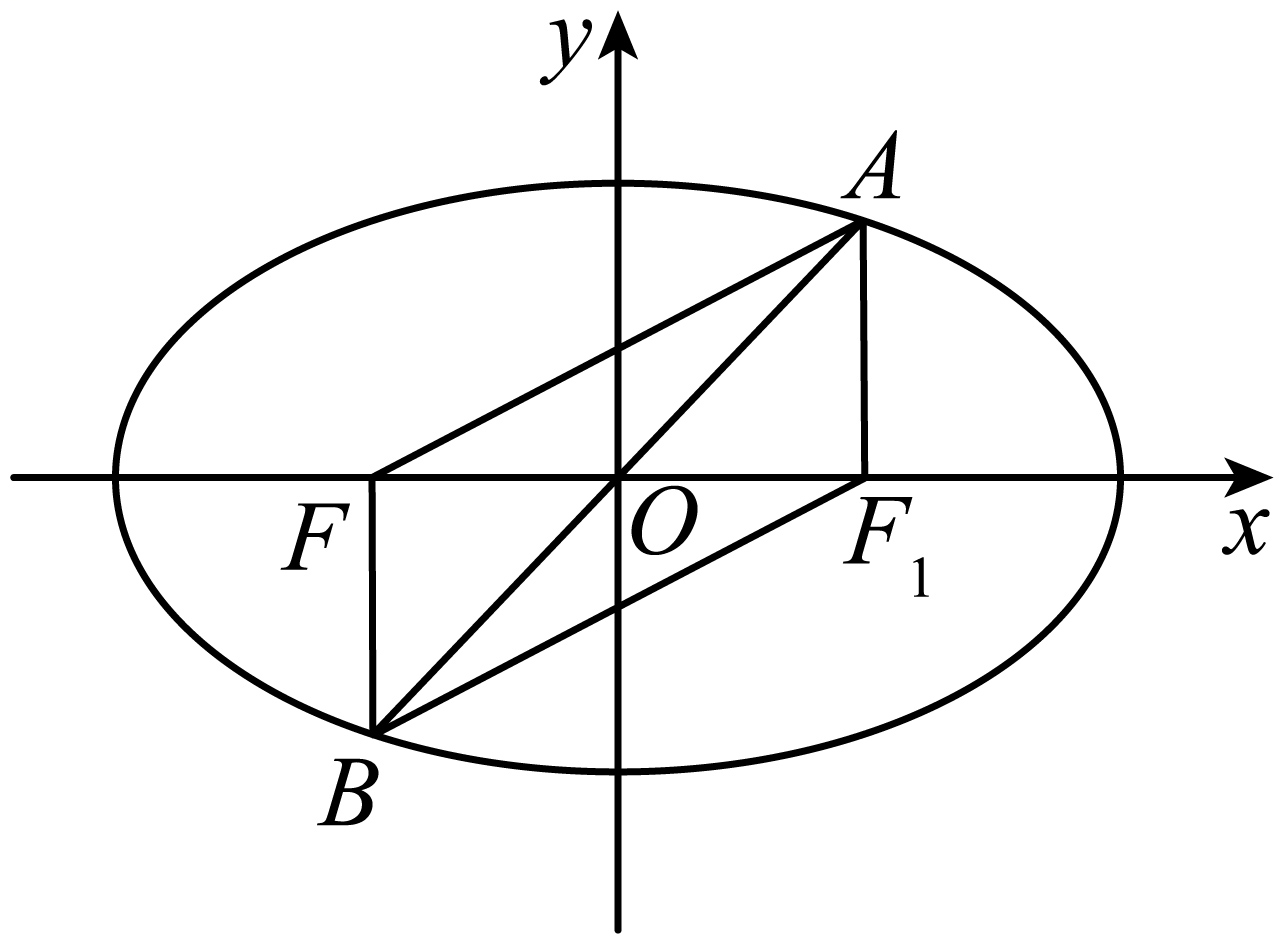
A. 14 B. 15 C. 18 D. 20

【答案】C

【解析】

【分析】不妨取为左焦点，为右焦点，连接，，则为平行四边形，的周长大于等于，计算得到答案.

【详解】如图所示：不妨取为左焦点，为右焦点，连接，，



则为平行四边形，

的周长为，

当，为椭圆上下顶点时等号成立.

故选：C

8. 已知数列{}满足，，记数列{}前*n*项和为，则=( )

A. 506 B. 759 C. 1011 D. 1012

【答案】A

【解析】

【分析】根据数列递推公式可知，当为偶数时，即可出现分组求和，再利用累加根据等差数列求和公式即可求得结果.

【详解】由递推公式可得，

；

；



；

而



故选：A

**二、选择题:本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 已知，，则( )

A.  B. 

C.  D. ∥

【答案】AD

【解析】

【分析】根据向量的坐标模长公式、线性运算、数量积的坐标表示、共线向量定理逐项判断即可.

【详解】对A，因为，所以，故A正确；

对B，，故B不正确；

对C，，所以不垂直，故C不正确；

对D，，所以∥，故D正确.

故选：AD.

10. 数列满足，，则( )

A. 数列是递减数列 B. 

C. 点()都在直线 D. 数列前项和的最大值为32

【答案】AC

【解析】

【分析】根据数列的递推关系式，可判断数列的单调性及，可判断A；又可得数列为等差数列，求得等差数列通项公式，即可判断B,C；由等差数列的前项和公式结合二次函数的性质，即可求得的最大值，可判断D.

【详解】数列满足，，即，所以数列是递减数列，故A正确；

且数列是以为首项，为公差的等差数列，

所以，则点()都在直线上，故B不正确，C正确；

数列的前项和，

又因为，所以时，，时，，则的最大值为，故D不正确.

故选：AC.

11. 过双曲线*C*：的左焦点作直线*l*与双曲线*C*的右支交于点*A*，则( )

A. 双曲线*C*的渐近线方程为

B. 点到双曲线*C*的渐近线的距离为4

C. 直线*l*的斜率*k*取值范围是

D. 若的中点在*y*轴上，则直线*l*的斜率

【答案】ACD

【解析】

【分析】双曲线*C*的渐近线方程为，A正确，计算点到直线的距离得到B错误，根据渐近线得到斜率*k*取值范围是，C正确，确定的横坐标为，得到或，计算斜率得到D正确，得到答案.

【详解】对选项A：双曲线*C*的渐近线方程为，正确；

对选项B：，取渐近线方程为，距离为，错误；

对选项C：渐近线方程为，故斜率*k*取值范围是，正确；

对选项D：的中点在*y*轴上，则的横坐标为，，得到，故或，，斜率为，正确.

故选：ACD

12. 过直线*l*： 上的动点*P*分别作圆*C*1：与圆*C*2：的切线，切点分别为*A*，*B*，则( )

A. 圆*C*1上恰好有两个点到直线*l*的距离为

B. |*PA*|的最小值为

C. 的最小值为

D. 直线*l*上存在两个点*P*，使得

【答案】BCD

【解析】

【分析】确定两圆圆心和半径，到直线的距离为，，A正确，的最小值为，B错误，计算对称点得到最小距离为，C正确，计算轨迹方程为圆，再判断直线和圆的位置关系得到D正确，得到答案.

【详解】圆*C*1：，圆心，半径；

圆*C*2：，圆心，半径，

对选项A：到直线的距离为，，故只有1个点满足条件，错误；

对选项B：，的最小值为，故的最小值为，正确；

对选项C：设关于直线的对称点为，则，解得，故，，正确；

对选项D：，即，即，设，则，整理得到，轨迹为圆心为，半径为的圆，圆心到直线的距离为，直线和圆相交，有2个交点，正确.

故选：BCD

**三、填空题:本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 经过点，且与直线平行的直线的方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据直线平行得到，得到，整理得到答案.

【详解】直线与直线平行，则，直线方程为，

即.

故答案为：

14. 若数列{}为等差数列，，则数列{}的前9项和=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

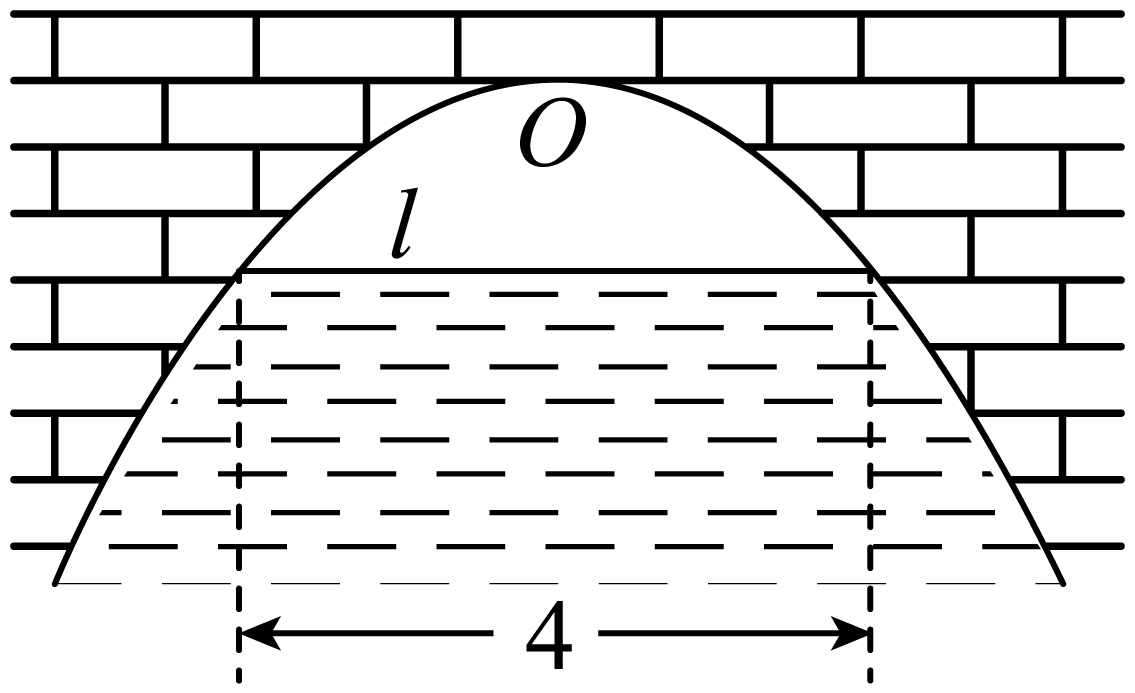
【解析】

【分析】利用等差数列的性质得到，代入数据计算得到答案.

【详解】.

故答案为：

15. 图中是抛物线形拱桥，当水面在*l*时，水面宽4m，水面下降2m后，水面宽8m，则桥拱顶点*O*离水面*l*的距离为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

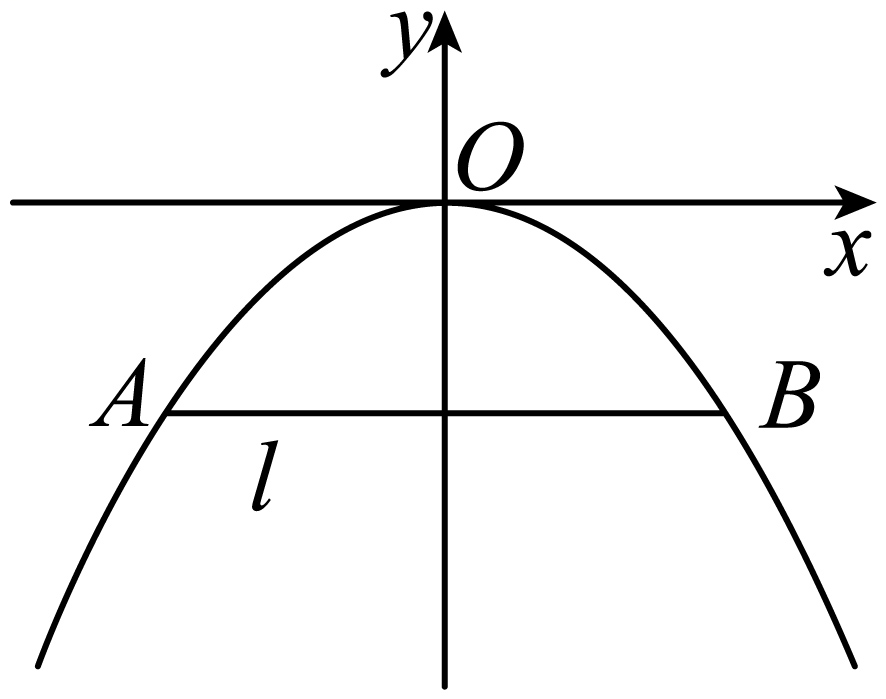


【答案】

【解析】

【分析】建立直角坐标系，直线交抛物线于两点，抛物线方程为，，，对应的坐标为，代入抛物线，解得答案.

【详解】如图所示，建立直角坐标系，直线交抛物线于两点，



抛物线方程为，，

设，水面下降2m后，水面宽8m，对应的坐标为，

则，解得，故拱顶点*O*离水面*l*的距离为.

故答案为：

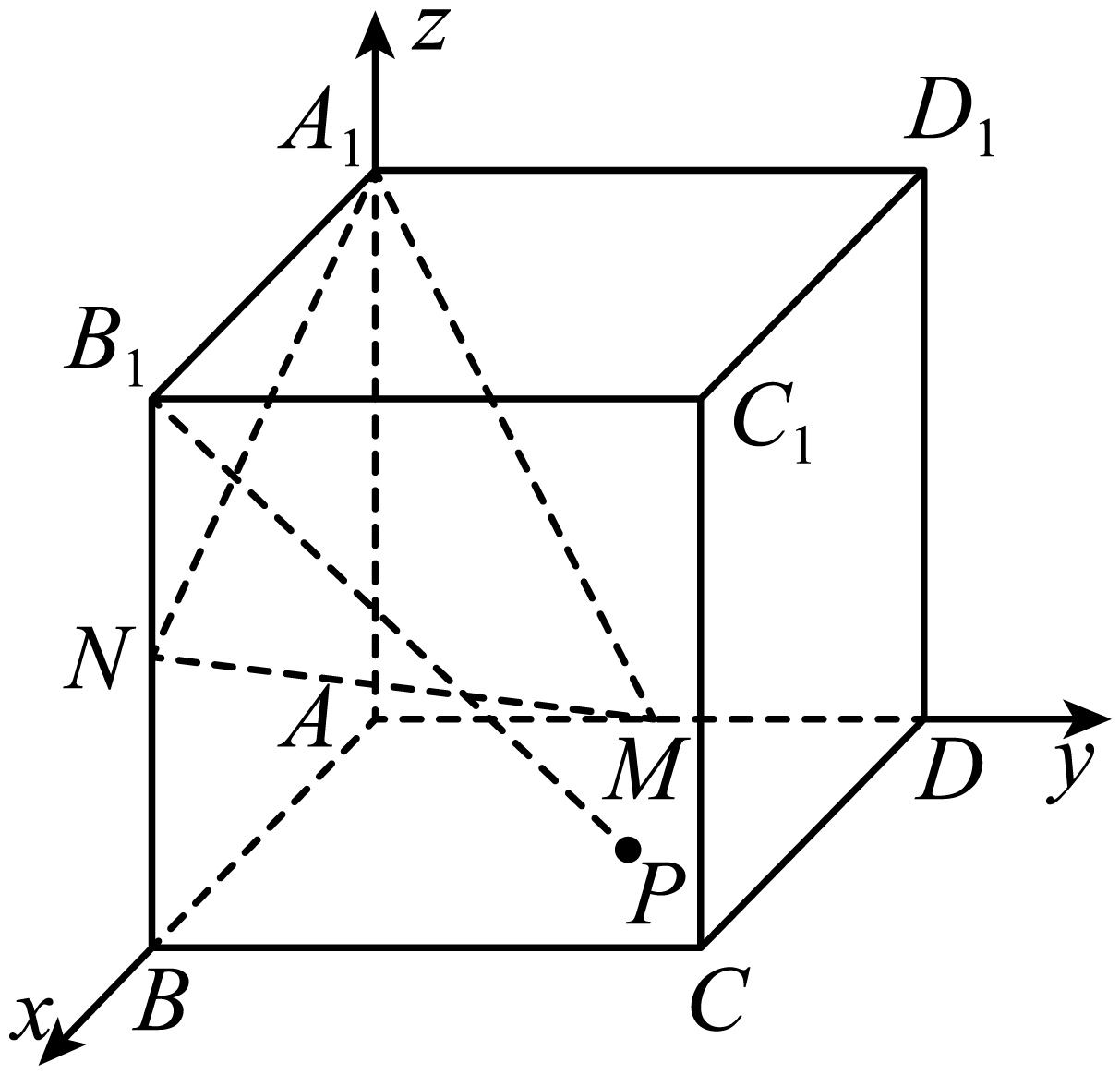
16. 在棱长为1的正方体中，分别是的中点，动点在底面正方形内(包括边界)，若平面，则长度的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】以正方体的顶点为原点，分别为轴建立空间直角坐标系，利用空间向量的坐标运算求平面的法向量，设，且，求，根据平面，可得满足的等式关系，并用表示，确定的取值范围，利用空间中两点距离公式得，结合二次函数的性质，即可确定长度的最大值.

【详解】如图，以正方体的顶点为原点，分别为轴建立空间直角坐标系，



则，

动点在底面正方形内(包括边界)，则设，且

则，设平面的法向量为，又

则，令，则

因为平面，所以，即，

则，所以

则，

由二次函数的性质可得当时，，时，，所以长度的最大值为.

故答案为：.

**四、解答题:本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 在等差数列中，，.

(1)求数列的通项公式；

(2)记为等差数列的前*n*项和，求使不等式成立的*n*的最小值.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据等差数列公式得到，，得到通项公式.

(2)计算，解不等式得到答案.

【小问1详解】

等差数列中，，，故，，

故

【小问2详解】

，，即，解得，

故的最小值为

18. 已知圆*C*经过，两点，且圆心*C*在直线上.

(1)求圆*C*的方程；

(2)过点的直线*l*与圆*C*交于*P*，*Q*两点，如果，求直线*l*的方程.

【答案】(1)

(2)或.

【解析】

【分析】(1)计算的垂直平分线，计算交点得到圆心，再计算半径得到答案.

(2)考虑直线斜率存在和不存在两种情况，根据点到直线的距离公式结合弦长公式计算得到答案.

【小问1详解】

，的中点为，故的垂直平分线为，

即，，解得，故圆心为，

半径，故圆方程为.

【小问2详解】

当直线斜率不存在时，此时，满足条件，直线方程为；

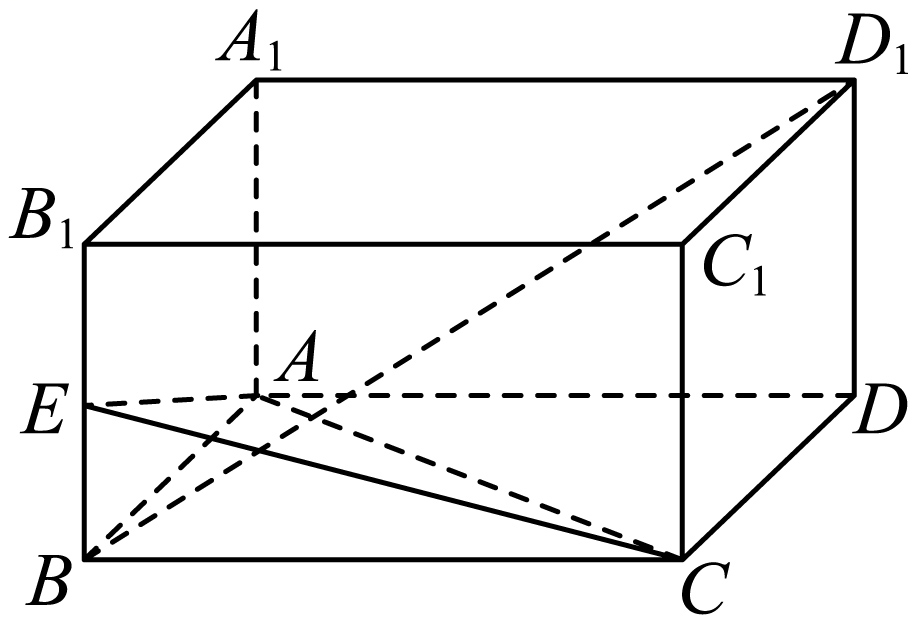
当直线斜率存在时，设直线方程为，即，

，故圆心到直线的距离为，解得，

故直线方程为，即.

综上所述：直线的方程为或.

19. 如图，在长方体中，，点是的中点.



(1)求与所成角的余弦值；

(2)求与平面所成角的正弦值.

【答案】(1)

(2)

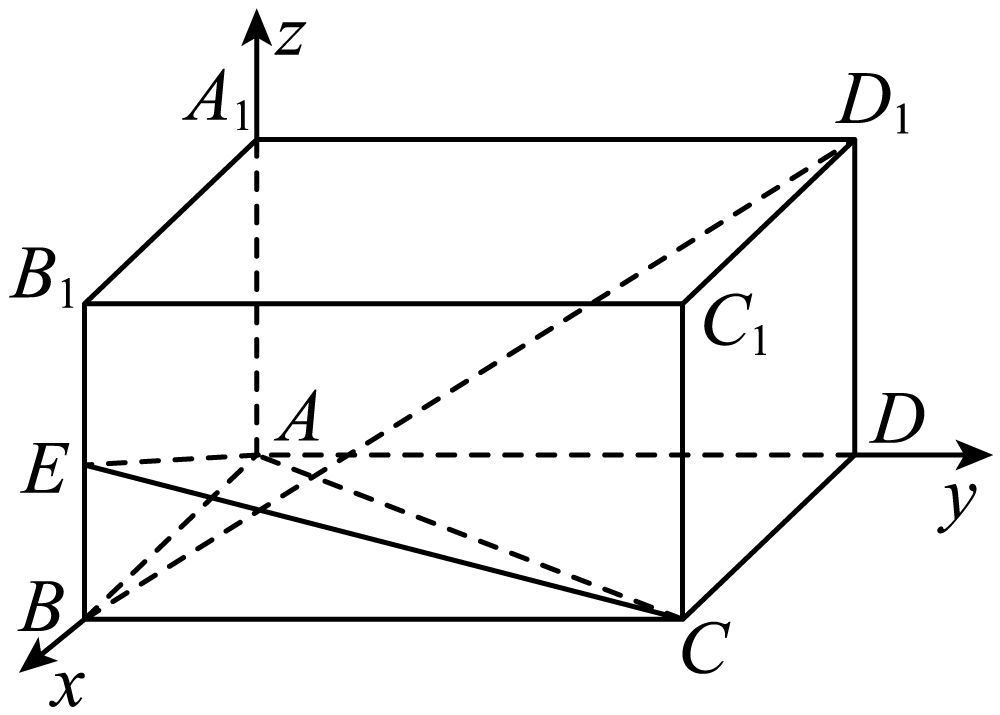
【解析】

【分析】(1)根据长方体以为原点，为轴建立空间直角坐标系，求解，按照异面直线夹角余弦公式求解与所成角的余弦值即可；

(2)由(1)求平面的法向量与直线的方向向量，再利用空间向量坐标运算解求得与平面所成角的正弦值.

【小问1详解】

在长方体中，，如图，以为原点，为轴建立空间直角坐标系，



则，

所以，则，

则与所成角的余弦值为；

【小问2详解】

设平面的法向量为，又，，

所以，令，则

所以，故与平面所成角的正弦值为.

20. 已知数列{}的前*n*项和为，，.

(1)求证:数列{}是等比数列；

(2)若，，求数列{}的前*n*项和.

【答案】(1)证明见解析；

(2)．

【解析】

【分析】(1)利用得数列的递推关系，从而由等比数列定义得证结论；

(2)由错位相减法求和．

小问1详解】

，时，，相减得：，又，

,,

所以，,

所以是等比数列，首项是9，公比是3；

【小问2详解】

由(1)得，，，

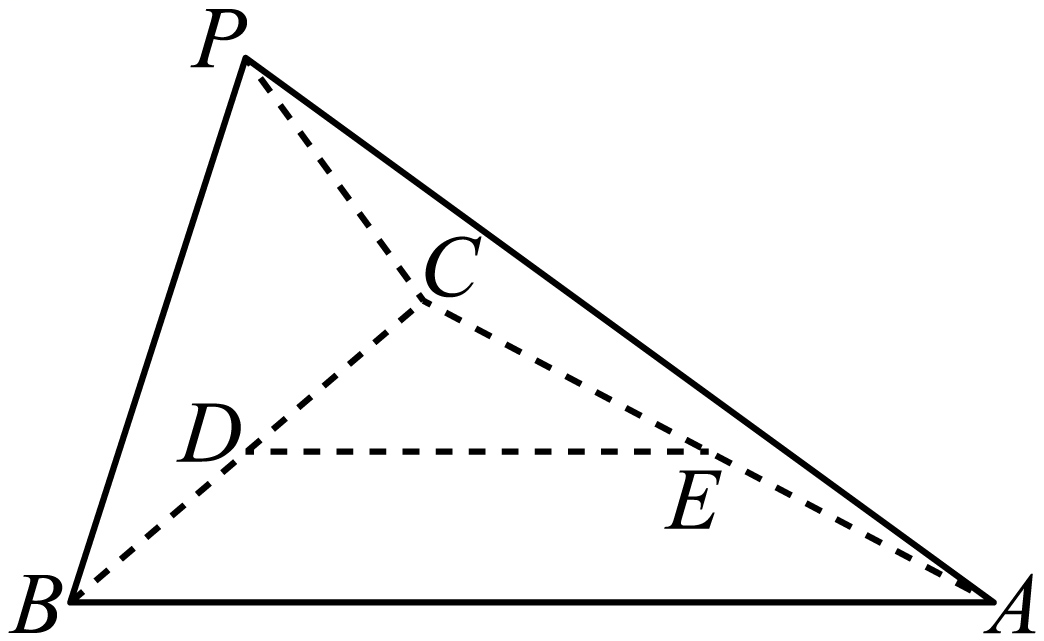
，

则，

相减得，

∴．

21. 如图，在三棱锥中，，，，分别为，的中点，为正三角形，平面平面.



(1)求点到平面的距离；

(2)在线段上是否存在异于端点的点，使得平面和平面夹角的余弦值为？若存在，确定点的位置；若不存在，说明理由.

【答案】(1)

(2)存在点，使得平面和平面夹角的余弦值为，此时为中点

【解析】

【分析】(1)根据线面关系证得，，则以为原点，分别为轴建立空间直角坐标系，利用空间向量的坐标求平面的法向量与，即可求得点到平面的距离；

(2)由(1)知平面的法向量，设，且，利用空间向量的坐标求平面的法向量，根据平面与平面夹角余弦值的向量的坐标运算列方程，即可求得的值，从而确定的位置.

【小问1详解】

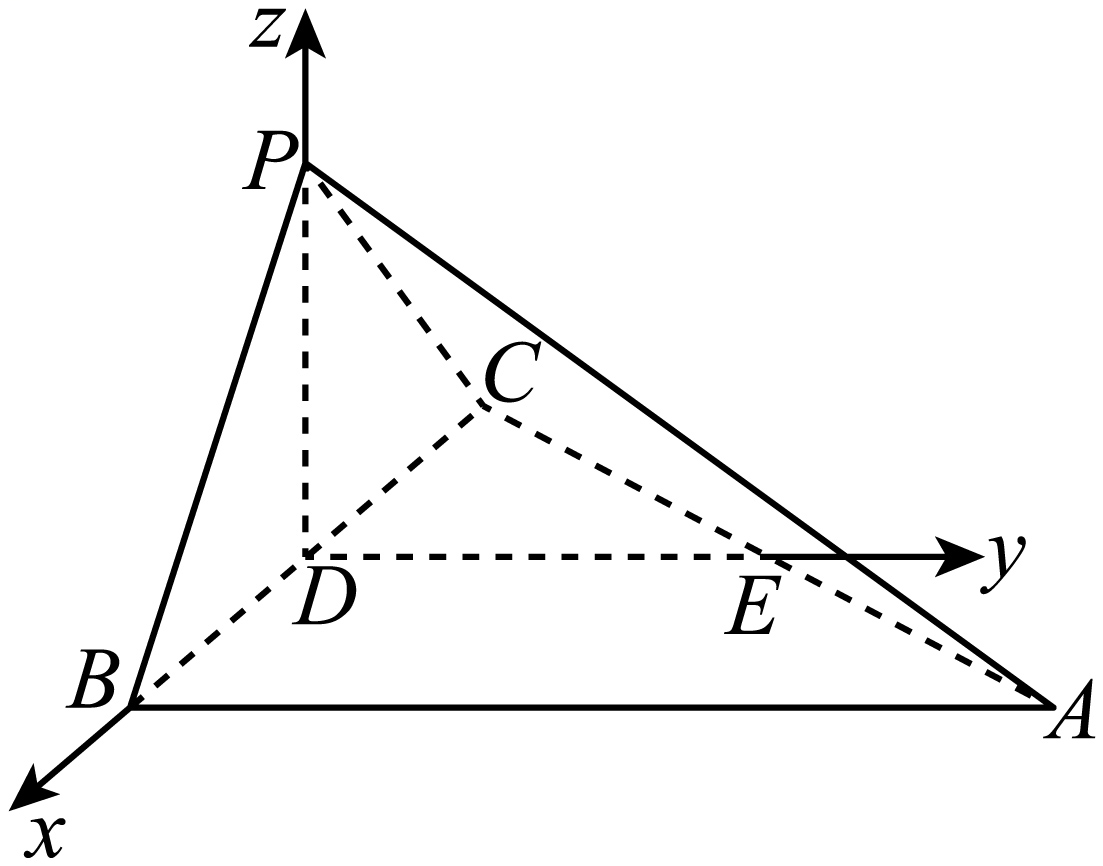
连接，因为为正三角形，又为中点，所以，

因为平面平面，平面平面，平面，

所以平面，又平面，所以，

因为，，分别为，的中点，所以，，所以，

则如图，以为原点，分别为轴建立空间直角坐标系，



因为，则，

设平面的法向量为，由于，

则，令，则

又，则点到平面的距离为；

【小问2详解】

由(1)可知是平面的一个法向量，

由题可设，且，则，

所以，

设平面的法向量为，由于，

则，令，则，

所以，整理得，解得或(舍)，

故存在点，使得平面和平面夹角的余弦值为，此时为中点.

22. 已知椭圆上的点到两个焦点的距离之和为，短轴的两个顶点和两个焦点连接成的四边形为正方形.

(1)求椭圆的方程；

(2)设点为椭圆上的两点，为坐标原点，，求的取值范围.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)利用椭圆的定义求解即可；

(2)设直线的方程为，与椭圆方程联立可得根与系数的关系，再利用斜率的计算公式和数量积的坐标表示即可求解，注意讨论斜率不存在的情况.

【小问1详解】

由题意可得，，

又因为椭圆中，所以，，，

故椭圆的方程为.

【小问2详解】

当直线斜率存在时，设，，直线方程为，

联立得，

，即，

所以，，

因为，所以，

又因为

，

所以，即，

所以，

因为，所以，即，

当直线斜率不存在时，设，，，且，

所以，解得，

又因为在椭圆上，则，

所以，，

所以，

综上的取值范围为.