**高级中学2022—2023学年第一学期期中考试**

**高二数学**

**一､单选题：本题共8小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 复数的虚部是( )

A.  B. 1 C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据复数的除法运算化简复数，即可得虚部.

【详解】，故虚部为：

故选：A

2. 直线的倾斜角为( )

A 30° B. 60° C. 120° D. 150°

【答案】C

【解析】

【分析】化成斜截式方程得斜率为，进而根据斜率与倾斜角的关系求解即可.

【详解】将直线一般式方程化为斜截式方程得：，

所以直线的斜率为，

所以根据直线倾斜角与斜率的关系得直线的倾斜角为.

故选：C

3. 已知某圆锥的底面圆半径为， 它的高与母线长的和为， 则该圆锥的侧面积为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据圆锥轴截面的性质直接计算其母线，进而可得侧面积.

【详解】设该圆锥的母线长为，则它的高为，

由，解得，

所以该圆锥的侧面积为，

故选：D.

4. 已知，为不共线的非零向量，，，，则( )

A. ，，三点共线 B. ，，三点共线

C. ，，三点共线 D. ，，三点共线

【答案】B

【解析】

【分析】根据给定条件，求出，再利用共线向量逐项判断作答.

【详解】，为不共线的非零向量，，，，

则，，

因，则与不共线，，，三点不共线，A不正确；

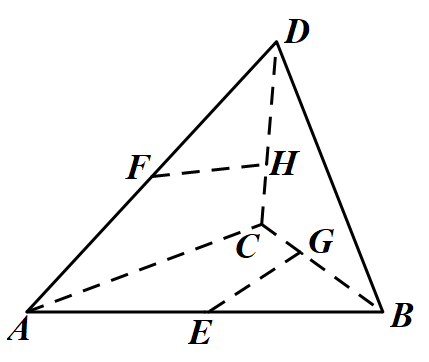
因，即与共线，且有公共点*B*，则，，三点共线，B正确；

因，则与不共线，，，三点不共线，C不正确；

因，则与不共线，，，三点不共线，D不正确.

故选：B

5. 已知：空间四边形*ABCD*如图所示，*E*、*F*分别是*AB*、*AD*的中点，*G*、*H*分别是*BC*、*CD*上的点，且，，则直线*FH*与直线*EG*( )



A. 平行 B. 相交 C. 异面 D. 垂直

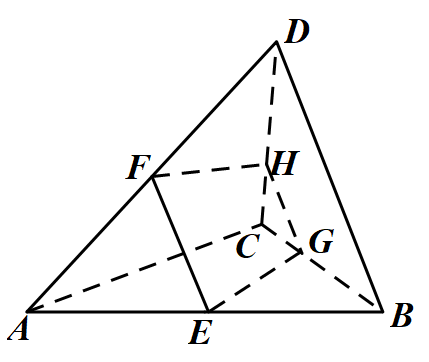
【答案】B

【解析】

【分析】

由已知为三角形的中位线，从而且，由，得在四边形中，，即，，，四点共面，且，由此能得出结论．

【详解】如图所示，连接*EF,GH.*



四边形是空间四边形，、分别是、的中点，

为三角形的中位线

且

又，

，且，

在四边形中，

即，，，四点共面，且，

四边形是梯形，

直线与直线相交，

故选：B

【点睛】方法点睛：证明两直线相交，首先要证明两直线共面，再证明它们不平行.所以本题先证明，，，四点共面，再证明直线与直线不平行.

6. 记的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，已知，，且有两解，则*b*的值可能是( )

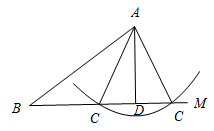
A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据已知条件，结合有两解，作出示意图，确定，可得答案.

【详解】作 ,作 于*D*点，则,

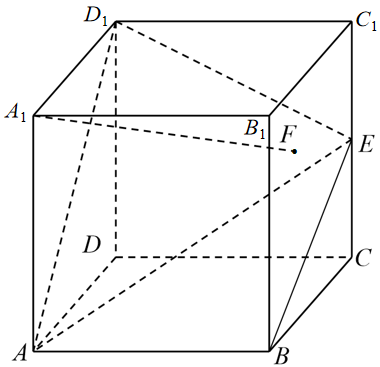


因为有两解，故以*A*为圆心，以*b*为半径作圆弧，需交*BM*于两点，即为点*C*,

所以，符合条件的是，

故选：B

7. 如图，在正方体中，是棱的中点，是侧面内的动点，且与平面的垂线垂直，则下列说法不正确的是( )



A. 与不可能平行

B. 与是异面直线

C. 点的轨迹是一条线段

D. 三棱锥的体积为定值

【答案】A

【解析】

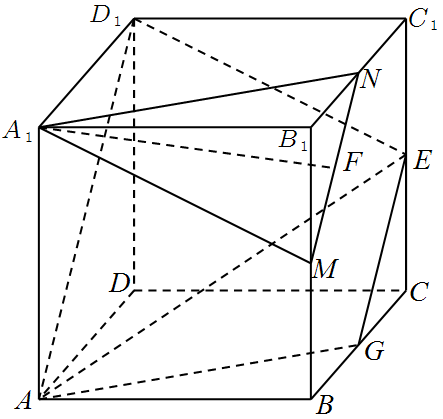
【分析】设平面与直线交于，连接，，则为的中点，分别取，的中点，，连接，，，证明平面平面，即可分析选项ABC的正误；再由，得点到平面的距离为定值，可得三棱锥的体积为定值判断D．

【详解】解：设平面与直线交于，连接，，

则为的中点，分别取，的中点，，

连接，，，

如图.



∵，平面，平面，

∴平面，同理可得平面，

又、是平面内两条相交直线，

∴平面平面，而平面，∴平面，

得点的轨迹为一条线段，故C正确；

并由此可知，当与重合时，与平行，故A错误；

∵平面平面，和平面相交，∴与是异面直线，故B正确；

∵，则点到平面的距离为定值，∴三棱锥的体积为定值，故D正确．

故选：A．

8. 若对圆上任意一点，的取值与*x*，*y*无关，则实数*a*的取值范围是( )

A.  B.  C. 或 D. 

【答案】D

【解析】

【分析】利用几何意义得到要想的取值要想与*x*，*y*无关，只需圆位于直线与之间，利用点到直线距离公式列出不等式，求出或，通过检验舍去不合要求的解集.

【详解】可看作点到直线与距离之和，

要想的取值与*x*，*y*无关，

只需圆位于直线与之间，

所以圆心到的距离大于等于半径，

即，解得：或，

当时，与位于圆心的同一侧，不合要求，舍去；

当时，与位于圆心的两侧，满足题意.

故选：D

**二､多选题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 已知椭圆*C*：，则下列结论正确的是( )

A. 长轴长为 B. 焦距为

C. 焦点坐标为： D. 离心率为

【答案】CD

【解析】

【分析】

先化简椭圆方程为标准方程，再求出椭圆的长轴长、焦距、焦点坐标和离心率得解.

【详解】由椭圆方程化为标准方程可得，

所以 ，

所以长轴长为，焦距，焦点坐标为，

短轴长为，离心率.

故选：CD

10. 已知方程，则下列选项中*a*的值能满足方程表示圆的有( )

A.  B. 0 C.  D. 

【答案】ABC

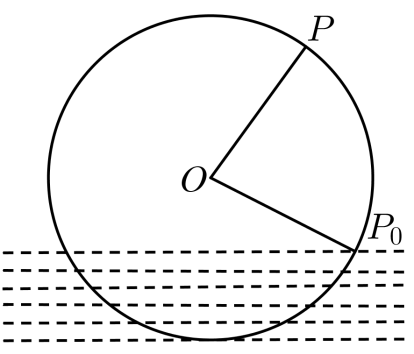
【解析】

【分析】将圆的方程化为标准方程，则，解得即可得出答案.

【详解】解：，即方程方程表示圆的条件是，即．所以选项A，B，C能表示圆，选项D表示一个点，不能表示圆．

故选：ABC.

11. 衢州市柯城区沟溪乡余东村是中国十大美丽乡村，也是重要的研学基地，村口的大水车，是一道独特的风景.假设水轮半径为4米(如图所示)，水轮中心*O*距离水面2米，水轮每60秒按逆时针转动一圈，如果水轮上点*P*从水中浮现时(图中)开始计时，则( )



A. 点*P*第一次达到最高点，需要20秒

B. 当水轮转动155秒时，点*P*距离水面2米

C. 在水轮转动的一圈内，有15秒的时间，点*P*距水面超过2米

D. 点*P*距离水面的高度*h*(米)与*t*(秒)的函数解析式为

【答案】ABD

【解析】

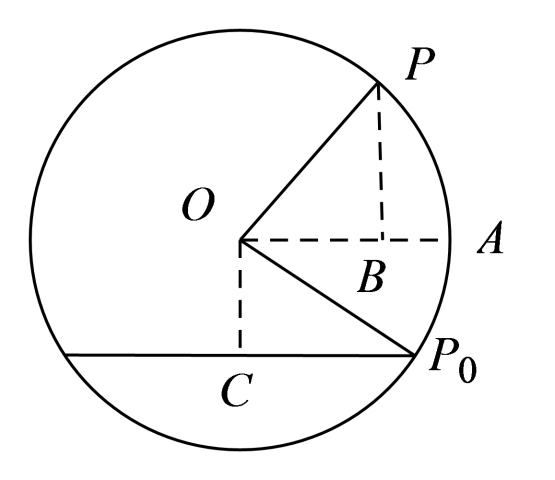
【分析】先根据题意求出点*P*距离水面的高度*h*(米)与*t*(秒)的函数解析式，再从解析式出发求解ABC选项.

【详解】如图所示，过点*O*作*OC*⊥水面于点*C*，作*OA*平行于水面交圆于点*A*，过点*P*作*PB*⊥*OA*于点*B*，则因为水轮每60秒按逆时针转动一圈，故转动的角速度为()，且点*P*从水中浮现时(图中)开始计时，*t*(秒)后，可知，又水轮半径为4米，水轮中心*O*距离水面2米，即m，m，所以，所以，因为m，所以，故，D选项正确；

点*P*第一次达到最高点，此时，令，解得：(s)，A正确；

令，解得：，，当时，(s)，B选项正确；

，令，解得：，故有30s的时间点*P*距水面超过2米，C选项错误；



故答案为：ABD

12. 已知正四棱柱，，，点为点的中点，点为底面上的动点，下列四个结论中正确的为( )

A. 当且点位于底面的中心时，四棱锥外接球的表面积为

B. 当时，存在点满足

C. 当时，存在唯一的点满足

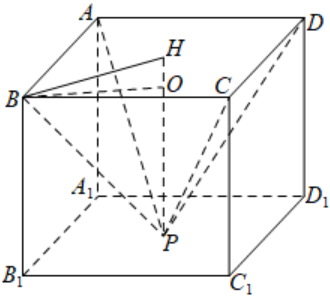
D. 当时，满足的点的轨迹长度为

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据给定条件，结合球的截面小圆性质求出球半径计算判断A；建立空间直角坐标系，利用空间向量计算判断B，C，D作答.

【详解】在正四棱柱中，取底面的中心*H*，即四边形*ABCD*外接圆圆心，连接*PH*，*BH*，如图，



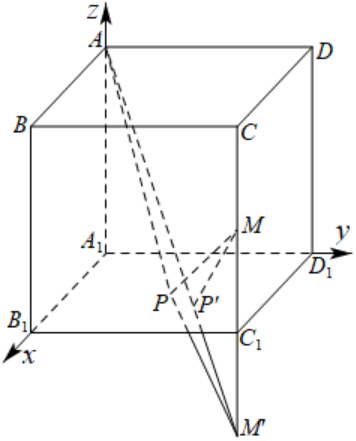
四棱锥是正四棱锥，底面，，

显然四棱锥的外接球球心*O*在直线*PH*上，连*BO*，令球半径为*R*，则，

由得：，解得，

所以四棱锥外接球的表面积为，A正确；

在正四棱柱中，以点为原点，建立如图所示的空间直角坐标系，当时，



则，延长至点，使，

连接交底面于点，连接，则点，

因平面，则线段被平面垂直平分，即有，，

，当且仅当点与重合时取等号，

因此，B不正确；

设，，

，

因，则当且仅当，即点时，成立，

所以存在唯一的点满足，C正确；

当时，，即，而，

因此点的轨迹是以点与点为端点的线段，其长度为，D正确.

故选：ACD

**三､填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 已知，，，则与所成的夹角大小是\_\_\_\_\_\_.

【答案】####120°

【解析】

【分析】根据向量夹角公式，由题中条件，即可直接求解.

【详解】因为，，，记与所成的夹角为，

所以，

因此.

故答案为：.

14. 空间向量，若三个向量共面，则实数的值为\_\_\_\_\_\_．

【答案】1

【解析】

【分析】利用空间向量共面定理即得.

【详解】因为三个向量共面，

可设，即，

∴，

解得.

故答案为：1.

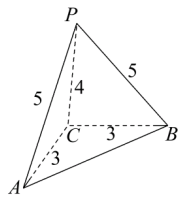
15. 在四面体中，平面，，，，则四面体外接球的表面积为\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】根据线面垂直的性质定理及勾股定理，结合长方体的体对角线为外接球的直径，求出半径，再利用球的表面积公式即可求解．

【详解】如图所示，



平面*ABC*，，，由勾股定理得，，

又，得，则．

设外接球的半径为，则，解得，

所以外接球的表面积为．

故答案为：

16. ､是椭圆：的左､右焦点，点为椭圆上一点，点在轴上，满足，若，则椭圆的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】##0.875

【解析】

【分析】根据给定条件，结合向量加法的平行四边形法则确定与的关系，再利用椭圆定义结合余弦定理求解作答.

【详解】由得：以、为一组邻边的平行四边形的以点*M*为起点的对角线对应的向量与共线，

由知，平分，因此这个平行四边形是菱形，有，

又，于是得，令椭圆半焦距为*c*，

在中，，由余弦定理得：，

即，则有，解得，

所以椭圆的离心率为.

故答案为：

**四､解答题：本题共6个小题，共计70分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.**

17. 求经过点和点的椭圆的标准方程.

【答案】.

【解析】

【分析】根据给定条件，设出椭圆的方程，利用待定系数法计算作答.

【详解】设椭圆的方程为：，因该椭圆经过点和，

于是得，解得，即有，

所以椭圆的标准方程为：.

18. 已知圆，直线.

(1)求证：对 ，直线与圆总有两个不同的交点；

(2)若直线与圆交于两点，当时，求的值．

【答案】(1)略

(2)

【解析】

【详解】试题分析：

(1)先证明直线恒过定点，再证明点P在圆内即可．(2)将直线方程与圆方程联立消元后得到一个二次方程，运用根据系数的关系及弦长公式求得，进而得到直线的倾斜角为或.

试题解析：

(1)证明：直线，

令，解得．

∴直线恒过定点．

∵，

∴点在圆内，

∴直线与圆总有两个不同的交点.

(2)由消去整理得

，

显然．

设，

是一元二次方程的两个实根，

∴，

∵，

∴，

解得

∴，即直线的斜率为

∴直线的倾斜角为或.

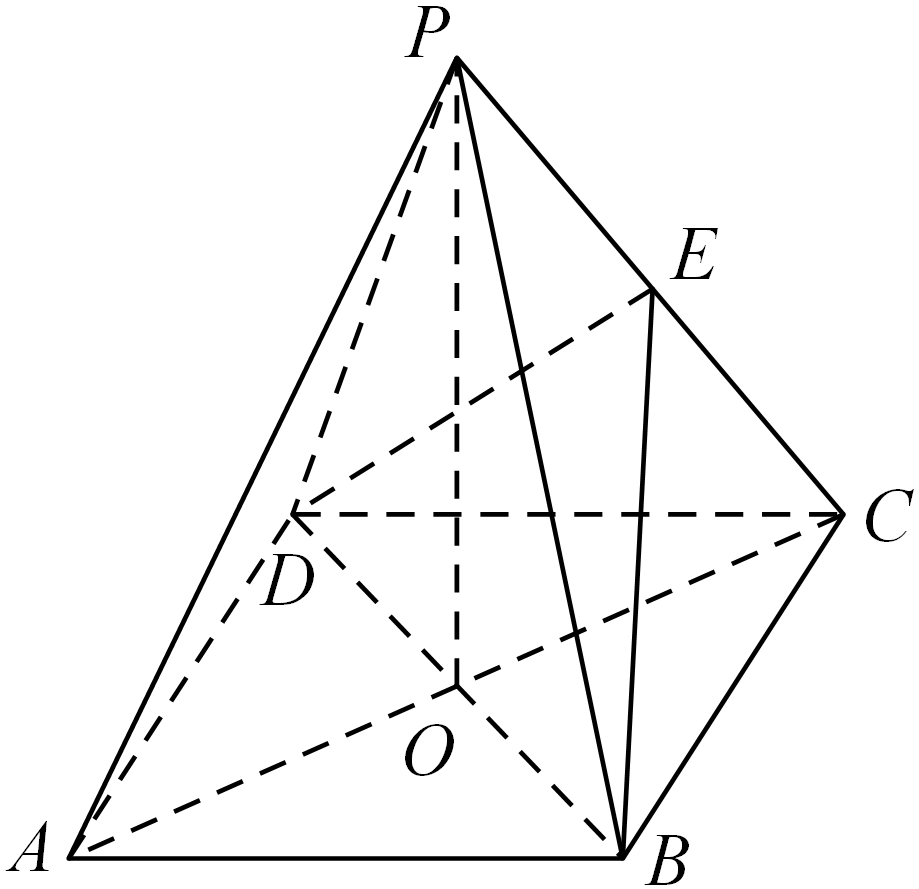
点睛：圆的弦长的求法

(1)几何法：设圆的半径为，弦心距为，弦长为*l*，则．

(2)代数法：设直线与圆相交于两点，由方程组消*y*后得到关于*x*的一元二次方程，从而求得，则弦长为

(*k*为直线斜率)．在代数法中，由于涉及到大量的计算，所以在解题中要注意计算的准确性，同时也要注意整体代换的运用，以减少运算量．

19. 如图，四棱锥中，底面为边长为2的菱形且对角线与交于点*O*，底面，点*E*是的中点．



(1)求证：∥平面；

(2)若三棱锥的体积为，求的长．

【答案】(1)证明见解析

(2)

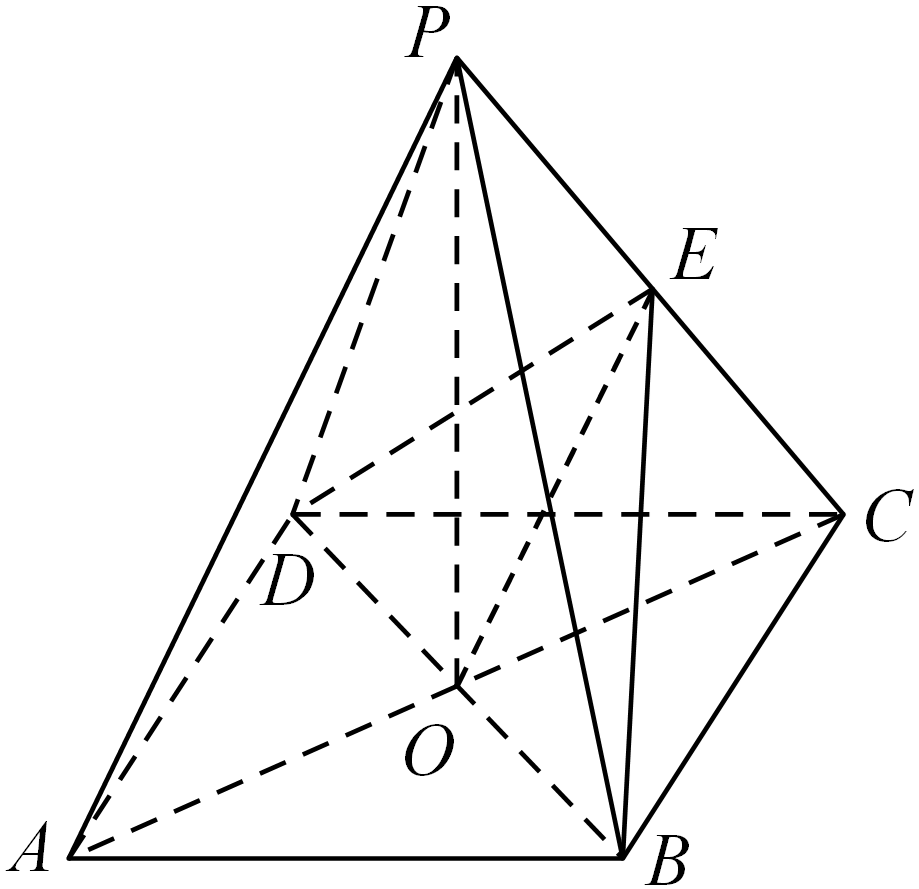
【解析】

【分析】(1)由中位线证得，即可证得∥平面；

(2)取中点*F*，证得平面，再由结合棱锥的体积公式即可求解.

【小问1详解】

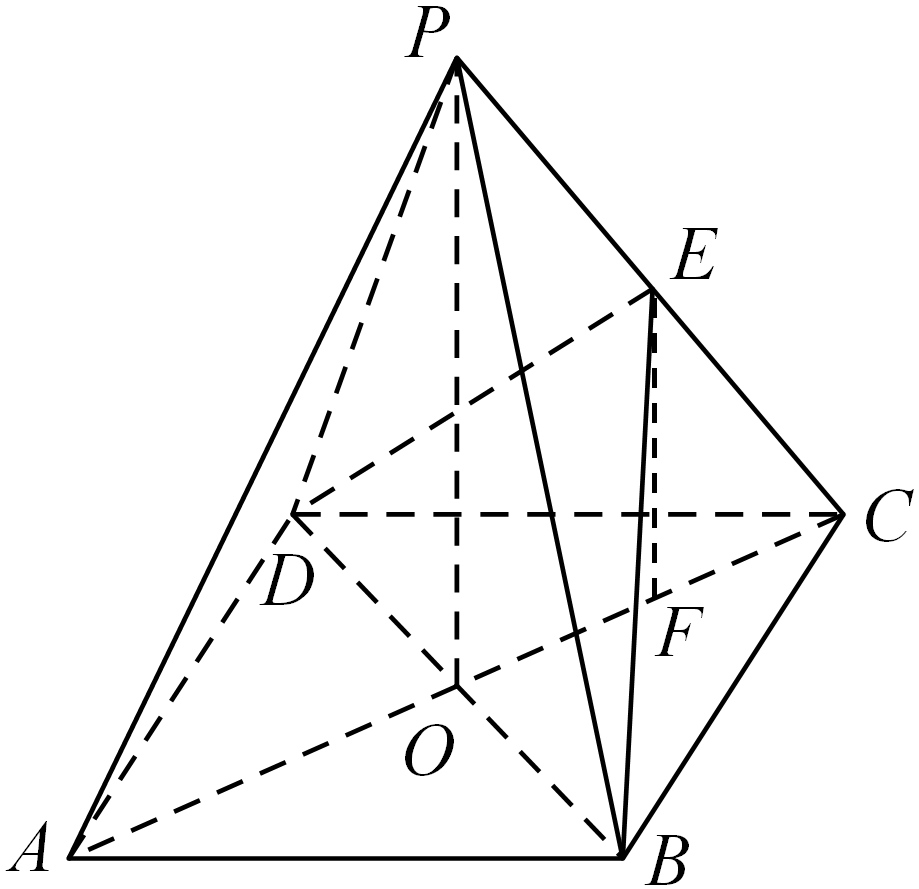
证明：连接．



∵点*O*，*E*分别为的中点，∴，∵平面平面，∴∥平面；

【小问2详解】

取中点*F*，连接．



∵*E*为中点，∴为的中位线，∴，且．由菱形的性质知，为边长为2的等边三角形．

又平面，∴平面，，点*E*是的中点，

∴，∴．

20. 的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，已知*A*为锐角，.

(1)求*A*；

(2)若，且边上的高为，求的面积.

【答案】(1)；(2)．

【解析】

【分析】(1)先用余弦定理化余弦为边，再用正弦定理化边为角从而求得；

(2)由余弦定理用表示，然后把三角形的面积用两种方法表示求得，从而可计算出面积．

【详解】(1)由得，

由余弦定理得，所以，

由正弦定理得，是三角形内角，，

所以，又*A*为锐角，所以．

(2)由(1)，，

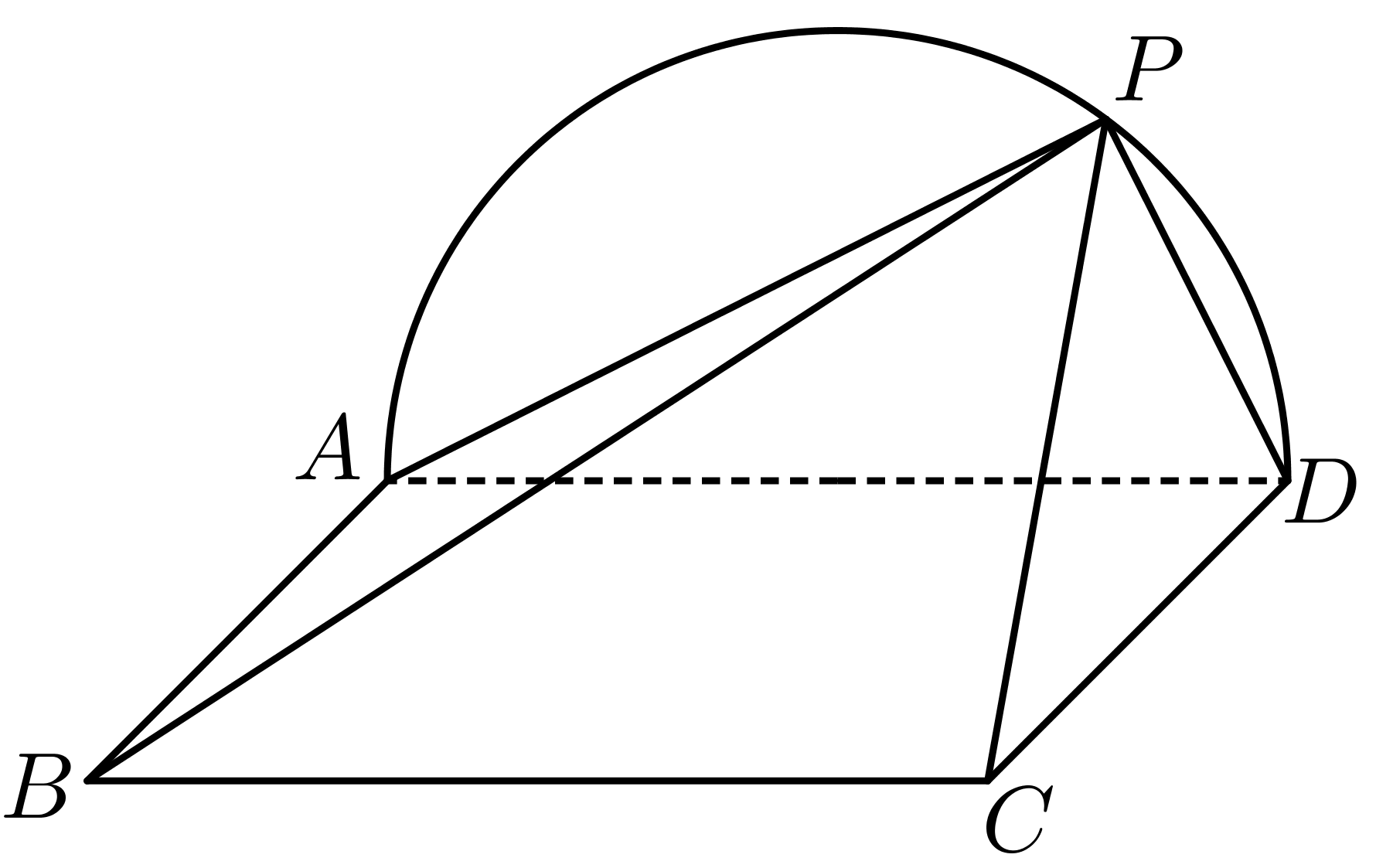
所以，即，，

，

．

【点睛】思路点睛：本题考查正弦定理、余弦定理、三角形面积公式．利用正弦定理和余弦定理进行边角互化是解题关键．三角形的面积采取了二次计算，通过不同的计算方法得出等式，从而求解．这是一种解题技巧．

21. 如图，半圆所在的平面与矩形所在平面*ABCD*垂直，*P*是半圆弧上一点(端点除外)，*AD*是半圆的直径，*AB*=1，*AD*=2．



(1)求证：平面*PAB*⊥平面*PDC*；

(2)是否存在*P*点，使得二面角的正弦值为?若存在，求四棱锥*P*- *ABCD*的体积；若不存在，说明理由，

【答案】(1)证明见解析

(2)

【解析】

【分析】(1)根据矩形性质和面面垂直性质定理可证平面，结合直径所对圆周角为直角可证平面，然后由面面垂直判定定理可证；

(2)建立空间直角坐标系，利用向量法可得二面角为正弦值为时点*P*坐标，然后计算可得体积.

【小问1详解】

在矩形中，，

又平面平面，平面平面平面，

所以，平面，

又平面，所以，

*P*是为直径的半圆上一点，所以，

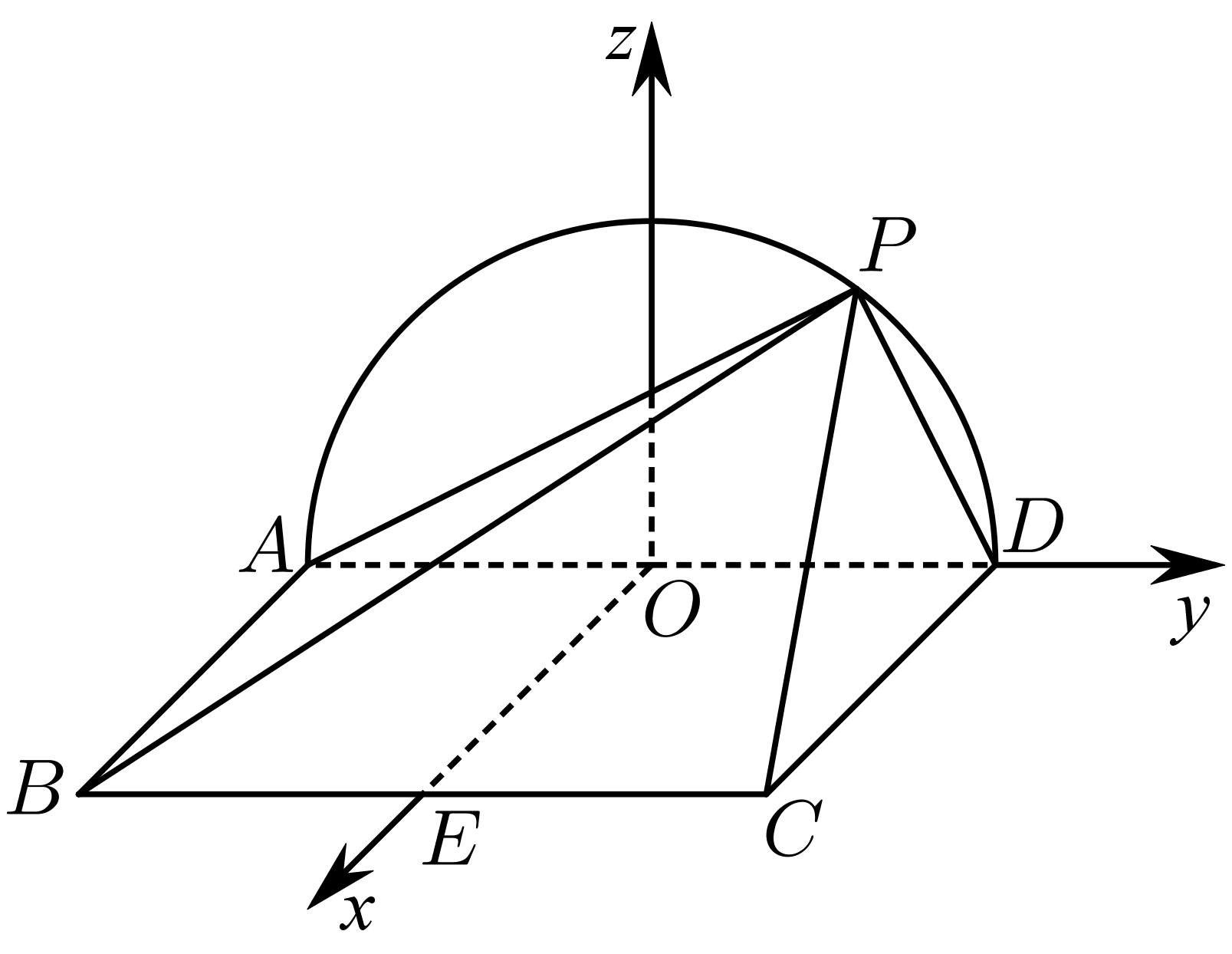
又平面，

所以，平面，

又平面，则平面平面

【小问2详解】

取中点*E*，以的中点*O*为坐标原点，为*x*轴，为*y*轴建立如图所示空间直角坐标系，由平面平面可知，半圆在平面平面内，设，



则，又，

由(1)可知，平面的一个法向量为，

设平面的法向量为，又，

则，取，则，

设二面角的大小为，



若，则，又，

所以，，又，

得

所以，四面体的体积

22. 曲线*Γ*上动点*M*到*A*(﹣2，0)和到*B*(2，0)的斜率之积为﹣．

(1)求曲线*Γ*的轨迹方程；

(2)若点*P*(*x*0，*y*0)(*y*0≠0)为直线*x*＝4上任意一点，*PA*，*PB*交椭圆*Γ*于*C*，*D*两点，求四边形*ACBD*面积的最大值．

【答案】(1)+*y*2＝1；(2)2．

【解析】

【分析】(1)设点*M*(*x*，*y*)，利用求轨迹的步骤列方程得解

(2)因为*SACBD*＝*S*△*ACB*+*S*△*ADB，*设直线*AP*的方程为*y*＝(*x*+2)，与椭圆方程联解得到*C*，*D*的纵坐标，再换元利用基本不等式及函数单调性得解

【详解】(1)设点*M*(*x*，*y*)，

因为曲线*Γ*上动点*M*到*A*(﹣2，0)和到*B*(2，0)的斜率之积为﹣，

所以＝﹣，

化简得+*y*2＝1．

所以曲线*Γ*的轨迹方程为：+*y*2＝1．

(2)设*C*(*x*1，*y*1)，*D*(*x*2，*y*2)，*P*(4，*t*)(不妨设*t*＞0)，

则直线*AP*的方程为*y*＝(*x*+2)，

即*x*＝﹣2，代入椭圆的方程可得：

(﹣2)2+4*y*2＝4，

化简得(9+*t*2)*y*2﹣6*ty*＝0，

所以*y*＝0或*y*＝，

所以*y*1＝，

同理可得*y*2＝，

所以*SACBD*＝*S*△*ACB*+*S*△*ADB*＝|*AB*|×|*y*1﹣*y*2|

＝2(﹣)＝16•

＝16•

＝16•，

令*u*＝*t*+，，其中，

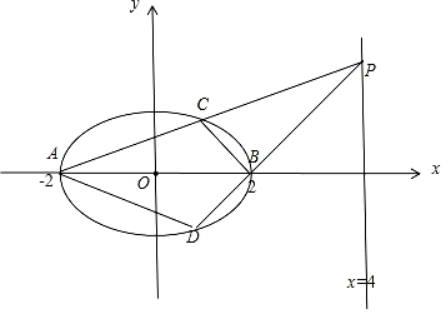
则*SACBD*＝，

令*g*(*u*)＝，*u*≥2，

*g*(*u*)在[2，+∞)上单调递减，

所以*g*(*u*)最大值为*g*(2)＝＝2．

所以四边形*ACBD*面积的最大值2．



【点睛】熟练掌握直线与圆锥曲线位置关系及函数单调性解题关键.