**南大附中2022-2023学年第一学期期末考试高二数学试题**

**一、单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共计40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.)**

1. 若直线经过，两点，则直线的倾斜角为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】利用两点坐标求出直线的斜率，再求对应的倾斜角即可．

【详解】由直线经过，两点，可得直线的斜率为，

设直线的倾斜角为，则有，

又，所以.

故选：A.

2. 若直线与直线互相平行，则实数( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】判断不合题意，再根据直线的平行列出相应的比例式，即可求得答案.

【详解】当时，直线，直线与不平行，

当时，，

，解得，

故选：A.

3. 若等差数列的前项和为，且，则的值为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

分析】根据结合即可求解.

【详解】等差数列的前项和为，且，

由等差数列的基本性质，得，

.

故选：C.

4. 若直线与圆交于，两点，且，关于直线对称，则实数的值为( )

A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

【答案】A

【解析】

【分析】先对圆的方程配方，求出圆心，再根据两直线以及圆之间的关系求解.

【详解】由圆的方程： 得： ，

圆心坐标为 ，

直线与圆交于，两点，且，关于直线对称，

则直线必定经过圆心，，，

又根据垂径定理：直线与直线垂直，可得，即，

所以，故；

故选：A.

5. 数列满足，，，则数列的前10项和为( )

A. 51 B. 56 C. 83 D. 88

【答案】A

【解析】

【分析】按照已知条件可以发现奇、偶项分别成等差和等比数列，一一列举前10项求和即可.

【详解】数列满足，，，

不难发现，奇数项是等差数列，公差为2，偶数项是等比数列，公比为2，

所以数列的前10项和为：.

故选：.

6. 已知为双曲线的右焦点，为的左顶点，过点且斜率为的直线与交于另一点，且垂直于轴．则的离心率为( )

A.  B. 2 C.  D. 3

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意先求出，，再根据可得到关于，的关系式，进而即可得到双曲线的离心率．

【详解】联立，解得，所以，

依题可得，，即，

整理得，所以双曲线的离心率为．

故选：B．

7. 已知等差数列前项和为，公差是与的等比中项，则下列选项不正确的是( )

A.  B. 

C. 当，时，取得最大值 D. 当时，的最大值为21

【答案】D

【解析】

【分析】根据等差数列的通项公式，结合等比中项的定义、等差数列的前项进行求解即可.

【详解】因为是与的等比中项，

所以，

由，有，

，

当，时，取得最大值，

，的最大值为，

故选：D

8. 已知函数满足：，，则不等式的解集为

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【详解】是减函数，由得：

故选A.

点睛：用导数解抽象函数不等式，实质是利用导数研究对应函数单调性，而对应函数需要构造.构造辅助函数常根据导数法则进行：如构造；如构造；如构造；如构造等.

**二、多项选择题：本大题共4小题，每小题5分，共计20分.在每小题给出的四个选项中，只有多项是符合题目要求的.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分)**

9. 下列求导运算正确的是( )

A. 

B. 

C. 

D. ，则

【答案】ACD

【解析】

【分析】利用导数计算公式分析各选项可得答案.

【详解】A选项，，故A正确；

B选项，，故B错误；

C选项，，故C正确；

D选项，，则，D正确.

故选：.

10. 在平面直角坐标系中，已知双曲线，则( )

A. 离心率为2

B. 渐近线方程为

C. 实轴长为2

D. 右焦点到渐近线的距离为

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据双曲线方程确定的值，即可一一判断各选项，即得答案.

【详解】由双曲线的方程可得，，，，

所以，，，实轴长，离心率，所以A正确，C不正确，

所以，渐近线方程为，所以B正确，

因为右焦点为，不妨取渐近线，即，

则到渐近线距离为，所以D正确.

故选：ABD.

11. 设数列的前项和为，且，则( )

A. 数列是等比数列 B. 

C.  D. 的前项和为

【答案】ACD

【解析】

【分析】由已知可得数列是，2为公比的等比数列，从而可得通项公式，可判断A、B，进而可以求的值判断C，也易求得的前项和判断D.

【详解】由已知，当时，可得

选项A，，可得数列是，2为公比的等比数列，故A正确；

选项B，由选项A可得解得，故B错误；

选项 C，数列是以1为首项，4为公比的等比数列，所以 ，故C正确；

选项D，因为，故D正确.

故选：ACD.

12. 已知函数的图象在处切线的斜率为9，则下列说法正确的是( )

A. 

B. 在上单调递减

C. 

D. 的图象关于原点中心对称

【答案】ABC

【解析】

【分析】根据导数的几何意义求得的值，即可判断A；根据函数单调性与导数的关系，即可判断B；由导数的定义可判断C；由函数的对称性即可判断D.

【详解】，则，

因为函数的图象在处切线的斜率为9，

所以，解得，故A正确；

，则，

令，可得，所以在上单调递减，故B正确；

由于，故C正确；

函数，则，

所以，则的图象关于点中心对称，故D不正确.

故选：ABC.

**三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共计20分.**

13. 等比数列中，则\_\_.

【答案】4

【解析】

【分析】利用等比数列性质可得，结合条件即可得答案.

【详解】由题可得，，

所以.

故答案为：4.

14. 已知，则\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据导数运算求得正确答案.

【详解】，则，

将代入可得，，解得，

故，，

所以.

故答案为：.

15. 已知为坐标原点，抛物线的焦点为，为上一点，与轴垂直，为轴上一点，且，若，则的准线方程为\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】设点，求得点，由已知条件得出，求出正数的值，即可得出抛物线的准线方程.

【详解】抛物线的焦点，

为上一点，轴，所以，将代入抛物线的方程可得，

不妨设，因为为轴上一点，且，所以在的右侧．

又，得，即点，所以，，

因为，所以，，，

所以抛物线的准线方程为．

故答案为：．

16. 函数有两个零点，则的取值范围是 \_\_.

【答案】

【解析】

【分析】函数有两个零点，即方程有两个根，构造函数，利用导数求出函数的单调区间，从而可画出函数的大致图像，根据图象即可得解.

【详解】函数有两个零点，方程有两个根，

即方程有两个根，

设，则函数与的图像有两个交点，

，

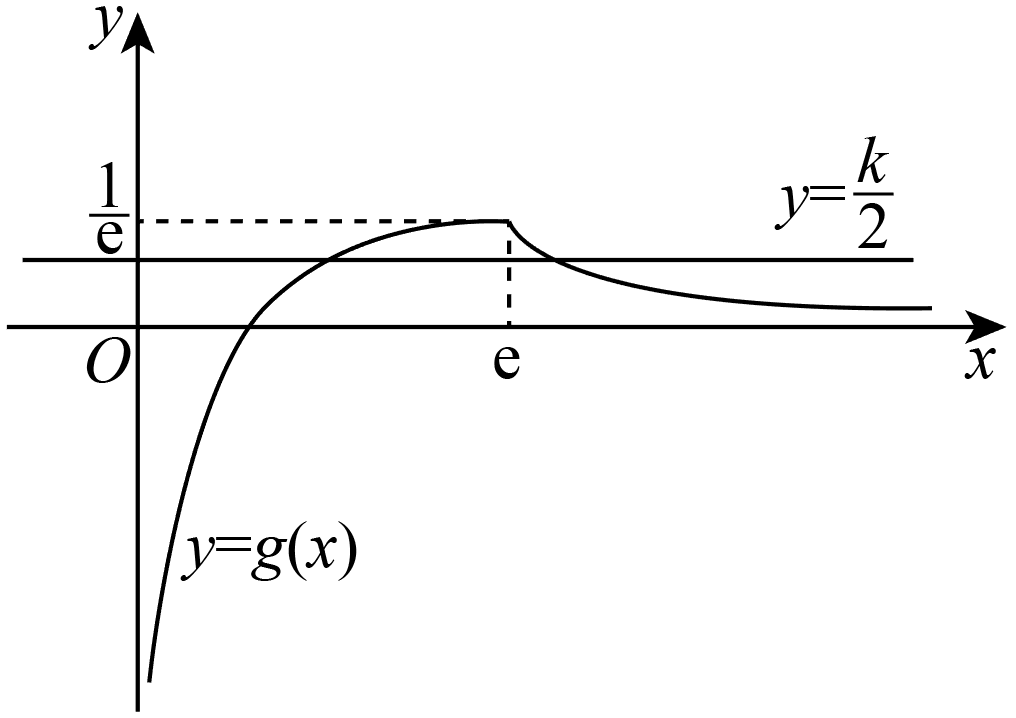
当时，，单调递增；

当时，，单调递减，

函数在时，取得最大值，

又当时，；当时，且，

函数的大致图像，如图所示，



由图像可知，，

的取值范围是.

故答案为：.

**四.解答题(共6小题)**

17. 已知圆圆心为原点，且与直线相切，直线*l*过点．

(1)求圆的标准方程；

(2)若直线*l*被圆所截得的弦长为，求直线*l*的方程．

【答案】(1)；

(2)或

【解析】

【分析】(1)直接由圆心到直线的距离求出半径，即可求出圆的方程；

(2)先由弦长公式求出，斜率不存在时符合题意，斜率存在时，设出直线方程，由解出直线斜率，即可求解.

【小问1详解】

设圆的半径为，则，故圆的标准方程为；

【小问2详解】

设圆心到直线到的距离为，则，解得；当直线*l*斜率不存在时，易得，此时圆心到的距离，符合题意；

当直线*l*斜率存在时，设，即，则，解得，即，

故直线*l*的方程为或.

18. 已知等差数列满足.

(1)求数列的通项公式及前项和；

(2)记数列的前项和为，若,求的最小值.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)利用等差数列的通项公式及前项和公式即可求解；

(2)利用(1)的结论及裂项相消法求数列的前项和，结合不等式的解法即可求解.

【小问1详解】

设等差数列的公差为，则

因为，

所以，即，解得.

所以数列的通项公式为，

所以数列的通项公式及前项和为.

【小问2详解】

由(1)知，，

所以，

所以数列的前项和为 .

因为，

所以，即，于是有，解得，

因为，

所以的最小值为.

19. 已知：函数.

(1)若，求的单调性；

(2)若在上是增函数，求实数的取值范围.

【答案】(1)答案见解析；

(2).

【解析】

【分析】(1)求出导函数，利用，求出值，解不等式，即可求出的单调性；(2)利用函数在区间上是单调增函数，导数大于等于0恒成立，推出关系式，求出实数的取值范围.

【小问1详解】

，，

，，.

将代入得，令得或.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | 3 |  |
|  |  | 0 |  | 0 |  |
|  |  |  |  |  |  |

在上单调递减，在上单调递增.

【小问2详解】

方法1：在上是增函数，

在上恒成立，

，

当时，是增函数，其最小值为，

.实数的取值范围是.

方法2：在上是增函数，

在上恒成立，

，.

实数的取值范围是.

20. 已知数列是公比为2的等比数列，，，成等差数列．

(1)求数列的通项公式；

(2)若，设数列的前*n*项和，求证：．

【答案】(1)

(2)证明见解析

【解析】

【分析】(1)根据等差中项的性质和等比数列定义求解；(2)利用错位相减法求和即可证明.

小问1详解】

因为，，成等差数列，所以，

又因为数列的公比为2，所以，

即，解得，所以．

【小问2详解】

由(1)知，则，

所以， ①

， ②

①②得



．

所以．

又因为，

所以是递增数列，所以，所以．

21. 已知函数，其中.

(1)当时，求曲线在点处切线的方程；

(2)试讨论函数的单调区间.

【答案】(1)；

(2)答案见解析.

【解析】

【分析】(1)利用导数几何意义结合条件即得；

(2)求函数的导函数,得到导函数的零点,讨论的范围，由导函数的零点对函数定义域分段,利用导函数在各区间段内的符号判断原函数的单调性.

【小问1详解】

当时，,则，

，又，

在点处切线的方程为；

【小问2详解】

由题可得，

令，解得或，

若，，当变化时，，的变化情况如表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | , |
|  |  | 0 |  | 0 |  |
|  | 增函数 |  | 减函数 |  | 增函数 |

的单调增区间为和,，单调减区间为；

②若，，当变化时，，的变化情况如表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | , |  |  |
|  |  | 0 |  | 0 |  |
|  | 增函数 |  | 减函数 |  | 增函数 |

单调增区间为和，单调减区间为；

③若，则，函数的单调增区间为；

综上，当时，单调增区间为和,，单调减区间为；当时，的单调增区间为和，单调减区间为；当时，函数的单调增区间为.

22. 已知椭圆过点，且焦距为.

(1)求椭圆的方程；

(2)过直线(不经过点交椭圆于点，，试问直线与直线的斜率之和为，求证：过定点.

【答案】(1)

(2)证明见解析

【解析】

【分析】(1)根据已知条件求得，从而求得椭圆的方程.

(2)根据直线的斜率是否存在进行分类讨论，根据化简求得定点坐标.

【小问1详解】

由题意可得，解得，

椭圆的方程：.

【小问2详解】

当直线的斜率不存在时，设其方程为，且，

则，

所以，

解得(舍去)，

所以直线的斜率存在.

设直线的方程为，其中，

联立方程，消去得：，

设，

则，，

所以















，

整理得，直线的方程为，

所以直线恒过定点.

【点睛】根据已知条件求解椭圆的方程，关键点在于列方程组来求得，要注意“隐藏条件”.求解直线过定点问题，可先设出直线方程，然后根据已知条件列方程，求得直线方程中参数的关系，从而求得定点的坐标.