**南京市2022-2023学年度第一学期期中调研测试**

**高二数学**

**2022.11**

**注意事项：**

**1.本试卷共6页，包括单项选择题(第1题~第8题)､多项选择题(第9题~第12题)､填空题(第13题~第16题)､解答题(第17题~第22题)四部分.本试卷满分为150分，考试时间为120分钟.**

**2.答卷前，考生务必将自己的学校､姓名､考生号填涂在答题卡上指定的位置.**

**3.回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上指定位置，在其他位置作答一律无效.**

**一､选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知复数*z*满足，则( )

A. 2 B.  C. 5 D. 10

【答案】B

【解析】

【分析】根据复数的除法运算求出复数，再根据复数的模的计算公式计算即可.

【详解】解：因为，

所以，

所以.

故选：B.

2. 已知直线*l*1：4*x*+*my*+2=0和*l*2：*mx*+*y*+1=0平行，则实数*m*=( )

A.  B. 0 C. 2 D. ±2

【答案】A

【解析】

【分析】由两直线平行的条件计算．

【详解】由题意，，

时，方程是，即，的方程是，两直线重合，舍去，

时，方程可化为，方程化为，平行．

故选：A.

3. 已知双曲线的焦距为，则该双曲线的渐近线方程为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】由双曲线的性质根据焦距求得，从而可得渐近线方程．

【详解】由题意，又，故解得．

∴渐近线方程为，

故选：C．

4. 直线与直线关于直线对称，则直线的倾斜角是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】分别求出直线和直线的倾斜角，再求出直线与直线的夹角，再根据对称性即可得出答案.

【详解】解：直线的倾斜角为，

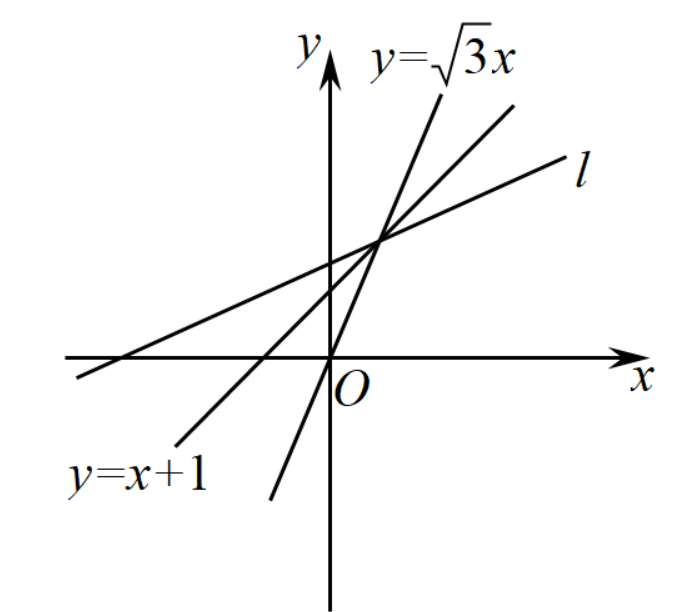
直线的倾斜角为，

则直线与直线的夹角为

设直线与直线的夹角为，则，

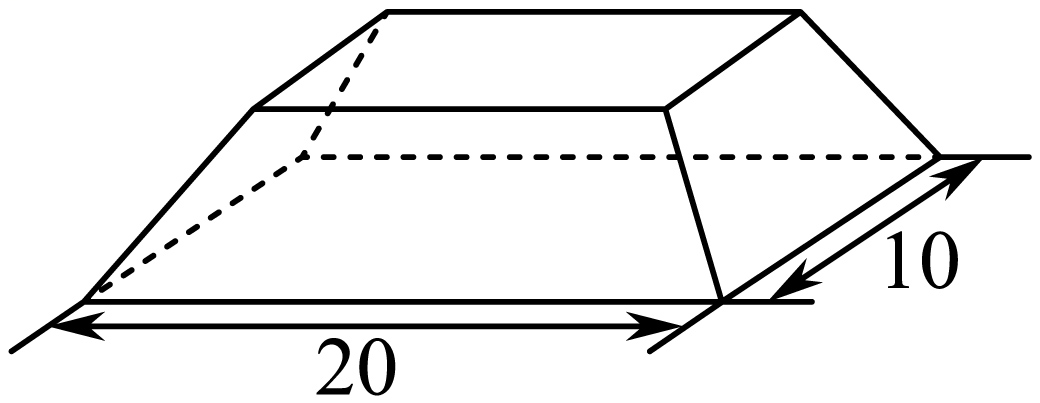
所以直线的倾斜角为.

故选：B.



5. 我们把所有顶点都在两个平行平面内的多面体叫做拟柱体，在这两个平行平面内的面叫做拟柱体的底面，其余各面叫做拟柱体的侧面，两底面之间的垂直距离叫做拟柱体的高，过高的中点且平行于底面的平面截拟柱体所得的截面称为中截面.已知拟柱体的体积公式为*V*=*h*(*S*+4*S*0+*S'*)，其中*S*，*S'*分别是上､下底面的面积，*S*0是中截面的面积，*h*为拟柱体的高.一堆形为拟柱体的建筑材料，其两底面是矩形且对应边平行(如图)，下底面长20米，宽10米，堆高1米，上底长､宽比下底长､宽各少2米.现在要彻底运走这堆建筑材料，若用最大装载量为4吨的卡车装运，则至少需要运( )

(注：1立方米该建筑材料约重1.5吨)



A. 63车 B. 65车 C. 67车 D. 69车

【答案】B

【解析】

【分析】根据所给条件先计算上底面和中截面的长、宽，进而求出各个面的面积、体积以及重量，进一法求出所需要的车次.

【详解】解：由条件可知：上底长为18米，宽为8米；中截面长19米，宽9米；则上底面积，中截面积，下底面积，所以该建筑材料的体积为*V*=立方米，

所以建筑材料重约(吨)，

需要的卡车次为，所以至少需要运65车.

故选：B

6. 已知均为锐角，且，则( )

A.  B.  C. 2 D. 3

【答案】D

【解析】

【分析】根据两角和差的正弦公式，结合商数关系化简即可得解.

【详解】解：因为，

所以，

即，

又均为锐角，

所以，即.

故选：D.

7. 已知椭圆的上顶点为，左､右焦点分别为，连接并延长交椭圆于另一点，若，则椭圆的离心率为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据椭圆的定义求得，在中，利用余弦定理求得，在中，再次利用余弦定理即可得解.

【详解】解：由题意可得，

因为，

所以，

因为为椭圆的上顶点，

所以，则，

在中，

，

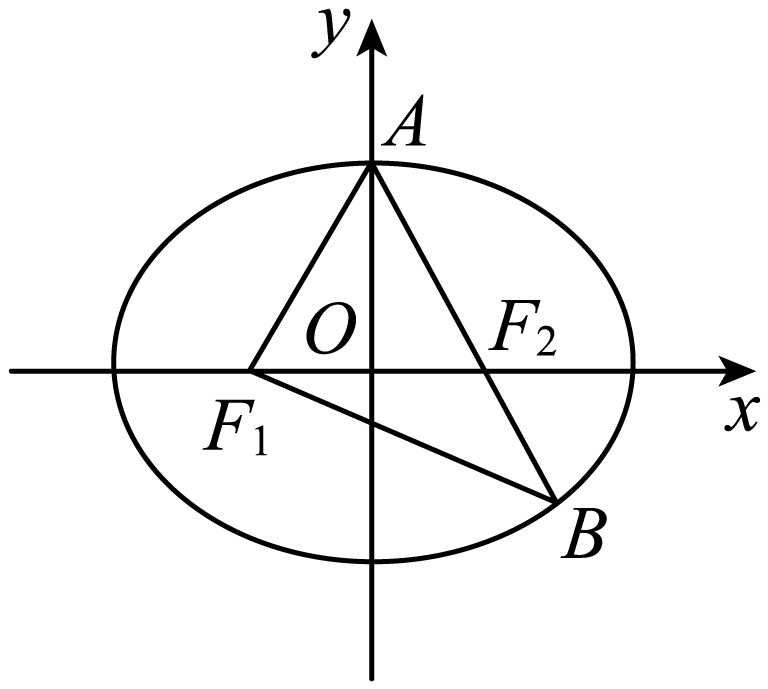
在中，

，

即，所以，

即椭圆的离心率为.

故选：C.



8. 在矩形中，为线段上的动点，过作的垂线，垂足为，则的最小值是( )

A. 1 B.  C.  D. 4

【答案】A

【解析】

【分析】分别以为轴建立平面直角坐标系，设()，设，由垂直求得，再计算得出关于的表达式，利用基本不等式可得最小值．

【详解】分别以为轴建立平面直角坐标系，，，，，

在线段上，设()，，

设，则，

因为，所以，，

，

，

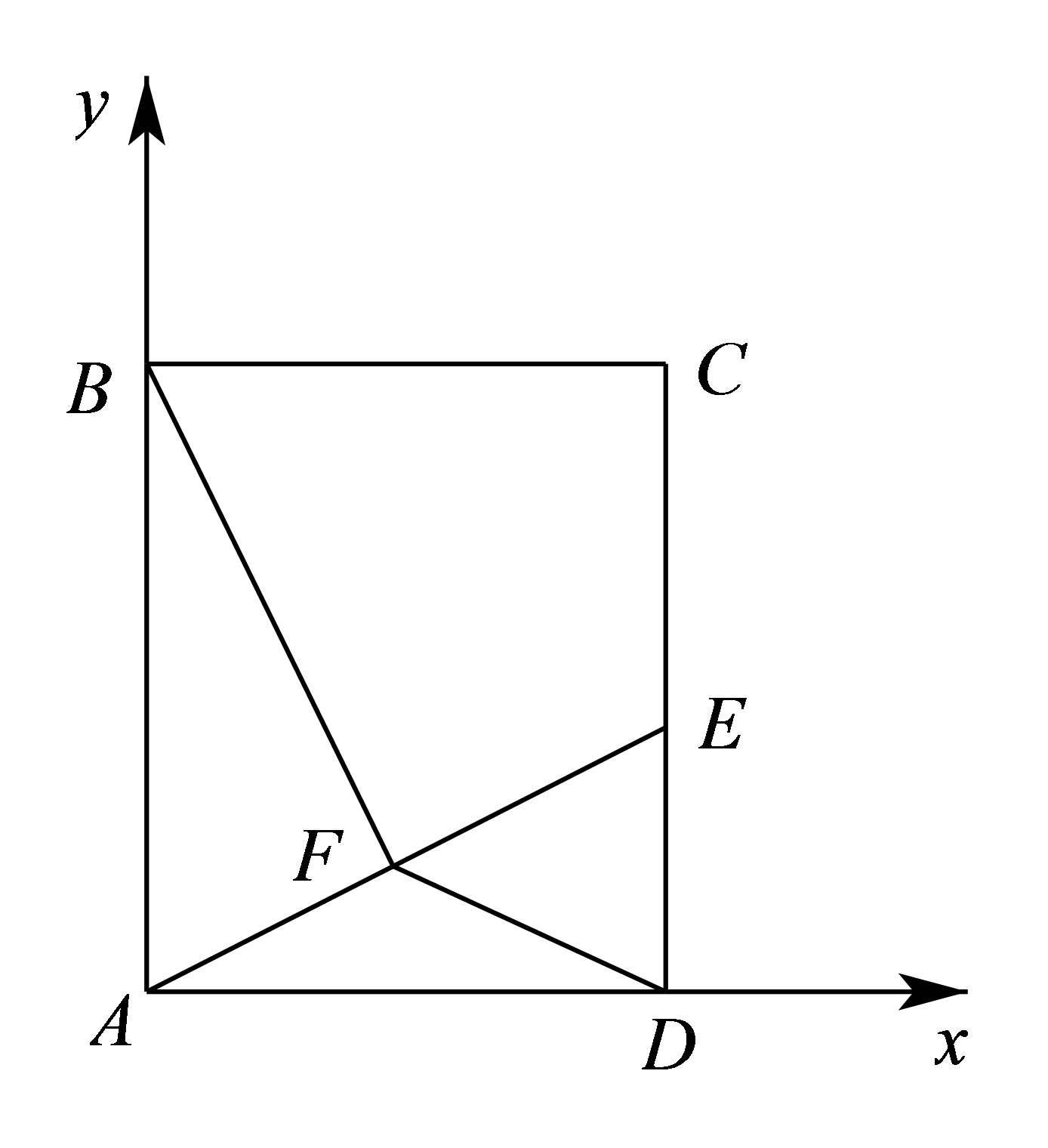
时，，

时，，当且仅当，即时取等号，

此时取得最小值．

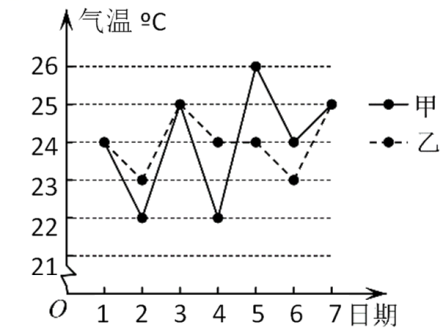
综上，的最小值是1.

故选：A．



**二､选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 甲､乙两城市某月初连续7天的日均气温数据如下图，则在这7天中，( )



A. 乙城市日均气温的极差为3℃

B. 乙城市日均气温的众数为24℃

C. 甲城市日均气温的中位数与平均数相等

D. 甲城市的日均气温比乙城市的日均气温稳定

【答案】BC

【解析】

【分析】观察统计图，根据极差、平均数、中位数以及众数的定义，逐个选项判断，可得答案.

【详解】对于A，乙城市日均气温的极差=最高气温-最低气温，故所求气温的极差为，故A错；

对于B，根据众数的定义，可得乙城市日均气温的众数为24℃，故B正确；

对于C，对甲城市的气温进行排列：，则中位数为：，平均数为：，故C正确；

对于D，从图中明显看出乙城市的日均气温比甲城市的日均气温稳定，故D错；

故选：BC

10. 在平面直角坐标系*xOy*中，已知抛物线*C*：*y*2=4*x*的焦点为*F*，直线*l*：*y*=*x*-2与抛物线*C*交于*A*，*B*两点，则( )

A. 抛物线*C*的准线方程为

B. 点*F*到直线*l*的距离为

C. ∠*AOB*

D. 

【答案】AB

【解析】

【分析】根据抛物线方程求得准线、焦点，结合点到直线的距离公式、向量垂直、弦长等知识求得正确答案.

【详解】抛物线的焦点为，准线为，A选项正确.

直线，即，

到的距离为，B选项正确.

由解得或，

不妨设，

则，

所以，C选项错误.

，D选项错误.

故选：AB

11. 已知正方体的棱长为1，点*P*为侧面内一点，则( )

A. 当时，异面直线*CP*与*AD*所成角的正切值为

B. 当时，四面体的体积为定值

C. 当点*P*到平面*ABCD*的距离等于到直线的距离时，点*P*的轨迹为抛物线的一部分

D. 当时，四面体*BCDP*的外接球的表面积为2π

【答案】BCD

【解析】

【分析】A选项，建立空间直角坐标系，利用空间向量求解线线角的余弦值，进而求出正切值；

B选项，证明线面平行，进而得到，四面体的体积为定值；

C选项，先作出辅助线，得到，*PE*⊥平面*ABCD*，故设出，利用列出方程，化简后得到轨迹方程，得到当点*P*到平面*ABCD*的距离等于到直线的距离时，点*P*的轨迹为抛物线的一部分，C正确；

D选项，作出辅助线，找到球心，利用半径相等列出方程，求出半径，从而得到外接球的表面积.

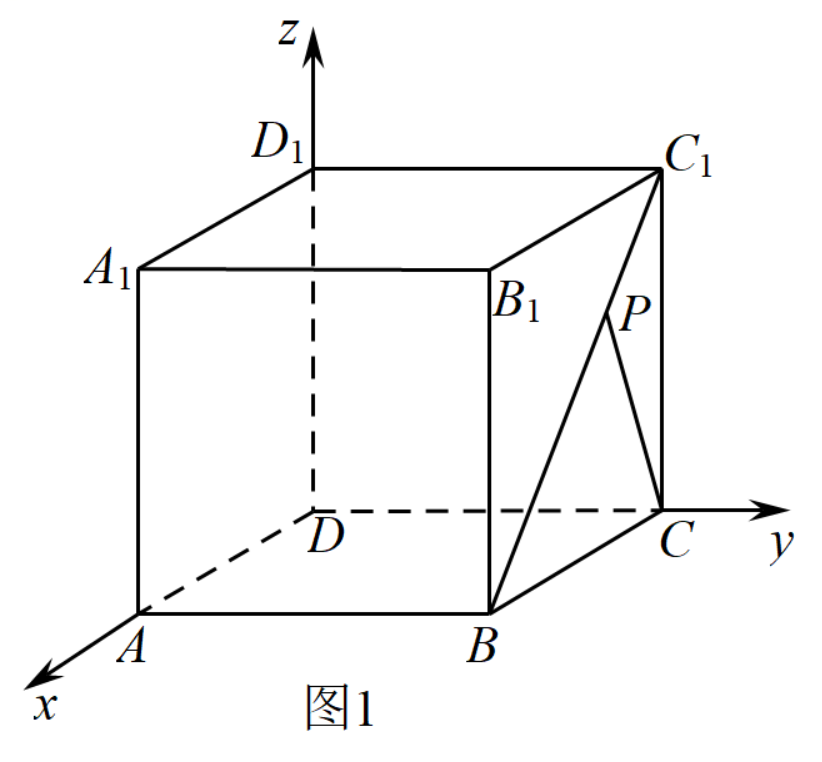
【详解】如图1，以*D*为坐标原点，分别以为*x*，*y*，*z*轴，建立空间直角坐标系，

则，，

设异面直线*CP*与*AD*所成角为，

则，

故，，A错误；



如图2，因为，且，

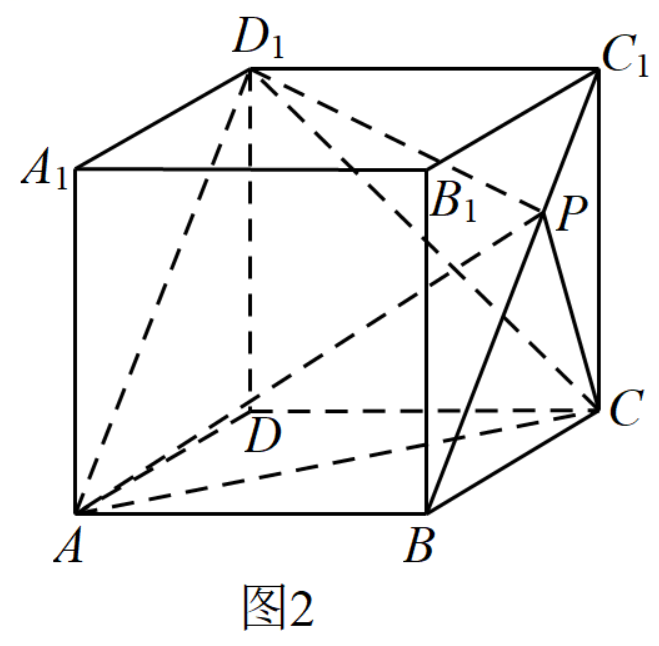
所以四边形为平行四边形，

故，

因为平面，平面，

所以平面，

故当点*P*在上运动时，点*P*到平面的距离不变，



即当时，四面体的体积为定值，B正确；

如图3，过点*P*作*PE*⊥*BC*于点*E*，连接，

因为平面，平面，

所以，

因为平面，平面，

所以*AB*⊥*EP*，

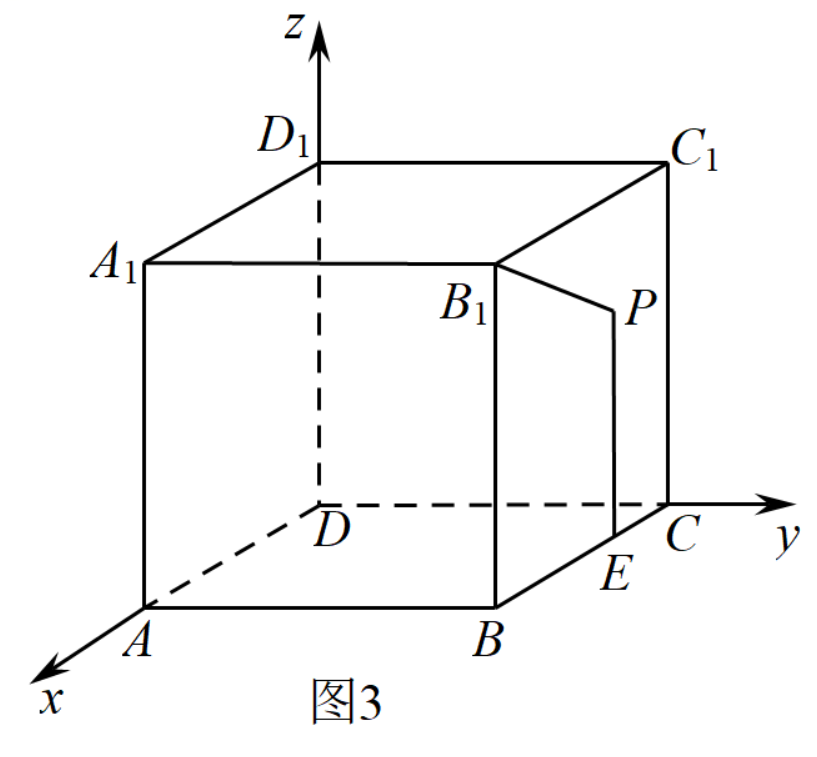
因为，平面*ABCD*，

所以*PE*⊥平面*ABCD*，

设，，其中，

当时，，

整理得：，



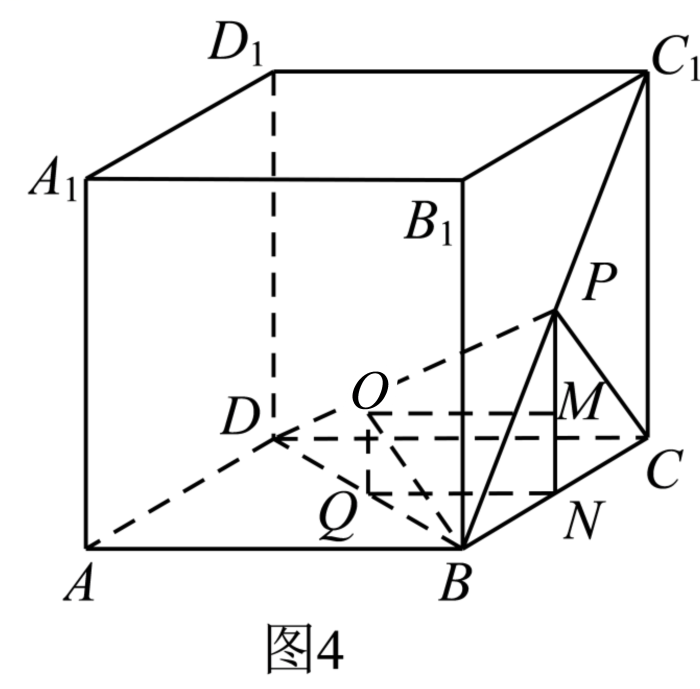
故当点*P*到平面*ABCD*的距离等于到直线的距离时，点*P*的轨迹为抛物线的一部分，C正确；

如图4，当时，*P*为的中点，取*BD*的中点*Q*，*BC*的中点*N*，连接*PN*，

则*PN*，故*PN*⊥平面*ABCD*，

因为*BC*⊥*CD*，故三角形*BCD*的外心为点*Q*，则外接球球心*O*在过点*Q*且垂直于平面*ABCD*的直线上，

故*OQ*⊥平面*ABCD*，*OQ**PN*，



连接*OP*，*QN*，*OB*，过点*O*作*OM**QN*交*PN*于点*M*，设四面体*BCDP*的外接球的半径为*R*，

则*OB*=*OP*=*R*，，*OQ*=*MN*，

其中，设*OQ*=*MN*=*h*，则，

由勾股定理得，

故，解得：，

故，，

当时，四面体*BCDP*的外接球的表面积为2π，D正确.

故选：BCD.

【点睛】立体几何求外接球的表面积或体积问题，要先找到一个特殊平面，一般为直角三角形，矩形或等边三角形，找到外心，从而找到球心的位置，设出未知数，再根据半径相等列出方程，求出半径，进而求出外接球的表面积或体积.

12. 过原点的直线*l*与圆*M*：交于*A*，*B*两点，且*l*不经过点*M*，则( )

A. 弦*AB*长的最小值为8

B. △*MAB*面积的最大值为

C. 圆*M*上一定存在4个点到*l*的距离为

D. *A*，*B*两点处圆的切线的交点位于直线上

【答案】ABD

【解析】

【分析】A选项，由圆的几何性质得到当弦*AB*与直线垂直时，弦*AB*长取得最小值，从而由垂径定理求出答案；

B选项，由三角形面积公式得到，设是中点，研究得到始终为钝角，且当点与原点重合，取得最小值，由二倍角公式和同角三角函数关系得到此时，结合在上单调性，求出面积最大值即可；

C选项，举出反例；

D选项，设出，求出四点所在圆的方程，从而求出切点弦方程，结合直线*AB*过原点，将原点代入后得到满足的方程.

【详解】对A，变形为，

圆心*M*为，半径，

因为，故原点在圆内，

故当弦*AB*与直线垂直时，弦*AB*长取得最小值，

其中，故，A正确；

对B，由三角形面积公式得：

设是中点，故，当点与原点重合，弦长*AB*最短，取得最小值，

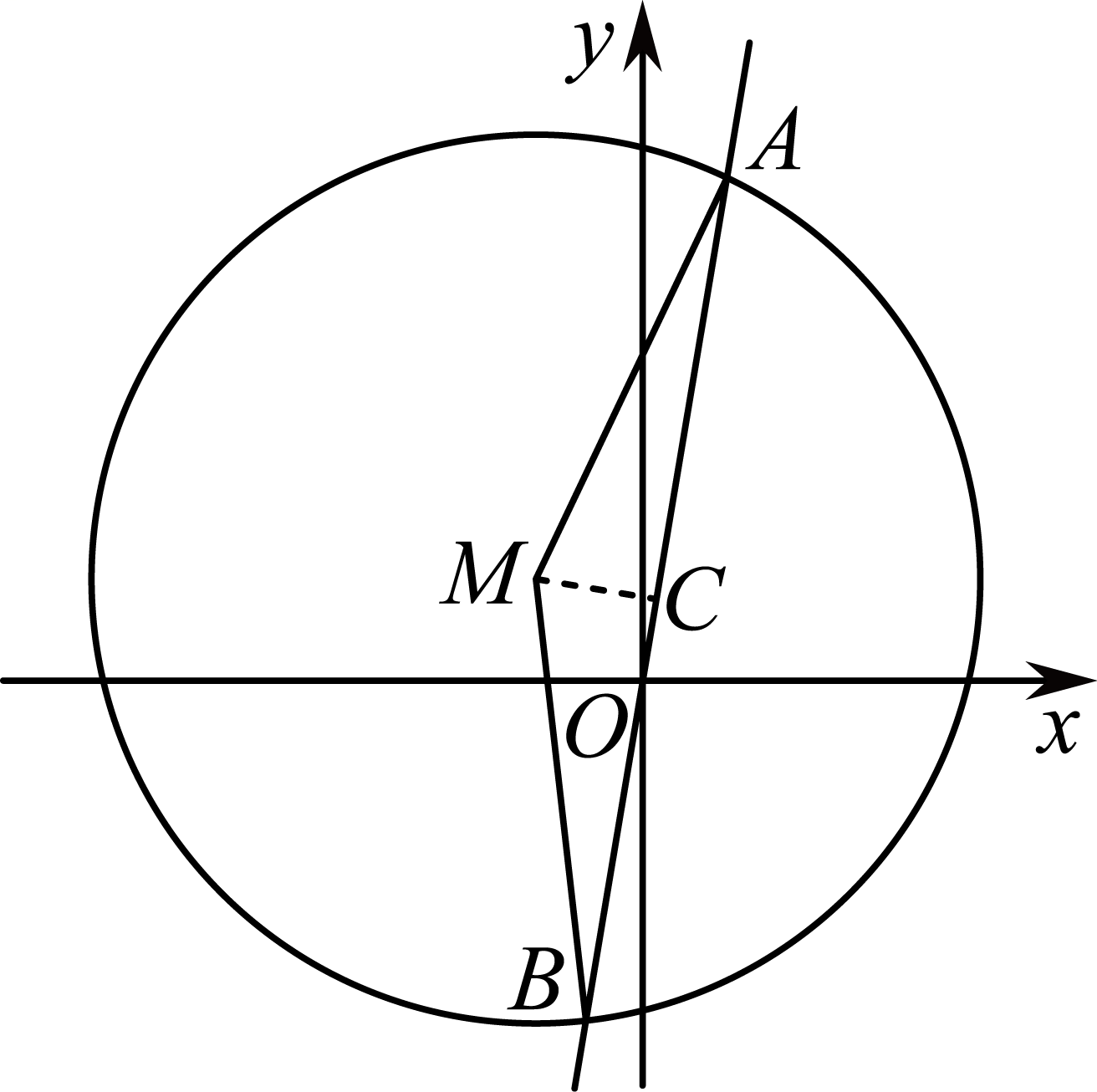
此时，，

故，此时.

由求得取得最小值时为钝角，所以始终为钝角，

因为在上单调递减，所以当时，面积取得最大值，

最大值为，B正确；



对C，当弦*AB*与直线垂直时，圆心*M*到直线*l*的距离为，

由于半径为，所以在直线*l*的左上方有2个点到直线*l*的距离为，

在直线*l*的右下方，只有1个点到直线*l*的距离为，

此时圆*M*上存在3个点到*l*的距离为，C错误；

对D，设，则四点共圆，且*MP*为直径，

其中线段*MP*的中点坐标为，即圆心坐标为，

半径为，

故四点所在圆方程为：，

化简得：①，

②，

①－②得：，

则直线*AB*的方程为，

又因为直线*AB*过原点，将原点代入得：，

故*A*，*B*两点处圆的切线的交点位于直线上，D正确.

故选：ABD

【点睛】已知圆的方程为，为圆上一点，则过点的切线方程为：；

若为圆外一点，则表示切点弦所在方程.

**三､填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 已知*a*>0，若圆(*x*－*a*)2+*y*2=2与圆*x*2+(*y*－*a*)2=8外切，则*a*=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】3

【解析】

【分析】由圆心距等于半径和求解．

【详解】圆(*x*－*a*)2+*y*2=2的圆心坐标为，半径为，圆*x*2+(*y*－*a*)2=8的圆心坐标为，半径为，

两圆外切，则，解得(因为)，

故答案为：3.

14. 某班15名学生在一次测试中的得分(单位：分)如下：

9，10，10，11，11，11，12，12，12，12，13，14，16，17，18.

则这组数据的70百分位数是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】13

【解析】

【分析】利用百分位数的求法即可.

【详解】，所以70百分位数是第11个数据为13.

故答案为：13

15. 设函数(*a*>1)的零点为*x*0，若*x*0≥3，则*a*的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据的单调性和的范围，可得到的不等式，求解即可得到的最小值.

【详解】解：因为，所以在上单调递增，且，所以，即，解得，即.

故答案为：.

16. 已知抛物线的焦点为，点的坐标为，动点在抛物线上，且，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】设直线方程为，与抛物线方程联立方程组求得点坐标(只要求得横坐标即可)，然后计算，同理得，利用二次函数性质求得的最小值．

【详解】易知在抛物线上，的斜率都存在且不为0，

设的斜率为，直线方程为，

由得，是方程的一解，另一解为(不重合，因此)，

抛物线的焦点为，

，(∵)，

同理，

，

∴时，取得最小值11，此时满足题意．

故答案为：11.

【点睛】方法点睛：直线与抛物线相交弦长问题，弦所在直线为，可设，，直线方程与抛物线方程联立方程组后消元，应用韦达定理得,然后由弦长公式计算，本题中由于弦一个端点已知，即方程的一个解已知，因此可由韦达定理求得另一解，从而由两点间距离公式直接计算．

**四､解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤.**

17. 在①，②，③这三个条件中任选一个，补充在下面的问题中，并解答该问题.

问题：△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，已知，且\_\_\_\_\_\_\_\_\_，求△*ABC*的面积.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

【答案】答案见解析

【解析】

分析】选①：根据正、余弦定理整理得，进而可求角*A*和，再运用正弦定理求，即可根据面积公式求面积；选②：根据余弦定理整理得，分类讨论可求角*A*和，再运用正弦定理求，即可根据面积公式求面积；选③：根据正弦定理整理得，进而可求角*A*和，再运用正弦定理求，即可根据面积公式求面积.

【详解】因为，为三角形内角，则，

选①：，展开得，

由正弦定理得，由余弦定理得，

因为为三角形内角，故，

所以，

由正弦定理得，即，解得，

所以的面积.

选②：，由余弦定理得，故，

因为为三角形内角，故或，

当时，，

由正弦定理得，即，解得，

所以的面积.

当时，，

由正弦定理得，即，解得，

所以的面积，

综上的面积为或.

选③：，

由正弦定理得，

因为为三角形内角，所以，

从而，

显然，所以，

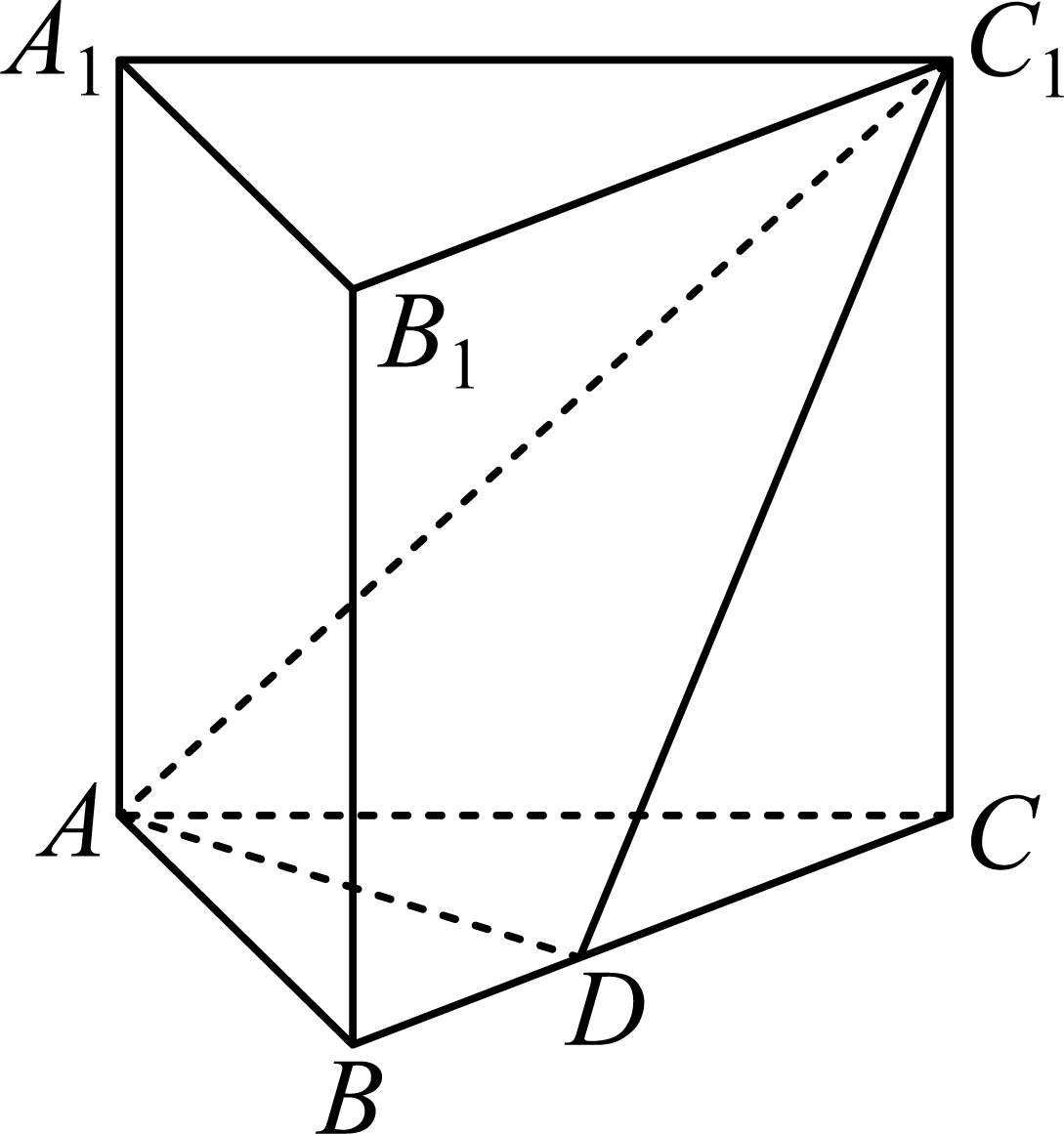
因为为三角形内角，所以.

所以，

由正弦定理得，即，解得，

所以的面积.

18. 如图，在正三棱柱中，*D*是棱*BC*上的点(不与点*C*重合)，.



(1)证明：平面平面；

(2)若，求与平面所成角的正弦值.

【答案】(1)证明见解析

(2).

【解析】

【分析】(1)首先由垂直底面得到，又因为，则由线面垂直的判定定理得到平面，而面，最终证明面面；

(2)在平面中，作于点*E*，由平面得，又因为，可得平面，故为与平面所成的角，再利用等边三角形三线合一、勾股定理得到的值，最终计算出其正弦值.

【小问1详解】

证明：在正三棱柱中，平面，

因为平面，所以.

又，，，平面，

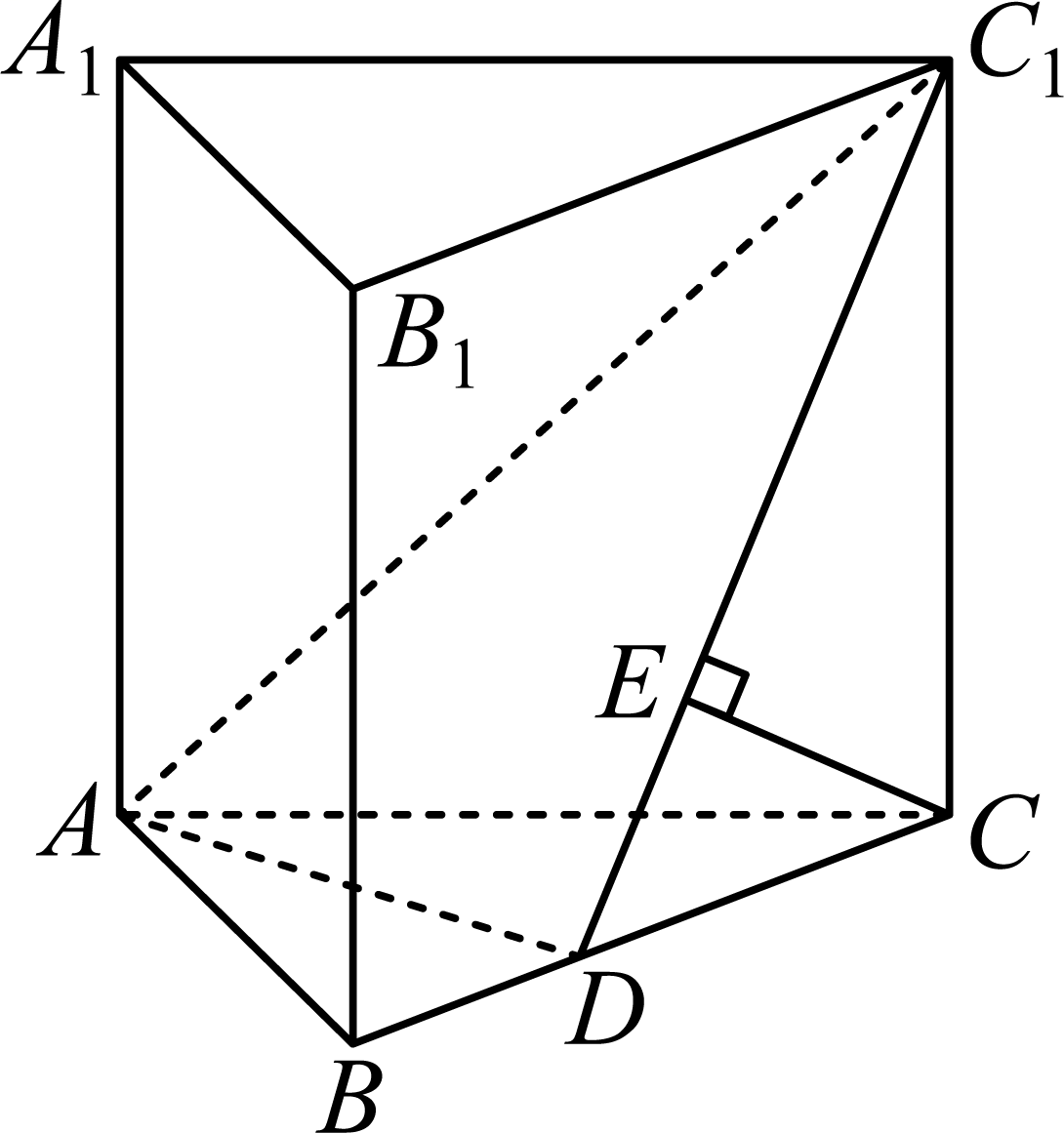
所以平面.

又因为面，

所以面面.

【小问2详解】

在平面中，作于点*E*.



由(1)可知平面，

因为平面，所以，

又，，平面，

所以平面.

因此为与平面所成角.

因为在正三棱柱中，为正三角形，

由平面，平面，得，

所以*D*为*BC*的中点，.

在Rt中，，即，

所以与平面所成角的正弦值为.

19. 已知圆*M*过原点*O*，圆心*M*在直线上，直线与圆*M*相切.

(1)求圆*M*的方程；

(2)过点的直线*l*交圆*M*于*A*，*B*两点.若*A*为线段*PB*的中点，求直线*l*的方程.

【答案】(1)

(2)或.

【解析】

【分析】(1)根据几何法得到圆心也在直线上，联立直线求出圆心坐标，再计算出其半径长，得出圆标准方程；

(2)设点，利用中点公式表示出，将两点代入圆的方程，则求出点坐标，再计算出直线方程即可.

【小问1详解】

因为圆*M*过原点*O*，且与直线相切，

所以圆心*M*在直线上，

又圆心*M*也在直线上，

联立与，解得，故圆心，

所以半径，

因此圆*M*的方程为.

【小问2详解】

设，因为*A*为线段*PB*的中点，所以.

因为*A*，*B*在圆*M*上，所以解得或

当时，直线*l*的方程为；

当时，，故直线的方程为，即.

综上，直线的方程为或.

20. 某篮球场有*A*，*B*两个定点投篮位置，每轮投篮按先*A*后*B*的顺序各投1次，在*A*点投中一球得2分，在*B*点投中一球得3分.设球员甲在*A*点投中的概率为*p*，在*B*点投中的概率为*q*，其中，，且甲在*A*，*B*两点投篮的结果互不影响.已知甲在一轮投篮后得0分的概率为，得2分的概率为.

(1)求*p*，*q*的值；

(2)求甲在两轮投篮后，总得分不低于8分的概率.

【答案】(1)

(2).

【解析】

【分析】(1)根据甲在一轮投篮后得0分的概率为，得2分的概率为，列出方程，即可求出.

(2)甲在两轮投篮后，总得分不低于8分的情况共3种，第一轮3分，第二轮5分；第一轮5分，第二轮3分；第一轮5分，第二轮5分；求出三种情况概率之和即可得到结果.

【小问1详解】

由题意得，解得.

【小问2详解】

每轮投篮结束后，甲得分可能为0，2，3，5.

记甲第一轮投篮得分为*i*分的事件为，第二轮投篮得分为*i*分的事件为

，则，相互独立，

记两轮投篮后甲总得分不低于8分为事件*E*，

则，且，，彼此互斥.

易得，，

所以.

所以两轮投篮后，甲总得分不低于8分的概率为.

21. 已知圆*A*：，*T*是圆*A*上一动点，*BT*的中垂线与*AT*交于点*Q*，记点*Q*的轨迹为曲线*C.*

(1)求曲线*C*的方程；

(2)过点(0，2)的直线*l*交曲线*C*于*M*，*N*两点，记点*P*(0，).问：是否存在直线*l*，满足*PM*=*PN*？如果存在，求出直线*l*的方程；如果不存在，请说明理由.

【答案】(1)

(2)存在，*y*=±*x*+2.

【解析】

【分析】(1)由椭圆定义确定轨迹是椭圆，然后求出得椭圆方程；

(2)假设存在满足题意的直线，设出直线方程，代入椭圆方程后，由直线与椭圆相交得参数范围，设，应用韦达定理得，求出线段的垂直平分线的方程，由点在这个垂直平分线求得参数值．

小问1详解】

由条件得，

所以的轨迹是椭圆，

且，所以，

所以的方程为.

【小问2详解】

假设存在满足题意的直线，显然的斜率存在且不为0，

设，

由得，

则，得，

设，

则，



所以的中点坐标为，

因此，的中垂线方程为，

要使，则点应在的中垂线上，

所以，解得，

故，

因此，存在满足题意的直线*l*，其方程为*y*=±*x*+2.

【点睛】本题考查求椭圆方程，考查椭圆中存在性问题，解决存在问题的方法是先假设存在，在直线与椭圆相交时，设出直线方程，设交点坐标为，直线方程与椭圆方程联立消元后应用韦达定理，把这个结论代入题中其他条件求解．

22. 已知双曲线的离心率为，左､右顶点分别为*M*，*N*，点满足

(1)求双曲线*C*的方程；

(2)过点*P*的直线*l*与双曲线*C*交于*A*，*B*两点，直线*OP*与直线*AN*交于点*D*.设直线*MB*，*MD*的斜率分别为，求证：为定值.

【答案】(1)；

(2)证明见解析.

【解析】

【分析】(1)利用向量数量积列出方程，求出，结合离心率求出，从而得到，求出双曲线方程；

(2)考虑直线斜率不存在，不合题意，当斜率存在时，设出直线方程，与双曲线方程联立，得到两根之和，两根之积，求出直线*OP*方程，表达出直线，联立求出点坐标，计算，将两根之和，两根之积代入，化简得到为定值.

【小问1详解】

由题意知，又，

所以，

由，可得，

又，所以，故，

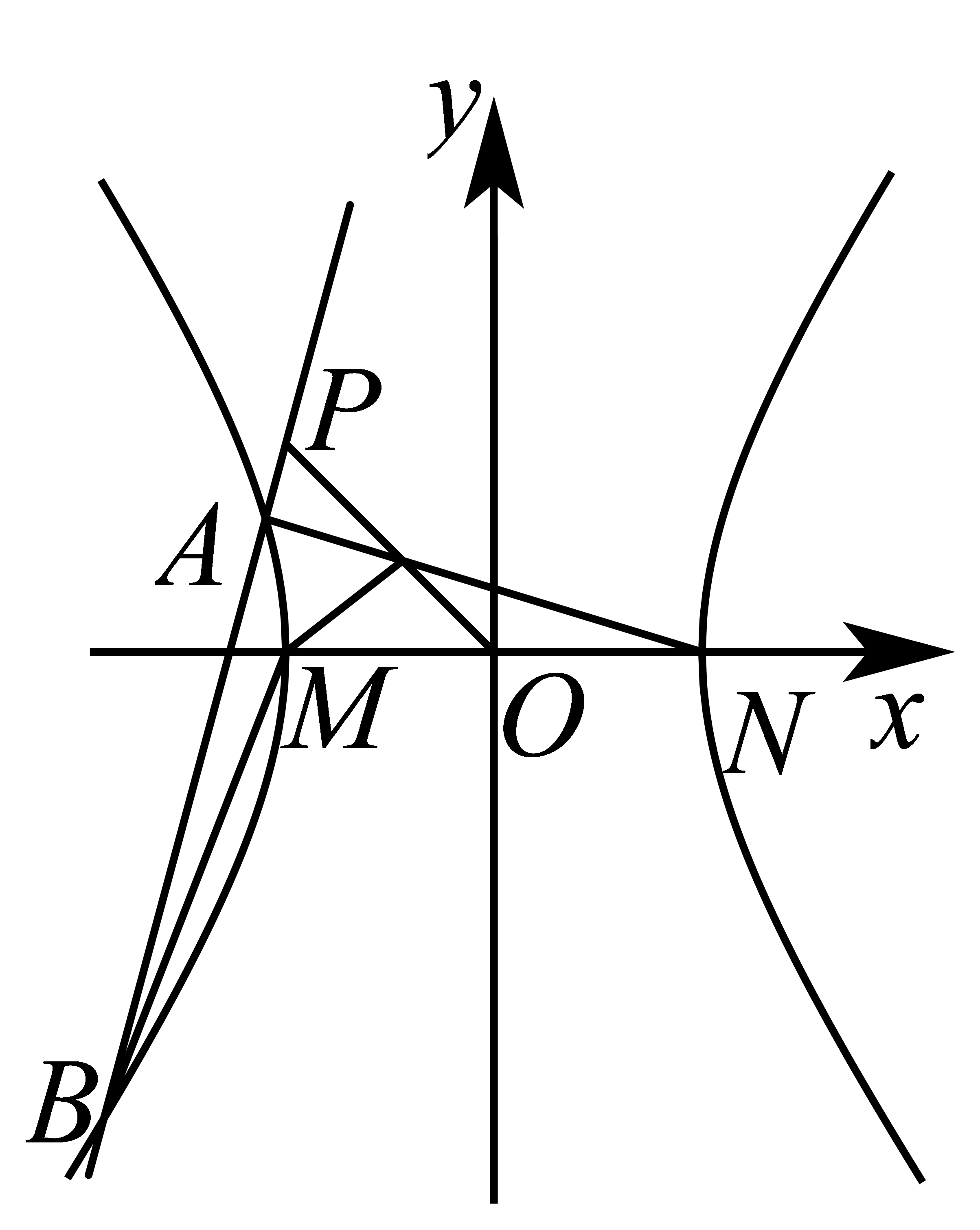
所以双曲线的方程为；

【小问2详解】

因为，

若直线*l*的斜率不存在，则*l*与双曲线*C*仅有一个公共点，

不合题意，故*l*的斜率存在，



设*l*：，

联立得：，

设，

则.

因为，故，①

又，

所以，②

联立①②，解得，

于是







所以为定值.

【点睛】直线与圆锥曲线结合，通常设出直线方程，与圆锥曲线联立，得到两根之和，两根之积，再根据题干条件列出方程，或表达出直线斜率，三角形或四边形面积等，将两根之和，两根之积代入化简，进行解答.