**2022-2023学年第一学期12月六校联合调研考试**

**高二数学试卷**

**一､单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 若复数满足，则的虚部为( )

A. 1 B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据已知条件,结合复数的四则运算,以及虚部的定义,即可求解.

【详解】

故的虚部为-2.

故选：

2. 某校选修乒乓球课程的学生中，高一年级有30名，高二年级有40名。现用分层抽样的方法在这70名学生中抽取一个样本，已知在高一年级的学生中抽取了6名，则在高二年级的学生中应抽取的人数为( )

A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

【答案】C

【解析】

【分析】根据分层抽样的定义建立比例关系进行求解即可.

【详解】设在高二年级的学生中应抽取的人数为，依题意可得，解得.

故选：C.

3. 若，则的值等于( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】利用同角三角函数的基本关系及正弦二倍角公式,即可求得式子的值.

【详解】因为，所以



故选:.

4. 若数列为等比数列，且是方程的两根，则的值等于( )

A.  B. 1 C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】由已知结合方程的根与系数关系及等比数列的性质即可求解.

【详解】由题意得,,

故

所以

故选: 

5. 圆与圆的公切线的条数为( )

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】B

【解析】

【分析】首先判断两个圆的位置关系，从而判断出公切线的条数.

【详解】圆的圆心为，半径；

圆的圆心为，半径，

圆心距，，

所以两圆相交，公切线有条.

故选：B

6. 已知为双曲线的左焦点，直线过点与双曲线交于两点，且最小值为，则双曲线离心率取值范围为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】分别讨论经过焦点的直线与双曲线的交点在同一支上和

直线与双曲线的交点在两支上这两种情况,列出不等式,计算即可得到范围．

【详解】①当经过焦点的直线与双曲线的交点在同一支上,可得双曲线的通径最小,

设双曲线的左焦点为，过的直线与双曲线左支相交于，

当直线斜率不存在时，直线的方程为可得,即有

，

当直线斜率存在时，设直线的方程为

联立，消去，得，

，

由，解得或，

所以

，

所以当直线与轴垂直时，的长最小，即最小值为

②当直线与双曲线的交点在两支上,可得当直线的斜率为0时, 最小为

由①②及题意可得,即为,即有,则离心率.

故选: .

7. 过抛物线的焦点作直线交抛物线于两点，且点在第一象限，则当时，直线的斜率为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】首先设直线,把直线与抛物线联立,结合,找到 与关系式,计算即可得到斜率.

【详解】由题意知,设直线:,

联立方程,

可得,即得 ①

又因为,可得,②

结合①②,

可得,

因为,,又因所以

即可得

故选:.

8. 在矩形中，，动点在矩形所在平面内，且满足.若，则的取值不可能为( )

A.  B. 1 C. 2 D. 3

【答案】D

【解析】

【分析】根据已知条件建系计算,结合向量运算和辅助角公式,计算范围即可

【详解】根据矩形,,以为坐标原点,以,分别为轴,

则,

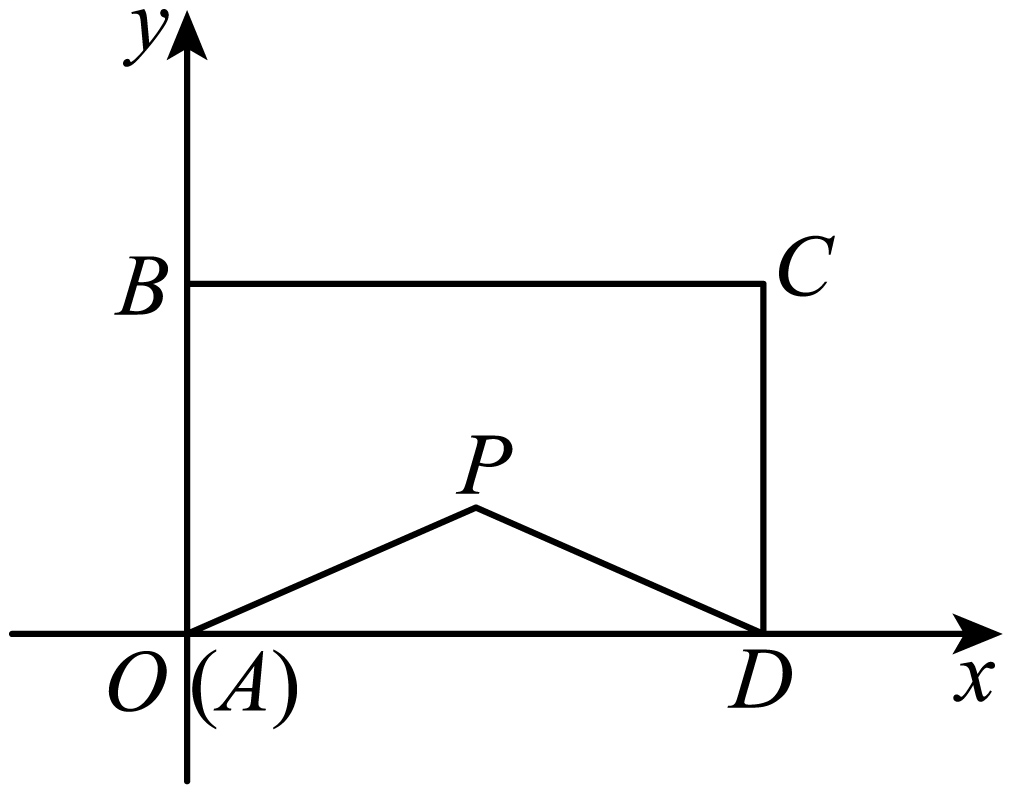
又因，

则,

即设

且，

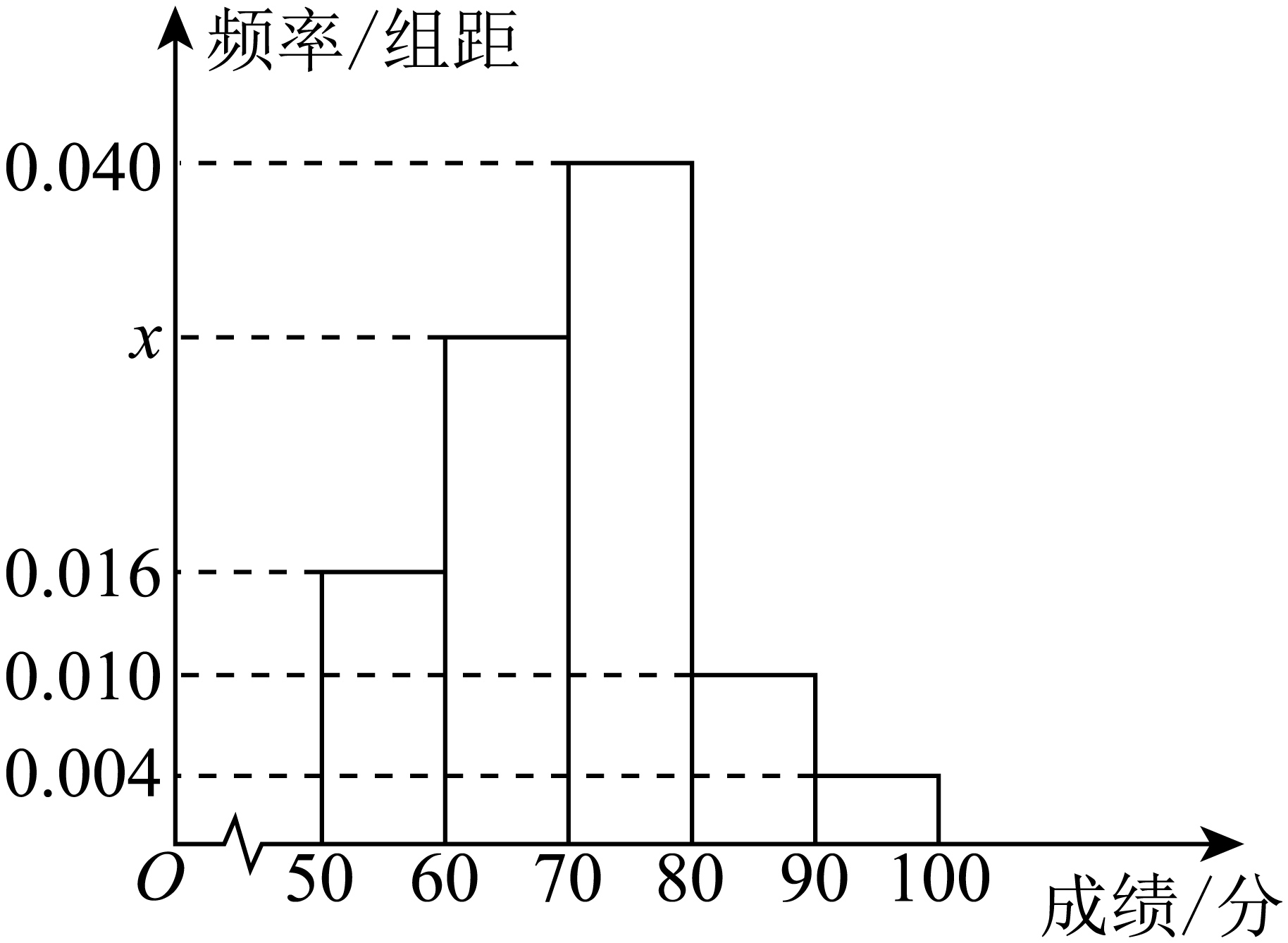
所以可取-1,1,2；又，所以的取值不可能为3.



故选:.

**二､多项选择题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.在每个小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，选对但不全的得2分，有选错的得0分.**

9. 在某市高二举行的一次期中考试中，某学科共有2000人参加考试.为了了解本次考试学生成绩情况，从中抽取了部分学生的成绩(成绩均为正整数，满分为100分)作为样本进行统计，样本容量为.按照的分组作出频率分布直方图，如图所示.其中，成绩落在区间内的人数为16.则下列结论正确的有( )



A. 样本容量

B. 图中

C. 估计该市全体学生成绩的平均分为分

D. 该市要对成绩由高到低前学生授予“优秀学生”称号，则成绩为78分的学生肯定能得到此称号

【答案】BC

【解析】

【分析】根据频率，频数和样本容量之间的关系即可判断A；根据频率之和等于，即可判断B；

根据频率分布直方图平均数的求解方法即可判断C；

根据题意得，即可判断D.

【详解】对于A：因为成绩落在区间内的人数为，所以样本容量，故A不正确；

对于B：因为，解得，故B正确；

对于C：学生成绩平均分为：，故C正确；

对于D：因为，

即按照成绩由高到低前的学生中不含分的学生，所以成绩为分的学生不能得到此称号，故D不正确.

故选： .

10. 已知正方体，动点在线段上，则下述正确的有( )

A. 与平面所成角为

B 

C. 二面角的余弦值为

D. 平面

【答案】BCD

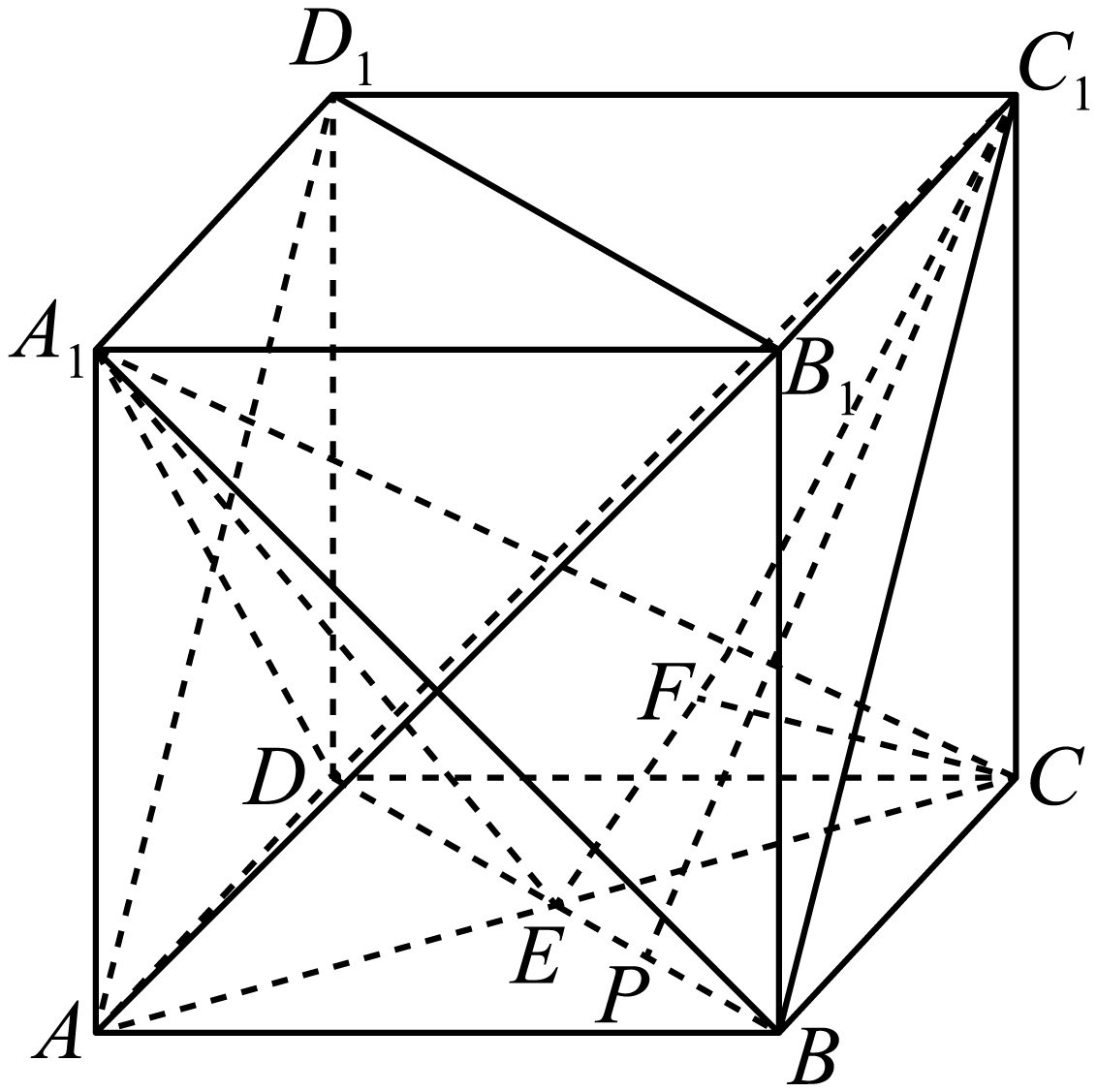
【解析】

【分析】A选项：根据三棱锥为正三棱锥，得到平面，即可得到为与平面所成角，然后求角即可；

B选项：根据正方体的性质得到，，即可推出平面，，同理得到，根据线面垂直的判定定理得到平面，最后根据线面垂直的性质即可得到；

C选项：根据，得到为二面角的平面角，然后求二面角的余弦值即可；

D选项：根据平面∥平面和面面平行的性质即可得到∥平面.

【详解】

A选项：设正方体边长为2，取中点，连接，为靠近的三等分点，根据题意可得，，所以三棱锥为正三棱锥，*F*为正三角形*BC*1*D*中心，所以 平面，为与平面所成角，，所以，所以与平面所成角不是，故A错；

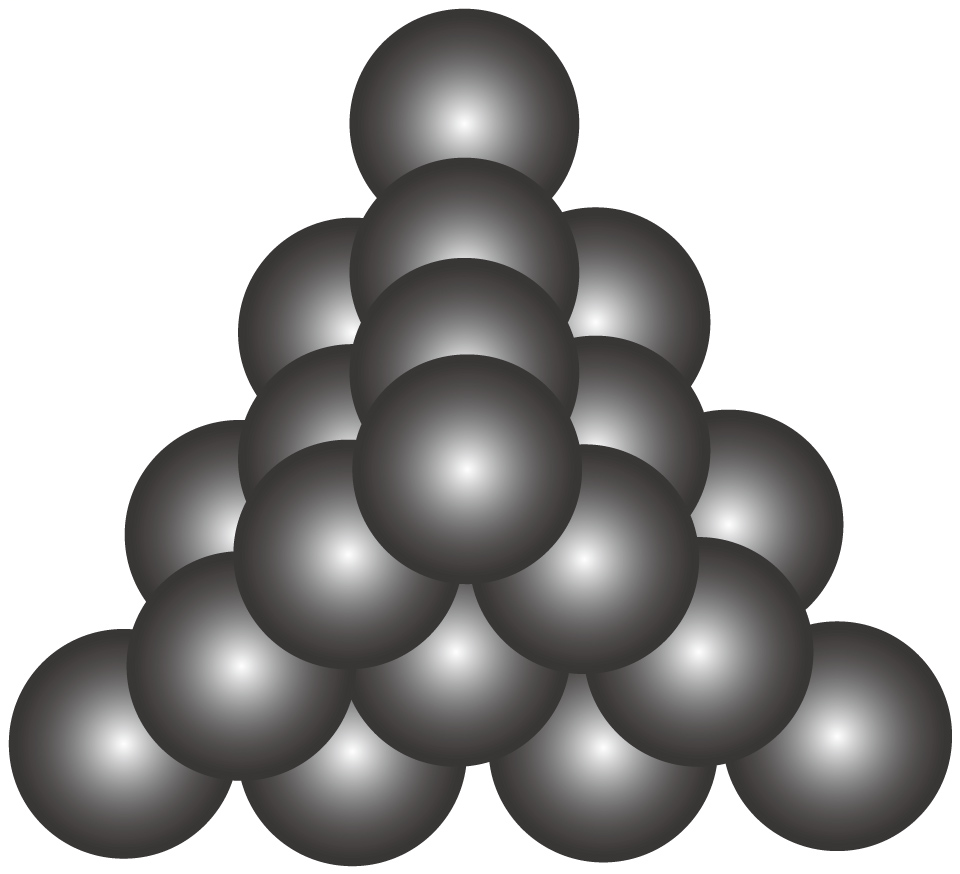
B选项：连接，因为为正方体，所以，平面，因为平面，所以，因为，，平面，所以平面，因为平面，所以，同理可得，因为，，平面，所以平面，因为平面，所以，故B正确；

C选项：连接，因为，为等边三角形，为中点，所以，，平面平面，所以为二面角的平面角，又，，所以，故C正确；

D选项：因为为正方体，所以，，又，平面，，平面，所以∥平面，∥平面，因为，，平面，所以平面∥平面，因为平面，所以∥平面，故D正确.

故选：BCD.

11. 如图，此形状出现在南宋数学家杨辉所著《详解九章算法.商功》中，后人称为“三角垛”.“三角垛”最上层有1个球，第二层有3个球，第三层有6个球，第四层有10个球，.设第层有个球，从上往下层球的总数为，则( )



A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据由累加法可得，进而结合选项可判断A.B.C,

根据裂项相消法则可判断D.

【详解】由题意得，，，，…，，

以上个式子累加可得，

又满足上式，所以，

由已知，，，，，

得,故正确;

因为,则,故错误;

由通项公式得,故正确；

由，

得，

故D正确.

故选：.

12. 已知椭圆的左右焦点分别为，直线与椭圆交于两点，分别为椭圆的左右顶点，则下列命题正确的有( )

A. 若直线的斜率为，直线的斜率，则

B. 若有且仅有两个不同的实数使得为等腰直角三角形，则

C. 取值范围为

D. 周长的最大值为8

【答案】BCD

【解析】

【分析】设出的坐标，根据斜率、等腰直角三角形、向量数量积、三角形的周长、椭圆的定义 知识对选项进行分析，从而确定正确答案.

【详解】设，不妨设在轴的上方，，

A选项，,，A选项错误.

B选项，若等腰三角形中，，根据椭圆的对称性可知，

只能是上下顶点，由，但只有一个值，不符合题意.

若，，则，，

依题意，两边平方并化简得，

解得(负根舍去).

当时，同理可求得，此时.

综上所述，若有且仅有两个不同的实数使得为等腰直角三角形，

则，B选项正确.

C选项，



，

由于，所以，

，所以取值范围为，C选项正确.

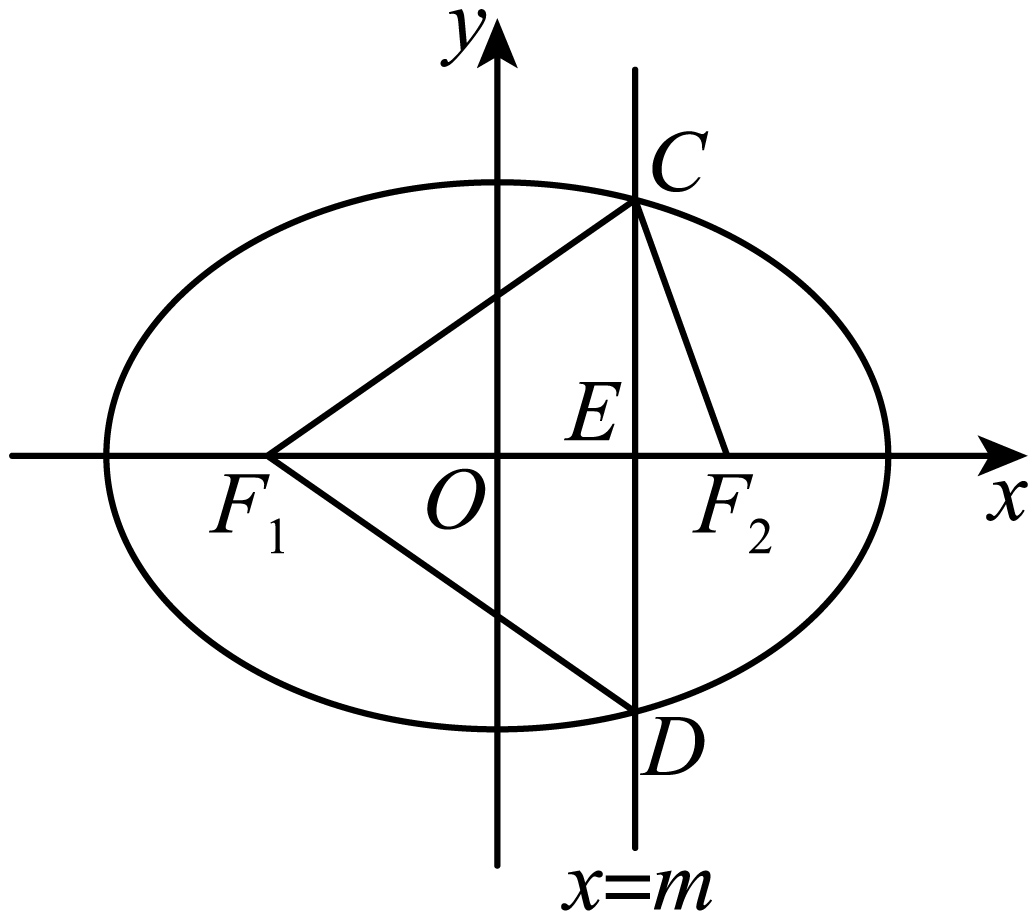
D选项，设直线与轴相交于点，

则的周长为,

其中，当且仅当重合时等号成立，

所以的周长的最大值为，D选项正确.

故选：BCD



【点睛】本小题是考查椭圆有关知识的多选题，每个选项都可以作为一个独立的小问.四个选项都涉及到的坐标，这是贯穿整个题目的.在研究斜率、向量数量积时，可利用坐标运算来进行求解，在求周长的最值时，可利用定义法去转化.

**三､填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.把答案填在答题卡的相应位置.**

13. 已知数列满足前项和，则通项公式为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】利用当时,;当时, ,即可得出.

【详解】根据已知条件

当时,;

当时, 

综上,可得

故答案为: 

14. 若双曲线的左右焦点分别为为双曲线上一点，若，则的取值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】5

【解析】

【分析】根据双曲线的定义分点在左支上和右支上两种情况求即可.

【详解】根据双曲线的定义可得，

，所以点可以在左支上，此时，解得；

，所以点不可能在右支上，

综上可得.

故答案为：5.

15. 在三棱锥中，，则三棱锥的外接球表面积为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据外接球半径与底面外接圆半径，高度的关系计算即可.

【详解】因为,由余弦定理得,

由题由正弦定理得，外接圆直径为，得，

因为由勾股定理得

又因为由勾股定理得,平面,

平面,,所以平面

设球心到平面的距离为，

所以，

所以三棱锥的外接球半径为，

则三棱锥的外接球表面积为

故答案为: 

16. 在平面直角坐标系中，过点的直线与圆交于两点，则四边形面积最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】##

【解析】

【分析】设直线的方程为，与圆的方程联立，设，由韦达定理表示，令，转化为求利用配方法求的最值可得答案.

【详解】圆，，

由题意直线的斜率不为，

设直线的方程为，与圆的方程联立

得，

，设，

所以，

所以，

所以，

令，则，则，

当时有最大值，

所以有最大值，此时，即.

故答案为：.

**四､解答题：本大题共6小题，共70分，解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤**

17. 的内角的对边分别为，已知.

(1)求；

(2)若的面积为，求.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据已知条件及正弦定理边化角，利用两角和的正弦公式的逆用及三角形的内角和定理，结合三角函数的诱导公式及三角函数的特殊值对应的特殊角即可求解.

(2)根据(1)的结论及三角形的面积公式及余弦定理即可求解.

【小问1详解】

由及正弦定理，得，即

因为在中，，所以

又因为，

所以，又，

所以.

【小问2详解】

由(1)知，，

因为的面积为，

所以，即，

由余弦定理，又，

所以.

18. 江苏省高考目前实行“3+1+2”模式，其中“3”指的是语文､数学，外语这3门必选科目，“1”指的是考生需要在物理､历史这2门首选科目中选择1门，“2”指的是考生需要在思想政治､地理､化学､生物这4门再选科目中选择2门.已知南京医科大学临床医学类招生选科要求是首选科目为物理，再选科目为化学､生物至少1门.

(1)从所有选科组合中任意选取1个，求该选科组合符合南京医科大学临床医学类招生选科要求概率；

(2)假设甲､乙､丙三人每人选择任意1个选科组合是等可能的，求这三人中至少有两人的选科组合符合南京医科大学临床医学类招生选科要求的概率.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)利用古典概型求概率的方法求概率即可；

(2)根据互斥事件概率加法公式求概率即可.

【小问1详解】

用分别表示“选择物理”“选择历史”，用分别表示选择“选择化学”“选择生物”“选择思想政治”“选择地理”，

则所有选科组合的样本空间

，，

设“从所有选科组合中任意选取1个，该选科组合符合南京医科大学临床医学类招生选科要求”则，，

.

【小问2详解】

设甲､乙､丙三人每人的选科组合符合南京医科大学临床医学类招生选科要求的事件分别是，由题意知事件相互独立.

由(1)知.

记“甲､乙､丙三人中至少有两人的选科组合符合南京医科大学临床医学类招生选科要求”，

则

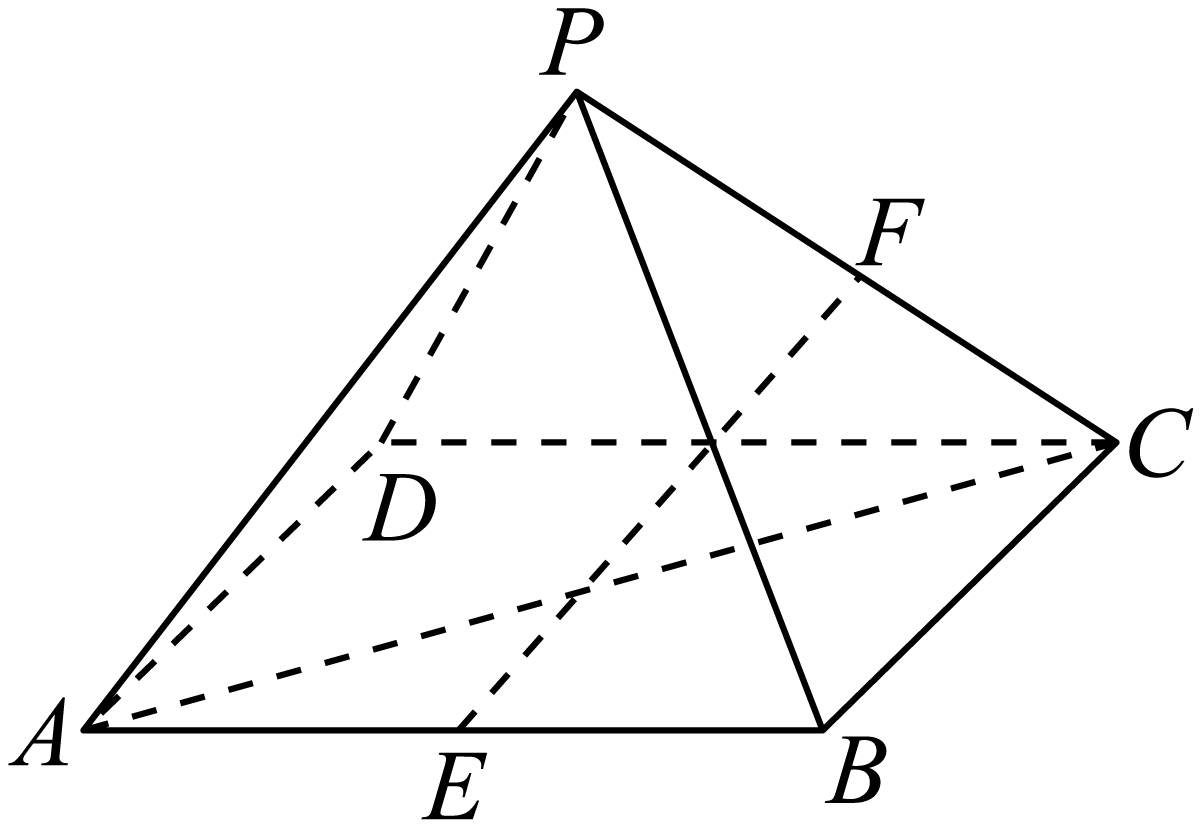
易知以上子事件两两互斥，根据互斥事件概率加法公式得





.

19. 如图，是矩形所在平面外一点，且平面平面分别是线段的中点.



(1)求证：平面；

(2)求点到平面的距离.

【答案】(1)证明见解析

(2)

【解析】

【分析】(1)根据已知条件构造平行四边形证明线线平行,再根据线面平行判定定理可证.

(2)根据面面垂直性质定理得出是三棱锥的高,利用已知条件求相关量,应用等体积法,计算即可求出

【小问1详解】

取中点，连接，

在中，因为分别是的中点，

所以；

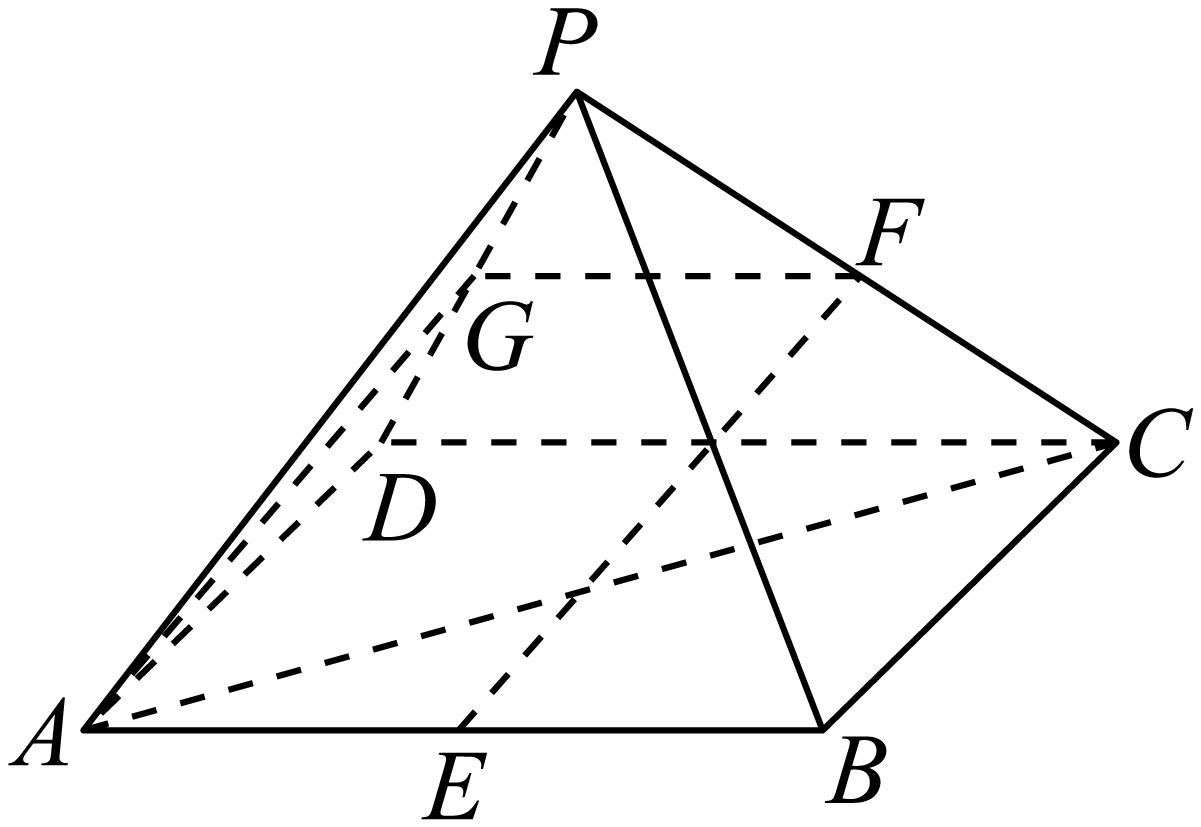
因为是矩形边中点，

所以；所以；

即四边形是平行四边形，所以，

又因为平面平面，

故平面

【小问2详解】

如图，设，连接，

因为为中点，

所以，

又平面平面，平面平面平面，

故平面，即是三棱锥的高；

由矩形边，得所以



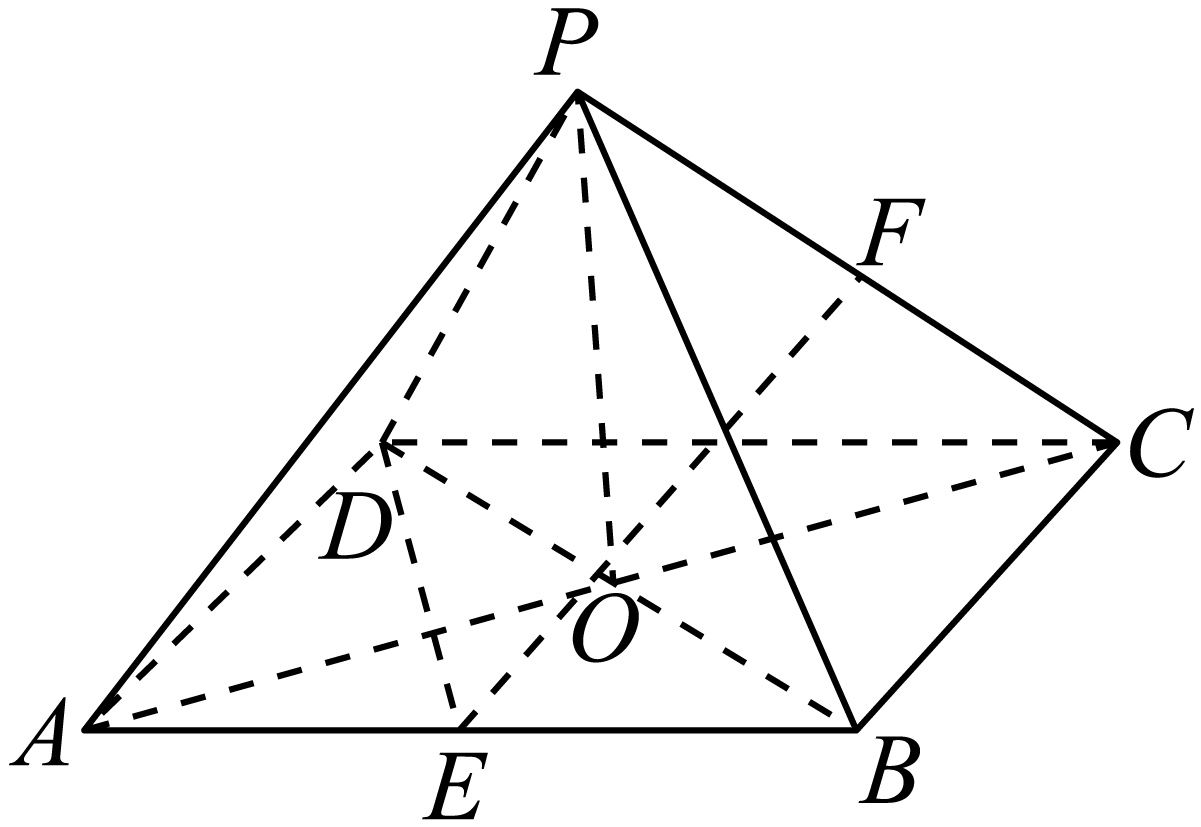
因为，所以，

设点到平面的距离为，由(1)知点到平面的距离也为

因为，

即，解得，

所以点到平面的距离为.



20. 已知数列和满足，且，设.

(1)求数列的通项公式；

(2)若，且，设的前项和为，判断并证明的单调性.

【答案】(1)

(2)单调递增，证明见解析

【解析】

【分析】(1)首先构造等差数列,再应用等差数列通项公式即可求.

(2)由(1)结合得到的通项公式,应用错位相减法求得,再作差比较证明单调性即可.

【小问1详解】

由，等式两边同除以得

，即即

又，所以是以1为首项，2为公差的等差数列，

故.

【小问2详解】

单调递增，理由如下：

由得，又

故是以1为首项，为公比的等比数列，故，

又由(1)知

则



作差得



故

因为当时

所以单调递增.

21. 已知动圆过定点，且轴被圆所截得的弦长恒为4，直线.

(1)求圆心的轨迹方程；

(2)若直线过点且与的轨迹交于两点，求(为坐标原点)的大小；

(3)若的轨迹上存在两点关于直线对称，求的取值范围.

【答案】(1)

(2)

(3)

【解析】

【分析】(1)根据已知条件及半径的定义，再利用两点的距离公式及点到线的距离公式，结合半径、弦长及弦心距的关系即可求解；

(2)根据已知条件求出直线方程，直线与抛物线联立方程组，利用韦达定理及数量积的坐标表示即可求解；

(3)根据已知条件设出直线的方程，直线与线联立方程组，利用韦达定理及判别式，结合中点坐标公式及点在直线上即可求解.

【小问1详解】

设，圆的半径，圆心到轴的距离，

由题意得，化简得.

【小问2详解】

由题，设，

由,得，则，

因为，

，

所以，即.

【小问3详解】

设点为的轨迹上关于对称的两点，点为中点.则可设直线方程为，

由得，应有，即，

此时，则，

由题点应在直线上，即，解得，

所以的取值范围为.

22. 设椭圆的左右焦点为，椭圆上顶点为，点为椭圆上任一点，且面积的最大值为，椭圆的离心率小于.

(1)求椭圆的标准方程；

(2)设为坐标原点，问：是否存在过原点的直线，使得与椭圆在第三象限的交点为，与直线交于点，且满足.若存在，求出的方程，不存在请说明理由.

【答案】(1)

(2)存在，

【解析】

【分析】(1)由已知条件求出,写出椭圆标准方程即可.

(2)先设直线方程,再由已知条件结合弦长公式分别求出,和,

代入计算即可.

【小问1详解】

由题，解得或，

因为，所以

所以椭圆标准方程为

【小问2详解】

假设存在直线满足题意，由题直线斜率，设直线

由题直线方程为

且由，可得，

由弦长公式可得，

同理

由题，即

由得，

由得

故由得，即，

所以直线方程为