**2022-2023学年南京师范大学附属中学高二期末考试**

**一、单选题(共8题)**

1. 设*m*为实数，已知直线，，若，则*m*的值为( )

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】B

【解析】

【分析】利用两直线的方程及平行关系，列式计算作答.

【详解】直线，，且，则有，解得，

所以*m*的值为2.

故选：B

2. 设为等差数列前*n*项和，若，则( )

A. 9 B. 6 C. 3 D. 0

【答案】B

【解析】

【分析】根据给定条件，利用等差数列前*n*项和公式及等差数列性质计算作答.

【详解】等差数列的前*n*项和为，则，解得，

所以.

故选：B

3. 过点且与椭圆有相同焦点的双曲线方程为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】设双曲线的方程为，再代点解方程即得解.

【详解】解：由得，

所以椭圆的焦点为.

设双曲线的方程为，

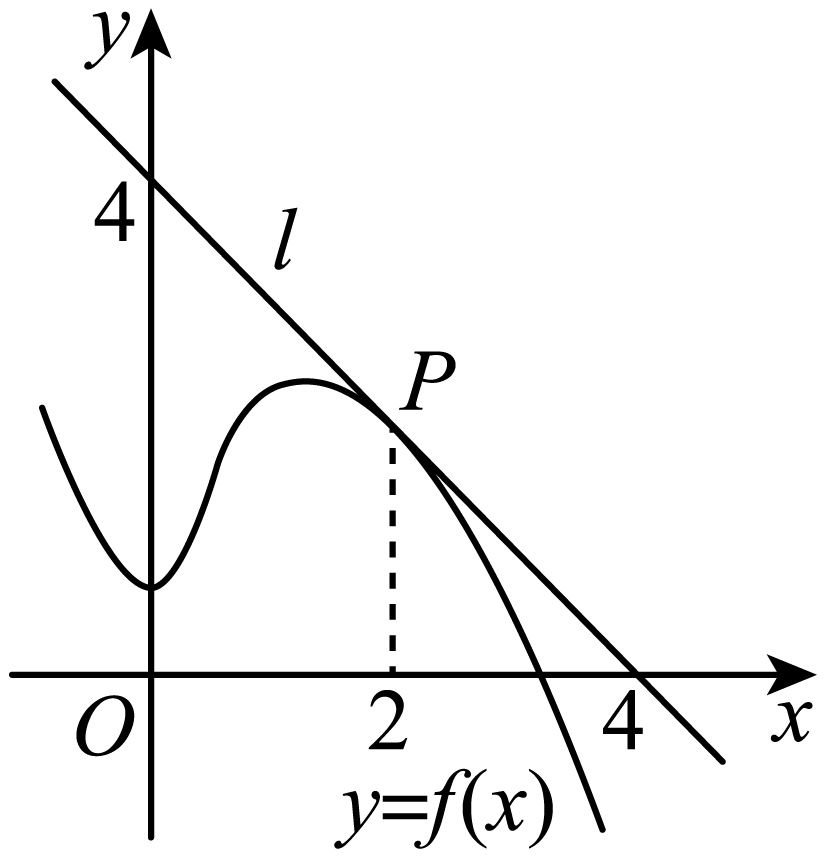
因为双曲线过点，

所以.

所以双曲线的方程为.

故选：D

4. 如图，已知函数*f*(*x*)的图像在点处的切线为*l*，则( )



A. -3 B. -2 C. 2 D. 1

【答案】D

【解析】

【分析】数形结合，求出切线斜率和切点坐标，即可计算.

【详解】由图像可得，切线过点和，切线斜率为，，

切线方程为，则切点坐标为，有，

所以.

故选：D.

5. 直线与曲线恰有两个交点，则实数取值范围( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据已知条件及直线与圆相切的充要条件，结合点到直线的距离公式即可求解.

【详解】曲线表示圆在轴的上半部分，

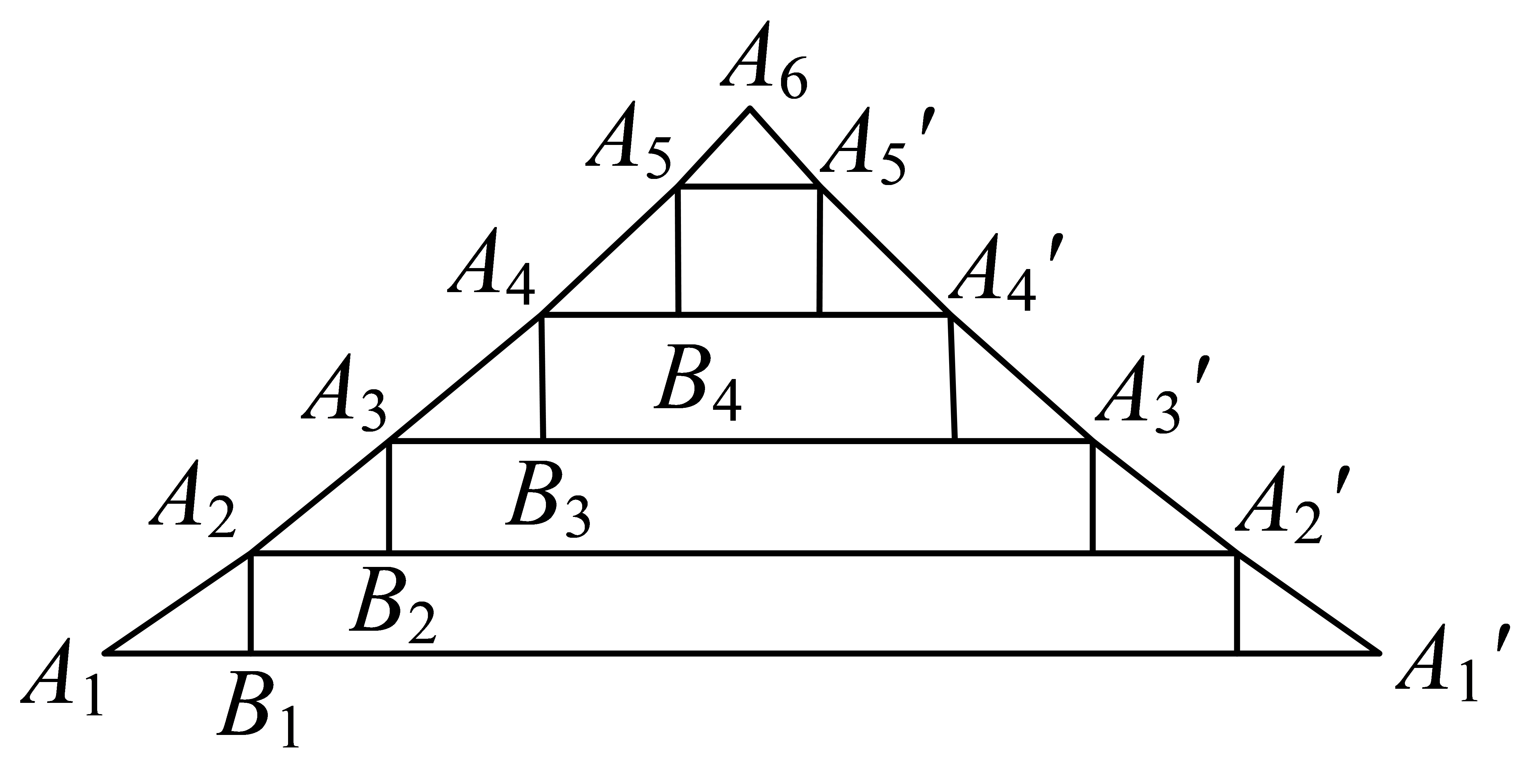
当直线与圆相切时，，解得，

当点在直线上时，，可得,

所以实数取值范围为.

故选：B.

6. 中国古代的武成王庙是专门祭祀姜太公以及历代良臣名将的庙宇，这类庙宇的顶部构造颇有讲究.如图是某武成王庙顶部的剖面直观图，其中，，，且数列是第二项为的等差数列.若以为坐标原点，以，分别为，轴正方向建立平面直角坐标系，则直线的斜率为( )



A. 0.4 B. 0.45 C. 0.5 D. 0.55

【答案】A

【解析】

【分析】根据数列是第二项为的等差数列可得，令，则根据题干可得：，再根据等差数列的性质即可求解.

【详解】由题意可知：，令，，因为，

所以，

因为数列是第二项为的等差数列，

设公差为，则，因为，所以，

同理

则直线的斜率，

故选：.

7. 设为实数，若函数有且仅有一个零点，则取值范围是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】利用导数分析函数的单调性，利用零点存在定理可知函数在上只有一个零点，则函数在上无零点，并利用导数分析函数在上的单调性，可得出关于实数的不等式，解之即可.

【详解】当时，，则且不恒为零，

所以，函数在上单调递增，所以，，

又因为，所以，函数在上只有一个零点；

因为函数只有一个零点，则函数在上无零点，

则当时，，则，

由可得，由可得.

所以，函数在上单调递减，在上单调递增，

所以，只需，解得.

故选：C.

8. 已知点为双曲线右支上一点，分别为的左，右焦点，直线与的一条渐近线垂直，垂足为，若，则该双曲线的离心率为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】

取的中点，连接 ,由条件可证明，说明，利用点到直线的距离求，中，根据勾股定理可得，整理为，再求双曲线的离心率.

【详解】取的中点，连接 ,由条件可知，

是的中点，

又，

,

根据双曲线的定义可知，

，

直线的方程是： ，即 ，

原点到直线的距离，

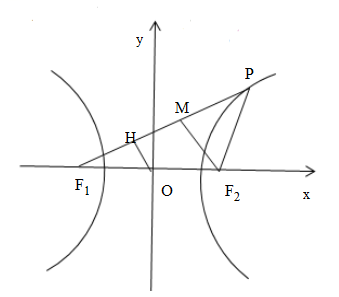
中，，

整理为： ，

即 ，

解得： ，或(舍)

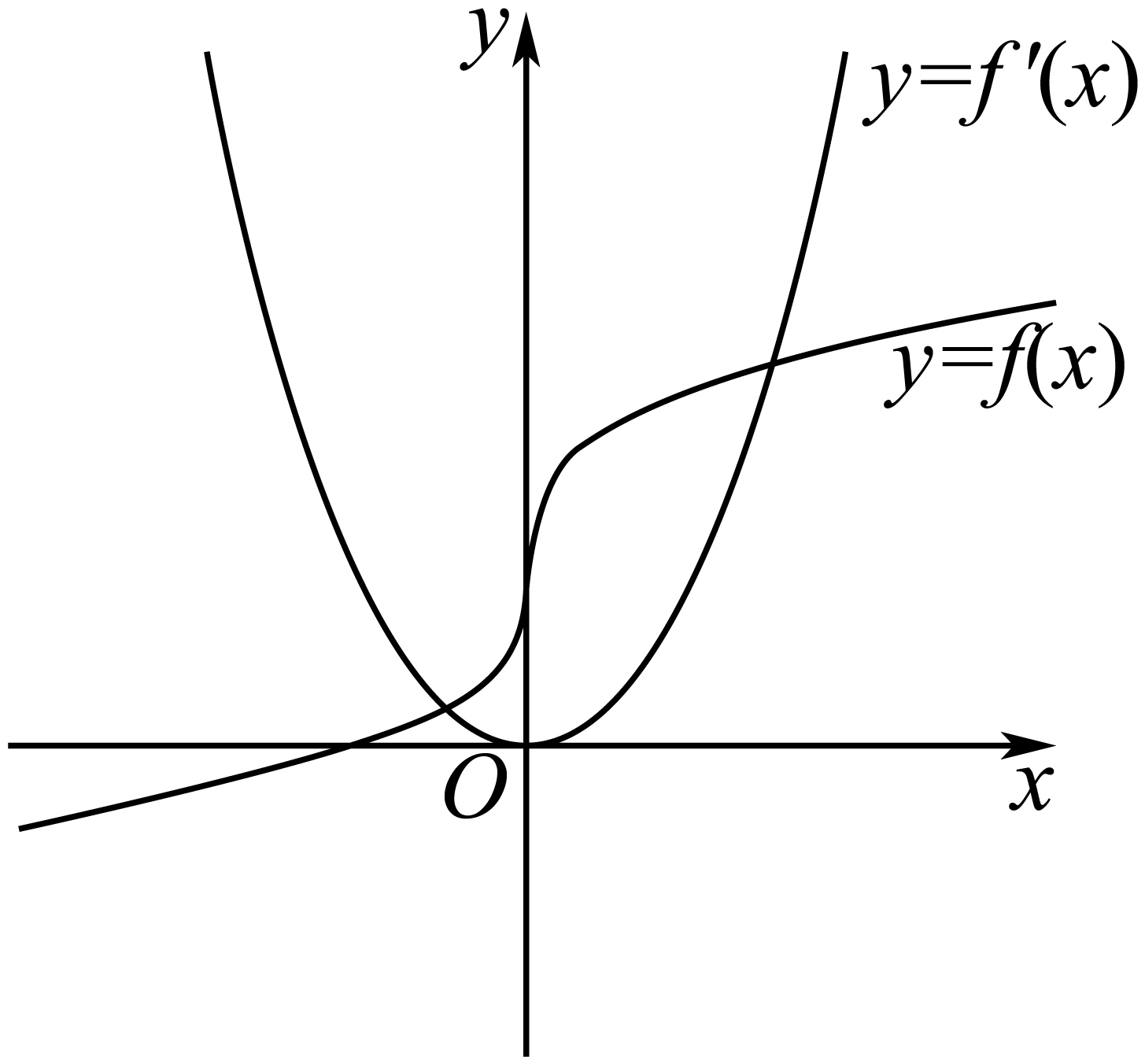
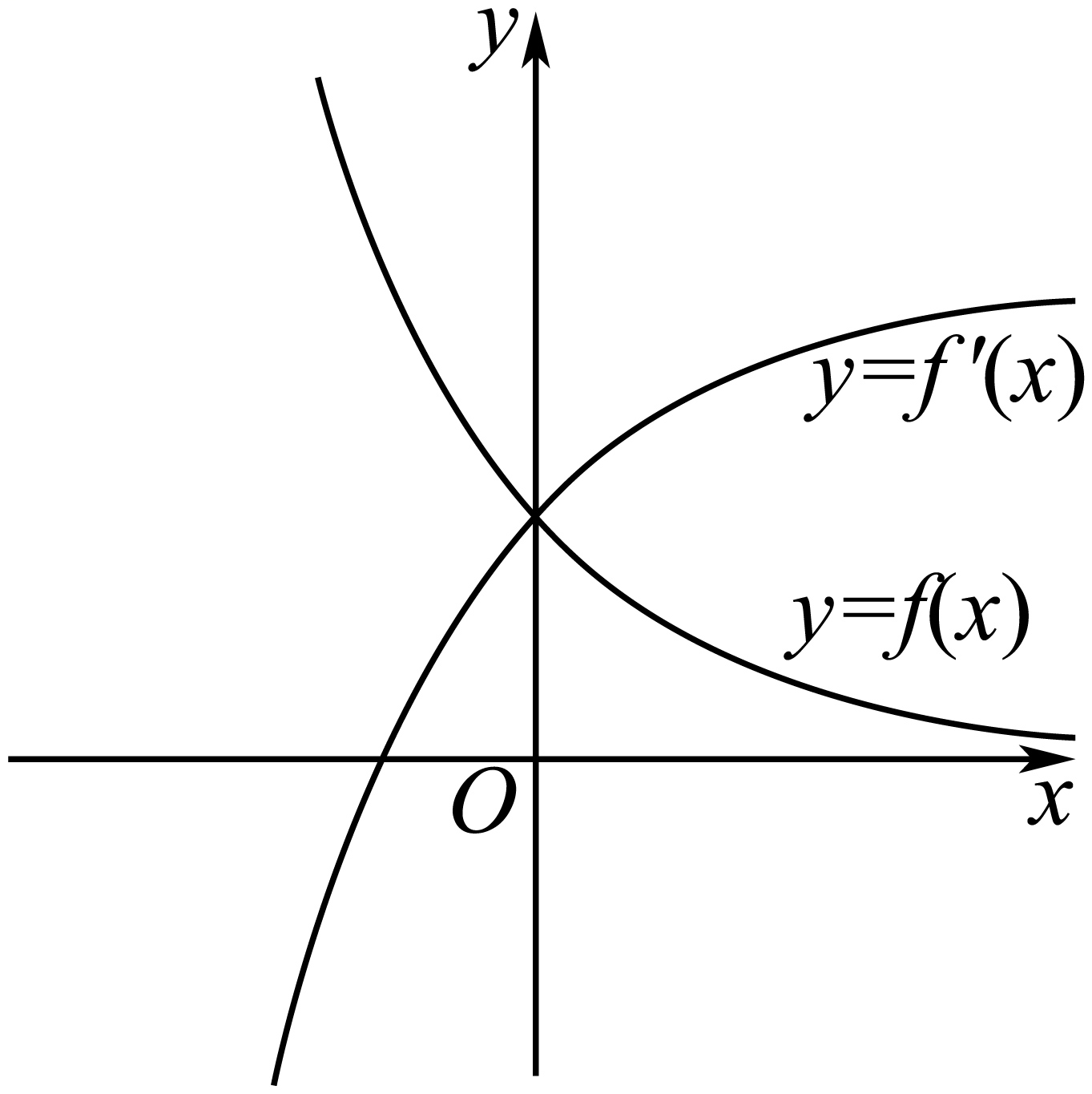
故选：C

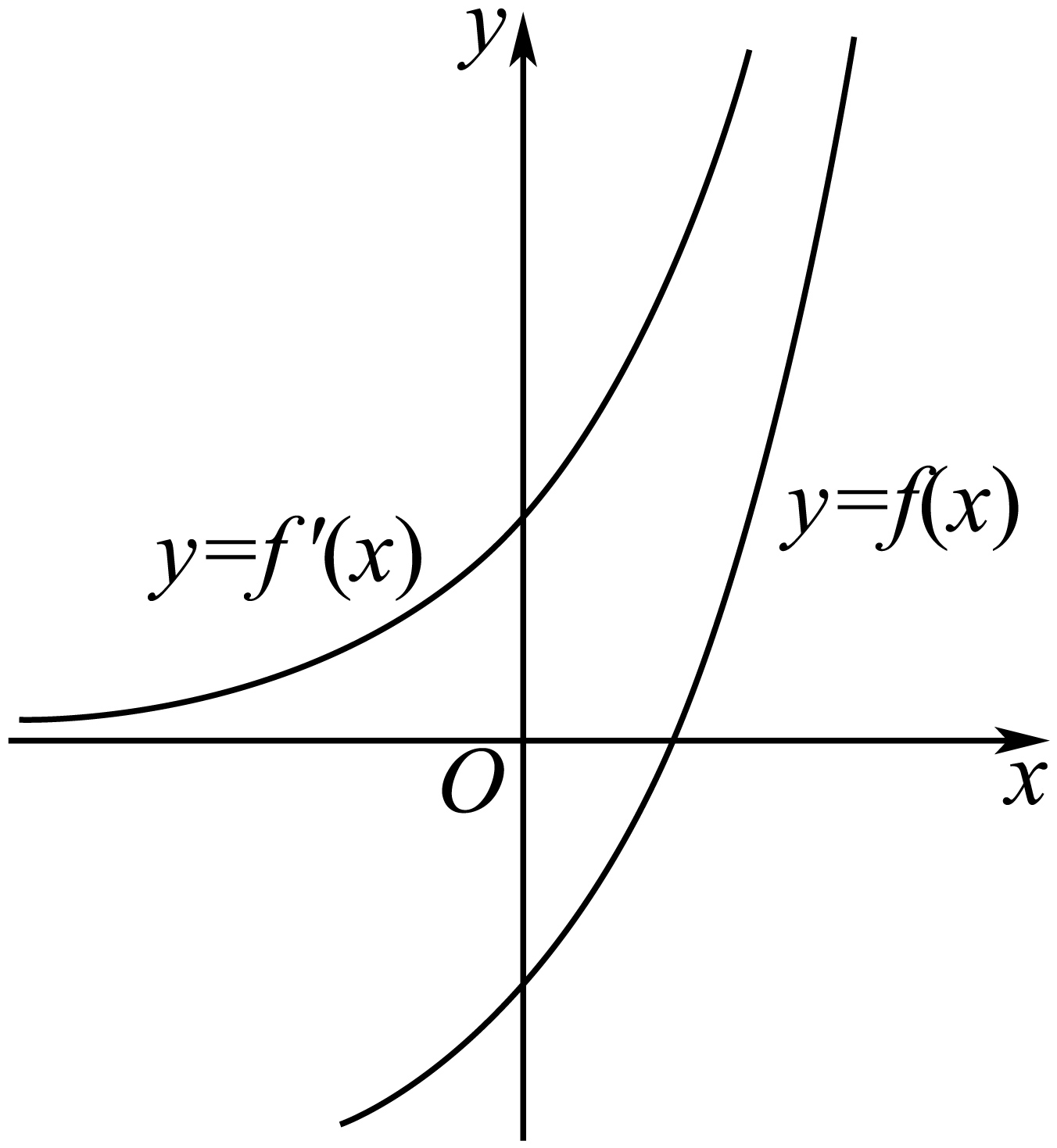
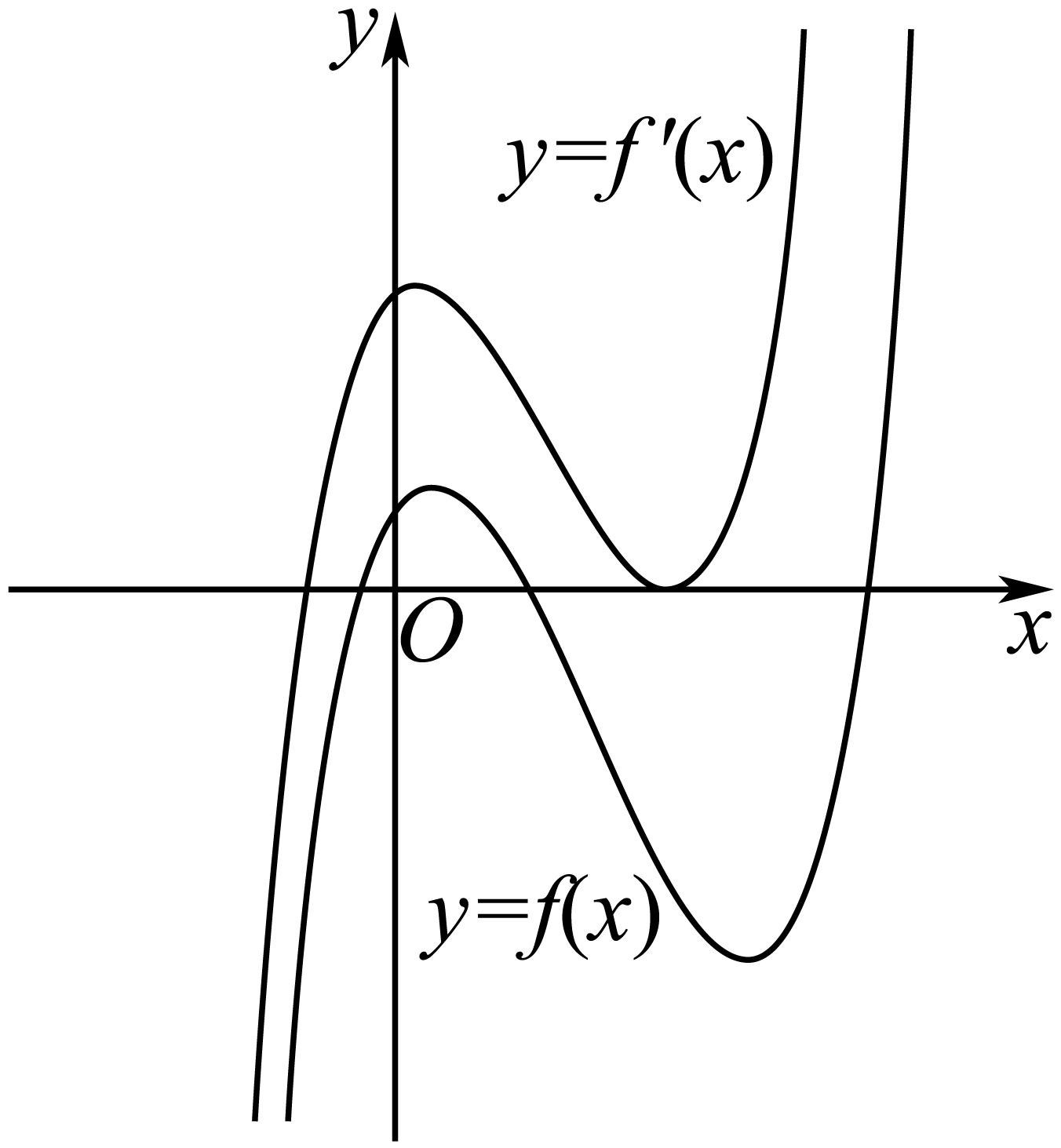


【点睛】本题考查求双曲线的离心率，意在考查转化和化归，计算能力，属于中档题型，一般求双曲线离心率的方法是1.直接法：直接求出，然后利用公式求解；2.公式法：，3.构造法：根据条件，可构造出的齐次方程，通过等式两边同时除以，进而得到关于的方程.

**二、多选题(共4题)**

9. 将和的图象画在同一个直角坐标系中，不正确的是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】ABD

【解析】

【分析】

根据函数的单调性与导函数符号之间的关系判断各选项中和的图象是否合乎要求，同时也要注意特殊点处的导数值作为切线的斜率，由此可得出结论.

【详解】对于A选项，由函数的图象可知，，但函数在处的切线斜率不存在，不合乎题意；

对于B选项，由函数的图象可知，函数存在增区间，但B选项的图中，函数为减函数，不合乎题意；

对于C选项，由函数的图象可知，函数在上为增函数，合乎题意；

对于D选项，由函数的图象可知，函数有两个单调区间，但D选项的图中，函数有三个单调区间，不合乎题意.

故选：ABD.

【点睛】本题考查函数与导函数图象之间的关系，在判断时要注意导函数符号与函数单调性之间的联系，考查推理能力，属于中等题.

10. 已知直线与椭圆交于，两点，若是直线上一点，为坐标原点，则下列结论正确的有( )

A. 椭圆的离心率

B. 

C. 

D. 若是椭圆的左右焦点，则

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据椭圆方程即可求离心率，从而判断A；根据直线与椭圆相交弦长求解公式，利用“联消判韦”即可求得长，从而判断B；根据向量的数量积结合交点坐标关系即可判断C；利用对称性，结合三角形三边关系即可得最大值，从而判断D.

【详解】解：由椭圆知，，则，所以，故离心率，故A正确；

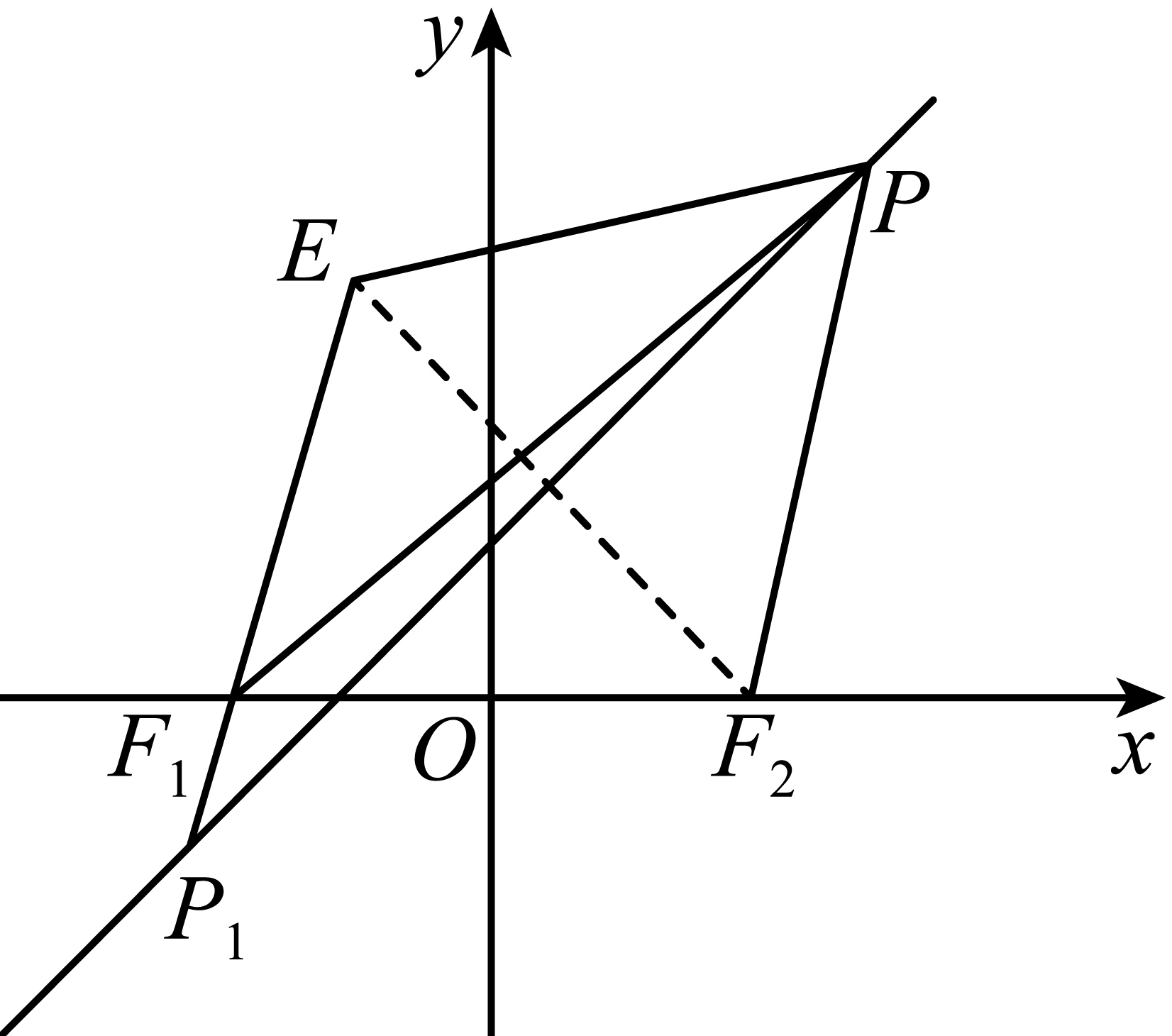
设，则，所以，则，

故，故B正确；

则，所以与不垂直，故C不正确；

因为是椭圆的左右焦点，所以，若是直线上一点，

如图：



设关于直线对称的点为，设，则，解得，即；

则，又由三角形三边关系可得，

又，即，故D正确.

故选：ABD.

11. 设*Sn*为数列{*an*}的前*n*项和，则下列结论正确的有( )

A. 若{*an*}为等比数列，公比为*q*，则*S*2*n*=(1+)*Sn*

B. 若{*an*}为等比数列，*s*，*t*，*p*，*q*∈*N*，且*asat*=*apaq*，则*s*+*t*=*p*+*q*

C. 若{*an*}为等差数列，则(*p*为常数)仍为等差数列

D. 若{*an*}为等差数列，则必存在不同的三项*ap*，*aq*，*ar*，使得*ap*2=*aqar*

【答案】AC

【解析】

【分析】对于A：直接公式代入验证即可；对于B：当公比*q*=1时，可排除；对于C：公式代入，再定义证明即可；对于D：假设成立，推出可判断.

详解】对于A：当时，，，；

当时，，故A正确；

对于B：当公比*q*=1时，显然不成立，故B错误；

对于C：因为{*an*}为等差数列，设(是常数)，令，则， ，则为等差数列. 故C正确；

对于D：假设必存在不同的三项*ap*，*aq*，*ar*，使得*ap*2=*aqar* .

，

，

，

根据对应系数相等，可得，且，

，即，即，与不同矛盾. 故D错误.

故选：AC.

12. 在平面直角坐标系中，已知为抛物线的焦点，点在该抛物线上且位于轴的两侧，，则( )

A.  B. 直线过点

C. 的面积最小值是 D. 与面积之和的最小值是

【答案】BCD

【解析】

【分析】设：，联立方程后得关于的一元二次方程，由韦达定理写出，，再由，即可得，再结合，求解出，从而判断AB，再根据三角形面积公式表示出与的面积，由基本不等式可判断CD.

【详解】设：，，消可得.

，得，，∴，则或

∵，∴，∴，，故A错；

：过，故B对；

设定点，

，当且仅当时，取等号，故C对；

又，

不妨设，又，，当且仅当时，取等号，故D对.

故选：BCD.

【点睛】解决直线与抛物线的综合问题时，要注意：

(1)注意观察应用题设中的每一个条件，明确确定直线、抛物线的条件；

(2)强化有关直线与抛物线联立得出一元二次方程后的运算能力，重视根与系数之间的关系、弦长、斜率、三角形的面积等问题．

**三，填空题(共4题)**

13. 设抛物线的焦点，若抛物线上一点到点的距离为6，则\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据抛物线定义得，由点在抛物线上，代方程即可解决.

【详解】由题知，抛物线的焦点，抛物线上一点到点的距离为6，

所以，得，

所以抛物线为，

所以，解得，

故答案：

14. 函数，则=\_\_\_\_\_\_\_

【答案】

【解析】

【分析】先根据导数除法法则求出导函数，然后将代入求值，即可求出所求．

【详解】，

∴，故答案为．

【点睛】本题考查基本函数的导数公式和两项商的导数公式，公式要记准记牢，训练运算能力，属基础题．

15. 设*m*为实数，已知函数，则不等式的解集为\_\_\_\_\_\_

【答案】

【解析】

【分析】根据给定条件，利用导数探讨函数的单调性，再利用单调性解不等式作答.

【详解】函数的定义域为**R**，求导得：，

而，当且仅当时取等号，，当且仅当时取等号，

因此，即函数在**R**上单调递增，则，

所以不等式的解集为.

故答案为：

16. 已知数列满足：，其前*n*项和，数列满足，其前*n*项和，设为实数，若对任意恒成立，则*λ*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据给定条件，求出数列的通项公式，进而求出并裂项，再按*n*分奇偶求出即可推理作答.

【详解】，，且，则当时，，

两式相减得，即，

因此，而，即，又，解得，

于是数列是首项为3，公差为2的等差数列，即有，

，



，，

显然数列是单调递增的，，，数列是单调递减的，，，

因为，不等式恒成立，则，不等式且恒成立，

因此且，即有，

所以的取值范围是.

故答案为：

【点睛】易错点睛：裂项法求和，注意正负项相消时消去了哪些项，保留了哪些项，切不可漏写未被消去的项，未被消去的项有前后对称的特点，实质上造成正负相消是此法的根源与目的．

**四、解答题(共6题)**

17. 已知圆*C*经过坐标原点，且与直线*x*﹣*y*+2＝0相切、切点为*A*(2，4)．

(1)求圆*C*的方程；

(2)已知斜率为﹣1的直线*l*与圆*C*相交于不同的两点*M*、*N，*若直线*l*被圆截得的弦*MN*的长为14，求直线*l*的方程.

【答案】(1)

(2)或

【解析】

【分析】(1)根据垂直得到直线方程，设圆心为，半径为，将两点带入圆方程解得答案.

(2)设直线方程为，计算圆心到直线的距离为，根据点到直线的距离公式得到答案.

【小问1详解】

直线*x*﹣*y*+2＝0斜率为1，故，故直线方程为，

设圆心为，半径为，则，

将原点和带入原方程得到，解得，

故原方程为：.

【小问2详解】

设直线方程为，即，

弦长为，故圆心到直线的距离为，

即，解得，

故直线方程为和.

18. 已知数列的各项均不为0，且满足

(1)求通项公式

(2)令，求数列的前*n*项和为.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据递推公式，当时，直接求，当时，用前*n*项积除以前*n*-1项积的方法化简，可求通项公式；

(2)，然后利用分组求和的方法即可求解．

【小问1详解】

当时，  解得 ，

当时，由 得，

两式相除得：  ，即 ，

当时  满足，

所以.

【小问2详解】

由(1)可知，  所以  .

所以





19. 设为实数，已知函数

(1)讨论的单调性

(2)若过点有且只有两条直线与曲线相切，求的值.

【答案】(1)答案见解析

(2)

【解析】

【分析】(1)求得，对实数的取值进行分类讨论，分析导数的符号变化，即可得出函数的增区间和减区间；

(2)设切点为，利用导数写出切线方程，将点的坐标代入切线方程，可得出，结合(2)中的结论以及三次函数的基本性质可得出关于的等式，解之即可.

【小问1详解】

因为，则，

由可得，，

①当时，即当时，对任意的，且不恒为零，

此时，函数的增区间为，无减区间；

②当时，即当时，由可得，由可得或，

此时，函数的减区间为，增区间为、；

③当时，即当时，由可得，由可得或，

此时，函数的减区间为，增区间为、.

综上所述，当时，函数的增区间为，无减区间；

当时，函数的减区间为，增区间为、；

当时，函数的减区间为，增区间为、.

【小问2详解】

解：设切点为，

对函数求导得，

所以，切线方程为，

将点的坐标代入切线方程整理可得，即，

故关于的方程有两个不等的实根，

①当时，函数在上单调递增，则方程至多一个实根，不合乎题意；

②当时，则，故当时，，

此时方程至多一个实根，不合乎题意；

③当时，则，

则，解得，合乎题意.

综上所述，.

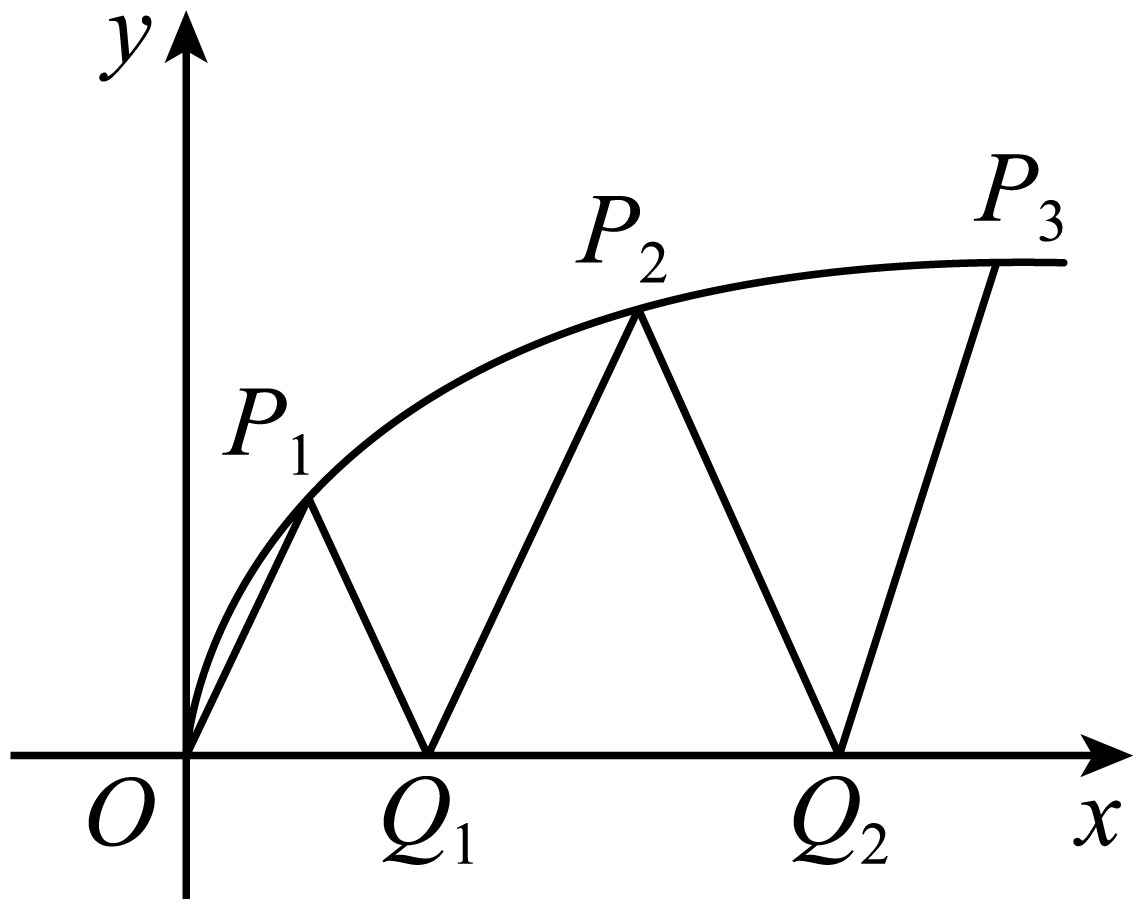
【点睛】方法点睛：利用导数解决函数零点问题的方法：

(1)直接法：先对函数求导，根据导数的方法求出函数的单调区间与极值，根据函数的基本性质作出图象，然后将问题转化为函数图象与轴的交点问题，突出导数的工具作用，体现了转化与化归思想、数形结合思想和分类讨论思想的应用；

(2)构造新函数法：将问题转化为研究两函数图象的交点问题；

(3)参变量分离法：由分离变量得出，将问题等价转化为直线与函数的图象的交点问题.

20. 如图，曲线下有一系列正三角形，设第*n*个正三角形(为坐标原点)的边长为，



(1)求的值

(2)记为数列的前*n*项和，探究与的关系，求的通项公式.

【答案】(1)，；

(2).

【解析】

【分析】(1)根据给定条件，用表示出点的坐标，再代入曲线方程，计算作答.

(2)根据给定条件，利用与表示出点的坐标，代入曲线方程即可得与的关系，再利用递推关系求出通项作答.

【小问1详解】

依题意，为正三角形，且，观察图象得，而点在曲线上，

即，解得，为正三角形，且，点在曲线上，

，整理得，解得，

所以，.

【小问2详解】

是正三角形，点，，于是点在曲线上，

则，即，当时，，

两式相减得：，整理得，

则，而满足上式，因此，，

即数列是首项为，公差的等差数列，，

所以数列的通项公式是.

21. 已知椭圆*C*：的离心率为，且过点

(1)求*C*的方程

(2)已知*A*，*B*是*C*的左右顶点，过右焦点*F*且斜率不为0的直线交*C*于点*M*，*N*，直线*AM*与直线*x*=4，交于点*P*，记*PA*，*PF*，*BN*的斜率分别为，问，是否是定值如果是，请求出该定值，如果不是，请说明理由.

【答案】(1)；

(2)2.

【解析】

【分析】(1)根据给定的离心率及曲线过的点，求出作答.

(2)根据已知，设出直线的方程，与椭圆的方程联立，利用韦达定理，结合直线与直线交点的坐标，求出的表达式，即可计算推理作答．

【小问1详解】

椭圆*C*：的离心率为，即，有，又，解得，

所以椭圆的方程为.

【小问2详解】

由(1)知，，设，，直线的方程为，

由消去*x*并整理得，，则，，

有，

直线与直线交于点，则，而，，



.

所以为定值2.

【点睛】方法点睛：求定值问题常见的方法有两种：(1)从特殊入手，求出定值，再证明这个值与变量无关．(2)直接推理、计算，并在计算推理的过程中消去变量，从而得到定值．

22. 已知函数(e为自然对数的底数).

(1)求*f*(*x*)的最大值；

(2)设*a*为整数，若在定义域上恒成立，求*a*的最大值；

(3)证明.

【答案】(1)1； (2)2；

(3)证明见解析.

【解析】

【分析】(1)根据给定条件，利用导数求出函数的最大值作答.

(2)利用(1)的结论可得，进而可得当时，，再按、探讨恒成立，构造函数并证明不等式作答.

(3)利用(2)的结论，构造数列不等式，再借助等比数列求和公式推理作答.

【小问1详解】

函数的定义域为，求导得：，当时，，当时，，

函数在上单调递增，在上单调递减，

所以当时，.

【小问2详解】

由(1)知，，，即，因此对，，

当时，对，，则有，

于是当时，对，恒成立，

当时，函数的定义域为，，必有，解得，

而为整数，则最大值不大于2，

因为对，恒成立，则对，有恒成立，当且仅当时取等号，

又，恒成立，当且仅当时取等号，于是对，，

综上得当时，对，恒成立，即整数，

所以整数*a*的最大值为2.

【小问3详解】

由(2)知，，，取，有，因此，

从而，

所以原不等式成立.

【点睛】思路点睛：涉及含参函数不等式恒成立问题，可以结合导数分段讨论，确定临界值，再利用导数证明不等式作答.