**2022~2023学年度第一学期期末抽测**

**高二年级数学试题**

**注意事项：**

**1.答卷前，考生务必将自己的姓名､考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.**

**2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.**

**3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.**

**一､选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 抛物线的准线方程是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据抛物线准线方程的概念即可选出选项.

【详解】解:由题知,所以,且抛物线开口向上,

所以其准线方程为:.

故选:D

2. 双曲线的渐近线方程是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】由双曲线的标准方程可直接求得双曲线的渐近线的方程.

【详解】在双曲线中，，，因此，该双曲线的渐近线方程为.

故选：B.

【点睛】本题考查利用双曲线的标准方程求渐近线方程，属于基础题.

3. 在轴上截距为，倾斜角为的直线方程为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据斜截式直接整理可得.

【详解】因为倾斜角为，所以斜率.

由斜截式可得直线方程为：，即.

故选：A

4. 中国古代数学著作《张丘建算经》中记载：“今有马行转迟，次日减半，疾七日，行七百里”.意思是说有一匹马行走的速度逐渐减慢，每天行走的里数是前一天的一半，七天一共行走了700里路，则该马第七天走的里数为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意可知，每天行走的里程数成等比数列，利用等比数列的前项和公式即可求得结果.

【详解】由题意得，马每天行走的里程数成等比数列，

设第天行走的里数为，则数列是公比为的等比数列；

由七天一共行走了700里可得，

解得，所以，

即该马第七天走的里数为.

故选：B

5. 设，为实数，若直线与圆相交，则点与圆的位置关系是( )

A. 在圆上 B. 在圆外 C. 在圆内 D. 不能确定

【答案】B

【解析】

【分析】根据直线与圆的位置关系，求得满足的关系式，结合点与圆位置关系的判断方法，判断即可.

【详解】根据题意，即，故点在圆外.

故选：B.

6. 已知集合和分别是由数列和的前100项组成，则中元素的和为( )

A. 270 B. 273 C. 363 D. 6831

【答案】A

【解析】

【分析】先求出数列和的公共项，满足公共项小于等于数列的100项，求出项数，然后再求和.

【详解】设数列的第项与数列的第项相等，

即，所以.

又因为，所以，

所以数列与数列的公共项构成的数列为.

又因为的第100项为403，

而的，

所以则中元素的和为：.

故选：A

7. 设分别是椭圆和双曲线的公共焦点，*P*是它们的一个公共点，且，线段的垂直平分线经过点，若和的离心率分别为，则的值为(　　)．

A. 3 B. 2 C.  D. 

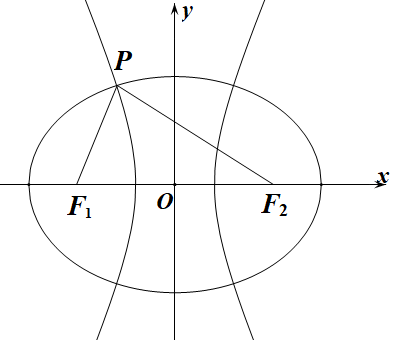
【答案】B

【解析】

【分析】根据题意设出椭圆的长轴长以及双曲线的实轴长，再根据椭圆和双曲线的定义得到的关系，由此可求解出的值.

【详解】设椭圆的长轴长为，双曲线的实轴长为，焦距长为，

因为，所以在双曲线的左支上，如下图所示(不妨设在第二象限)，



因为线段的垂直平分线经过点，所以，

所以，所以，

所以，

故选：B

故选：C

8 已知，则( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】设，利用导数可得在上单调递减，从而有，即；令，利用导数可得在上单调递减，从而有，即，即可得答案.

【详解】设，则有，

所以当时，，单调递减；当时，，单调递增；

所以，

即有，

故；

令，则，

所以当时，，单调递增；当时，，单调递减；

所以，

即，

故，

综上所述，则有.

故选：B

【点睛】方法点睛：对于比较大小的题目，常用的方法有：(1)作差法；(2)作商法；(3)利用函数的单调性进行比较.

**二､多选题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 已知曲线，则下列说法正确的是( )

A. 若是椭圆，则其长轴长为

B. 若，则是双曲线

C. *C*不可能表示一个圆

D. 若，则上的点到焦点的最短距离为

【答案】BC

【解析】

【分析】根据可知若为椭圆，则焦点在轴上，进而可判断A,进而可判断BC，根据椭圆的几何性质可判断D.

【详解】由于，所以，

对于A,当时，故表示焦点在轴上的椭圆，故椭圆的长轴长为，故A错误,

对于B,当时，是双曲线，故B正确,

对于C,由于，故*C*不可能表示一个圆，故C正确，

对于D,时，，表示焦点在轴上的椭圆，且此时

故椭圆上的点到焦点的最小距离为，故D错误,

故选:BC

10. 已知数列满足，则( )

A. 

B. 的前10项和为

C. 的前11项和为

D. 的前16项和为

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据递推公式得进而根据等差数列的求和公式即可判断AB,根据并项求和可判断C,根据正负去绝对值以及等差数列求和可判断D.

【详解】由得：当时，，两式相减得，

故，当时，也符合，故

对于A,,故A正确，

对于B，的前10项和为，故B错误，

对于C，的前11项和为，故C正确,

对于D,当，解得

所以

所以的前16项和为,故D正确，

故选：ACD

11. 连续曲线上凹弧与凸弧的分界点称为曲线的拐点,拐点在统计学､物理学､经济学等领域都有重要应用.若的图象是一条连续不断的曲线,的导函数都存在,且的导函数也都存在.若,使得,且在的左､右附近,异号,则称点为曲线的拐点.则以下函数具有唯一拐点的是( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】BCD

【解析】

【分析】根据拐点的定义及零点存在定理对选项求二阶导函数,判断其是否有异号零点即可.

【详解】关于选项A:,所以,

,根据拐点定义可知,没有拐点;

关于选项B:,所以,

即,解得,

且时,,时,,

故为的拐点;

关于选项C:,,

令,解得,

且时,,时,,

故为的拐点;

关于选项D:,,

,

因为,,

所以,使得成立,

由于在是连续不断可导的,

所以在有异号函数值,

故存在拐点.

故选:BCD

12. 设有一组圆，下列命题正确是( )

A. 不论如何变化，圆心始终在一条直线上

B. 存在圆经过点

C. 存在定直线始终与圆相切

D. 若圆上总存在两点到原点的距离为，则

【答案】ACD

【解析】

【分析】对于A，考查圆心的横纵坐标关系即可判断；

对于B，把， 代入圆方程，由关于的方程根的情况作出判断；

对于C，判断圆心到直线 距离与半径的关系即可；

对于D，圆与以原点为圆心的单位圆相交即可判断作答．

【详解】对于A，圆心为，其圆心在直线上，A正确；

对于B，圆，将代入圆的方程可得，化简得，，方程无解，所以不存在圆经过点，B错误；

对于C，存在直线，即或，圆心到直线或的距离，这两条直线始终与圆相切，C正确，

对于D，若圆上总存在两点到原点的距离为1，问题转化为圆与圆有两个交点，圆心距为，则有，解可得：或，D正确．

故选：ACD．

**三､填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 已知直线，若，则的值为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据两直线平行满足的关系即可求解.

【详解】由可得，得，

故答案为：

14. 已知等差数列的公差，若成等比数列，则的值为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据等比中项以及等差数列基本量的计算即可化简求解.

【详解】由得,所以,

故答案为：

15. 已知函数,若恒成立,则实数的取值范围为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】恒成立即在上恒成立,只需即可,构造新函数求导求单调性及最大值即可.

【详解】解:由题知恒成立,

即在上恒成立,

即在上恒成立,即,

记,所以,

当时,单调递增,

当时,,单调递减,

所以,

所以.

故答案为:

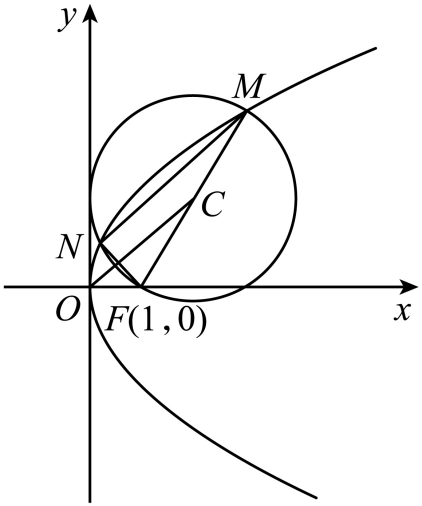
16. 已知抛物线的焦点为为上一点，以线段为直径的圆与交于另外一点为圆心，为坐标原点.当时，的长为\_\_\_\_\_\_，点到轴的距离为\_\_\_\_\_\_.

【答案】 ①.  ②. 

【解析】

【分析】易知焦点，根据在抛物线上设出坐标，易知圆心为的中点即可求出，由利用斜率相等可得，再根据直径所对的圆周角为可得，即，利用向量数量积为0可得，联立及可解得，根据两点间距离公式可得，点到轴的距离为其横坐标的绝对值等于.

【详解】由题意知在抛物线上，设，，如下图所示：



抛物线焦点，圆心为的中点，所以

由可得，即，

整理可得，即；

又因为为直径，且点在圆上，所以，

又因为，所以，可得，

又，

即，整理得，

联立可得，解得或(舍)

所以，

因此；

点到轴的距离为点横坐标的绝对值，即

故答案为：，

【点睛】关键点点睛：本题的关键在于利用几何关系实现从形到数的转化，将直线平行转化成斜率相等，将直径所对的圆周角为直角转化成向量数量积为0，从而得出坐标之间的等量关系在进行计算求解.

**四､解答题：本题6小题，共70分.解答应写出件字说明､证明过程或演算步骤.**

17. 在①,②,③这三个条件中选择两个,补充在下面问题中,并进行解答.已知等差数列的前项和为,\_\_\_\_\_\_,\_\_\_\_\_\_.

(1)求数列的通项公式;

(2)设,求数列的前项和.

注:如果选择多组条件分别解答,按第一个解答计分.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)根据是等差数列,设出公差为,选择两个选项,将首项公差代入,解方程组,即可求得基本量,写出通项公式;

(2)根据(1)中的通项公式,写出的通项,利用裂项相消即可求得前项和.

【小问1详解】

由于等差数列,设公差为,

当选①②时:,解得,

所以的通项公式.

选①③时:,解得,

所以的通项公式.

选②③时:,解得,

所以的通项公式.

【小问2详解】

由(1)知,,

所以,

所以

.

18. 已知圆，圆.

(1)判断与的位置关系；

(2)若过点的直线被、截得的弦长之比为，求直线的方程.

【答案】(1)外切 (2)或

【解析】

【分析】(1)计算出，利用几何法可判断两圆的位置关系；

(2)对直线的斜率是否存在进行分类讨论，在直线的斜率不存在时，直线验证即可；在直线的斜率存在时，设直线的方程为，利用勾股定理结合点到直线的距离公式可得出关于的方程，解出的值，即可得出直线的方程.

【小问1详解】

解：圆的圆心为，半径为，

圆的圆心为，半径为.

因为，所以圆与圆外切.

【小问2详解】

解：当直线的斜率不存在时，直线的方程为，直线与圆相离，不符合题意；

当直线的斜率存在时，设的方程为，即，

则圆心到直线的距离为，圆心到直线的距离为，

所以，直线被圆截得的弦长为，

直线被圆截得的弦长为，

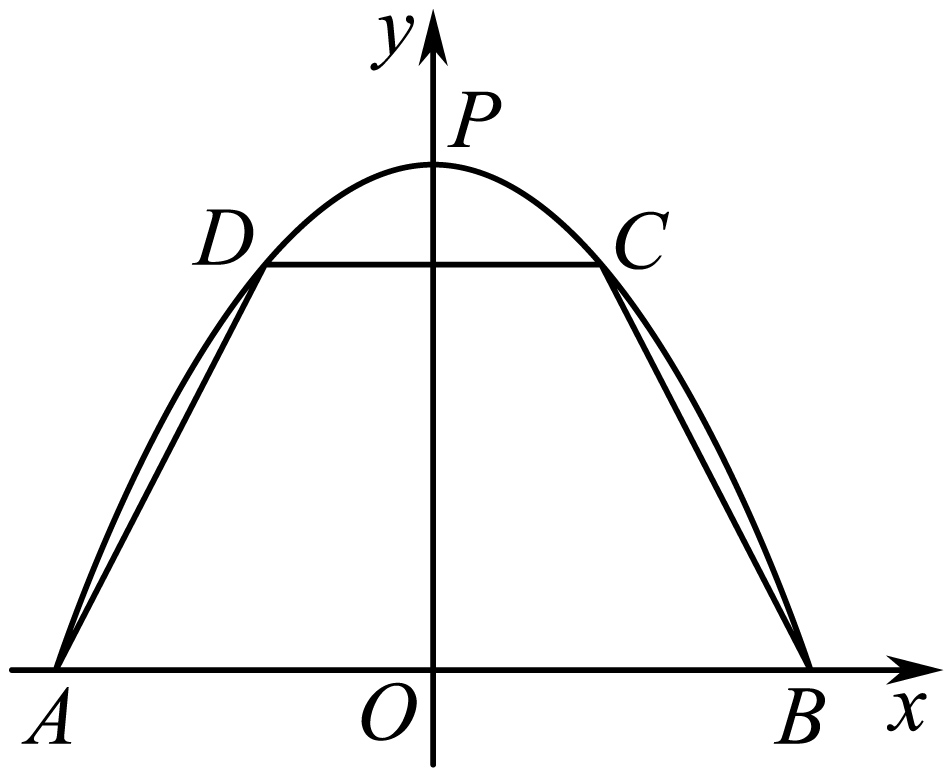
由题意可得，

即，解得或，

经检验，或均符合题意.

所以直线的方程为或.

19. 某新建小区规划利用一块空地进行配套绿化.如图，已知空地的一边是直路，余下的外围是抛物线的一段，的中垂线恰是该抛物线的对称轴，是的中点.拟在这块地上划出一个等腰梯形区域种植草坪，其中均在该抛物线上.经测量，直路段长为60米，抛物线的顶点到直路的距离为40米.以为坐标原点，所在直线为轴建立平面直角坐标系.



(1)求该段抛物线的方程；

(2)当长为多少米时，等腰梯形草坪面积最大？

【答案】(1)

(2)20米

【解析】

【分析】(1)，把两点坐标代入求解即可；

(2)，由梯形的面积公式，可得梯形的面积为，构造函数，求导可知当时，该函数有唯一的极大值点，则改点也是函数的最大值点，即可求解.

【小问1详解】

设该抛物线的方程为，由条件知，，

所以，解得，

故该段抛物线的方程为.

【小问2详解】

由(1)可设，所以梯形的面积，

设，

则，令，解得，

当时，在上是增函数；

当时，在上是减函数.

所以当时，取得极大值，也是最大值.

故当长为20米时，等腰梯形草坪的面积最大.

20. 已知曲线在点处的切线与轴的交点为，且.

(1)求数列的通项公式；

(2)设为数列的前项和，求使得成立的正整数的最小值.

【答案】(1)

(2)8

【解析】

【分析】(1)根据切线方程的求解得切线方程为，得，即可判断为等比数列，进而进行求解，

(2)根据错位相减法求解，即可根据的单调性求解.

【小问1详解】

因为，所以，

所以曲线上点处的切线方程为.

令，得，即，

又，所以是以为首项，为公比的等比数列.

故的通项公式为.

【小问2详解】

由(1)知，，

所以，

两式相减得，，

所以.

因为，所以，

又，

所以使得成立的正整数的最小值为8.

21. 已知双曲线的左､右焦点分别为，且，过的直线与的左支交于两点，当直线垂直于轴时，.

(1)求的标准方程；

(2)设为坐标原点，线段的中点为，射线交直线于点，点在射线上，且，设直线的斜率分别为，求的值.

【答案】(1)

(2)1

【解析】

【分析】(1)根据题意列出关于的方程，解出即可得结果；

(2)设直线的方程为，联立直线与双曲线的方程结合韦达定理求出点坐标，根据题意得出，，由斜率计算公式即可得结果.

【小问1详解】

将代入双曲线可得，

由条件知，解得.

所以的标准方程为.

【小问2详解】

设直线的方程为，

联立消去并整理得，，

则

设，则，

所以.

所以直线的方程为，则，

因为，所以，

所以.

所以.

【点睛】方法点睛：利用韦达定理法解决直线与圆锥曲线相交问题的基本步骤如下：

(1)设直线方程，设交点坐标为；

(2)联立直线与圆锥曲线的方程，得到关于(或)的一元二次方程，必要时计算；

(3)列出韦达定理；

(4)将所求问题或题中的关系转化为、(或、)的形式；

(5)代入韦达定理求解.

22. 已知函数.

(1)当时，求函数的极小值；

(2)若有两个零点，求的取值范围.

【答案】(1)极小值为

(2)

【解析】

【分析】(1)求导，根据导函数的正负即可求解，

(2)求导，分类讨论，结合零点存在性定理即可求解.

【小问1详解】

当时，，

令，解得，列表如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  | 0 |  |
|  |  | 极小值 |  |

所以的极小值为.

【小问2详解】

函数有两个零点即有两个零点.

因为，

①当时，在上是增函数，最多只有一个零点，不符合题意；

②当时，由得，

当时，在上是增函数；

当时，在上是减函数.

(i)若，则，最多只有一个零点；

(ii)若，因为，且，

所以在区间内有一个零点.

令，则，

当时，在上是增函数；

当时，在上是减函数.

所以，故.

所以，又，

所以在区间内有一个零点.

综上可知：当时，有两个零点，

故的取值范围为.

【点睛】本题主要考查导数在函数中的应用，着重考查了转化与化归思想、逻辑推理能力与计算能力，对导数的应用的考查主要从以下几个角度进行：(1)考查导数的几何意义，求解曲线在某点处的切线方程；(2)利用导数求函数的单调区间，判断单调性；已知单调性，求参数；(3)利用导数求函数的最值(极值)，解决函数的恒成立与有解问题，同时注意数形结合思想的应用.