**江苏省扬州中学2022-2023学年第一学期12月考**

**高二数学**

**2022.12**

**试卷满分：150分，考试时间：120分钟**

**一、单选题(本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求.)**

1. 已知点，，则直线的倾斜角为( )

A. 30° B. 60° C. 30°或150° D. 60°或120°

【答案】B

【解析】

【分析】由两点间的斜率公式可求其斜率，即可知直线的倾斜角.

【详解】由题意可知两点间的斜率，

设直线的倾斜角为，

则，所以

故选：B

2. 已知函数，则该函数在区间上的平均变化率为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据平均变化率的定义直接求解.

【详解】因为函数，

所以该函数在区间上的平均变化率为

，

故选：A

3. 在等比数列中，已知，则( )

A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

【答案】A

【解析】

【分析】用基本量表示出来可以求；或者考虑下标和公式.

【详解】在等比数列中，，解得，

则.

故选：A.

4. 抛物线的准线方程为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】由抛物线定义，求出*p*，则可求准线方程.

【详解】抛物线的方程可变为，由，则其准线方程为.

故选：D.

5. 已知圆：与轴相切，且截轴所得的弦长为，则圆的面积为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据圆与轴相切，可得，再结合圆心到轴的距离、半弦长、半径满足勾股定理，建立方程即可求解.

【详解】圆：与轴相切，截轴所得的弦长为，

圆心为，半径为，半弦长为，圆心到轴的距离为，

，解得，

，即圆的面积为：.

故选：A.

6. 已知，双曲线的左､右焦点分别为，点是双曲线右支上一点，则的最小值为( )

A. 5 B. 7 C. 9 D. 11

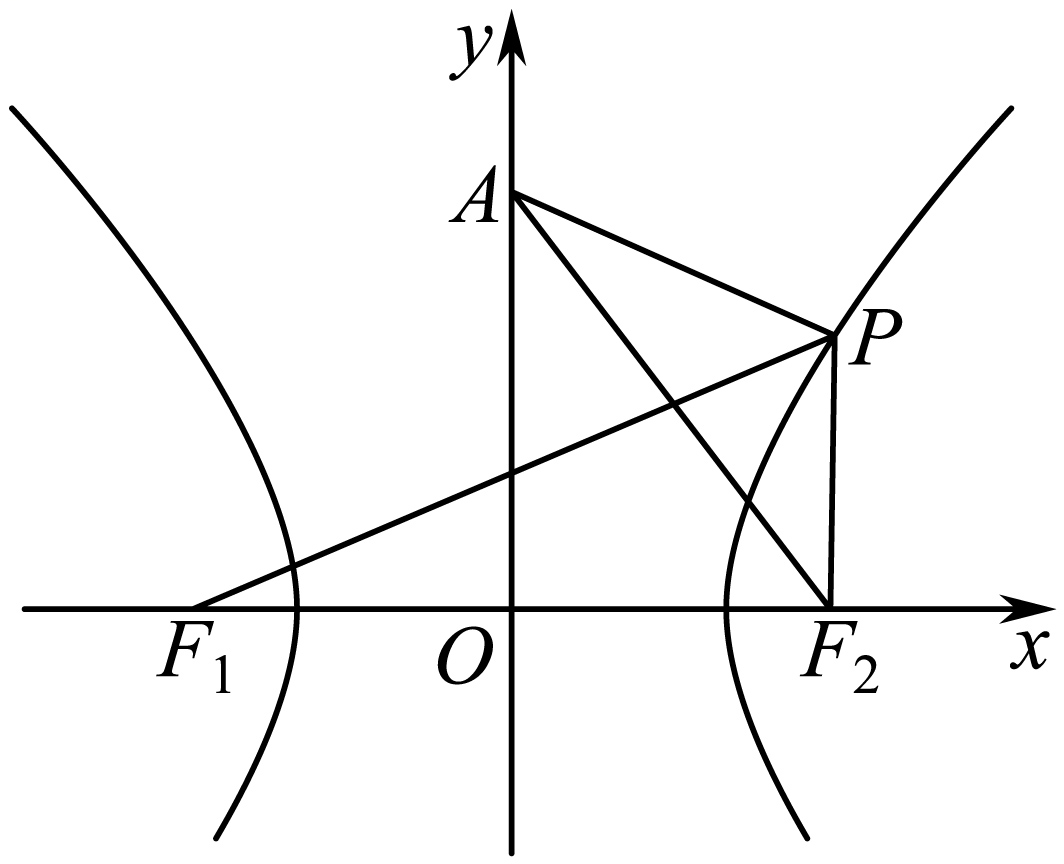
【答案】C

【解析】

【分析】根据双曲线的方程，求得焦点坐标，由双曲线的性质，整理，利用三角形三边关系，可得答案.

【详解】由双曲线，则，即，且，

由题意，作图如下：



，当且仅当共线时，等号成立.

故选：C.

7. 已知数列满足，且，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】对所给式子化简、变形，构造新数列，通过等比数列的定义求出新数列的通项公式，再用累加法求出，进而得到数列的通项公式，即可得到答案.

【详解】因为，由递推知，，所以，

则，有，

所以数列是以为首项，为公比的等比数列，

则，所以

则，所以.

故选：C.

【点睛】利用递推数列求通项公式，在理论上和实践中均有较高的价值。比较复杂的递推公式求通项公式一般需用构造法构造来求，构造法求数列通项公式一般而言包括：取倒数，取对数，待定系数法等,其中待定系数法较为常见.

一、倒数变换法，适用于(为常数)

二、取对数运算

三、待定系数法

1、构造等差数列法

2、构造等比数列法

①定义构造法。利用等比数列的定义通过变换，构造等比数列的方法.

②(为常数)型递推式可构造为形如的等比数列.

③(为常数，下同)型递推式，可构造为形如的等比数列.

四、函数构造法

对于某些比较复杂的递推式，通过分析结构，联想到与该递推式结构相同或相近的公式、函数，再构造“桥函数”来求出所给的递推数列的通项公式的方法.

8. 已知为椭圆上不同的三点，直线，直线交于点，直线交于点，若，则( )

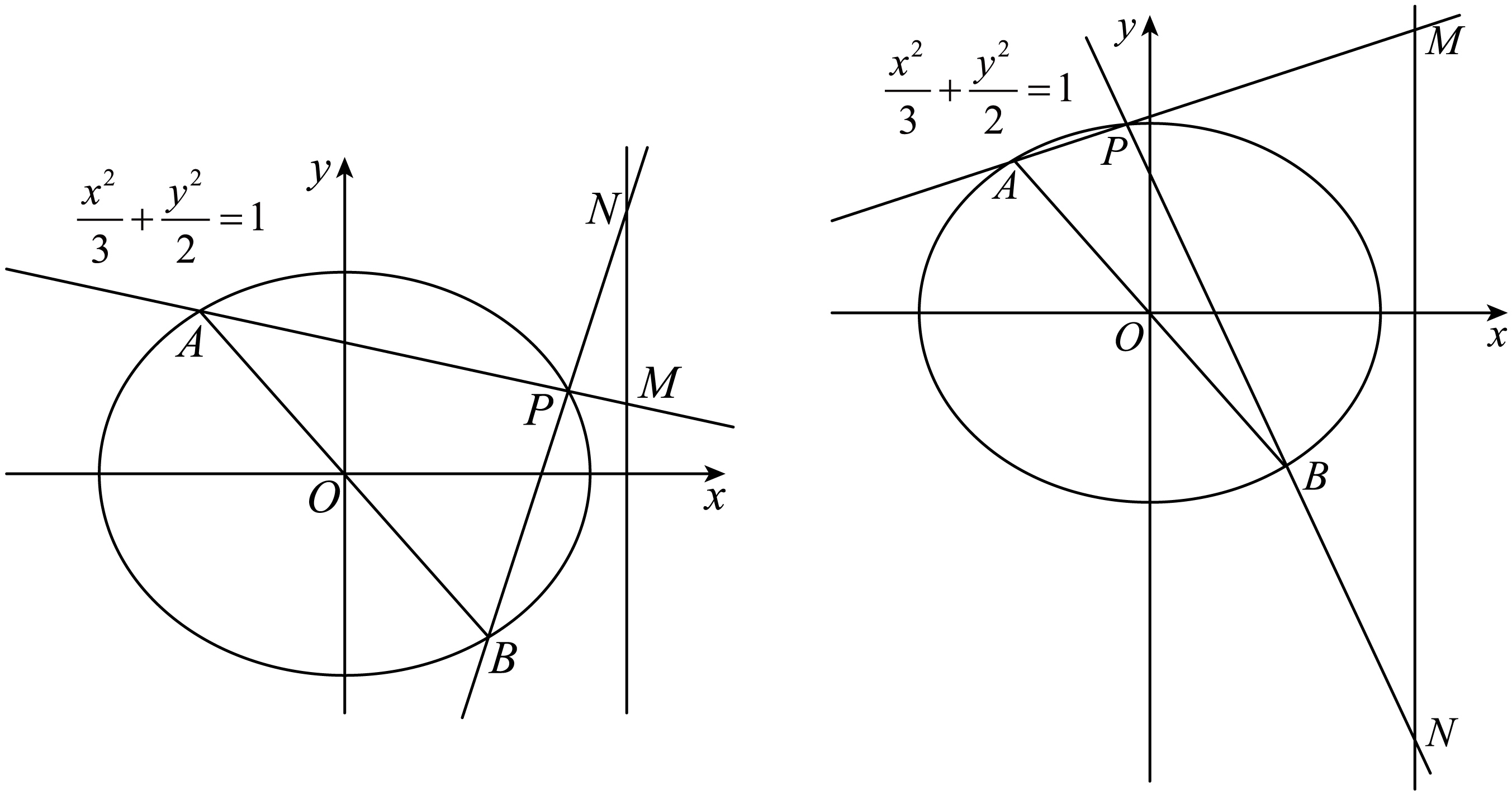
A 0 B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据三角形面积公式及或得，再应用相交弦长公式列方程，即可求.

【详解】由，则，



由图知：当位置变化时，或，故，

所以，而直线、斜率存在且不为0，

故，

，

所以，即或，

当，化简得.

当时，，显然，无解.

所以

故选：B.

**二、多选题(本大题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.)**

9. 下列说法中，正确的有( )

A. 直线在*y*轴上的截距是2

B. 直线经过第一、二、三象限

C. 过点，且倾斜角为90°的直线方程为

D. 过点且在*x*轴，*y*轴上的截距相等的直线方程为

【答案】BC

【解析】

【分析】根据直线相关概念一一对答案进行核对即可。

【详解】对于A:令时，，故在*y*轴上的截距是2，A错.

对于B:直线的斜率为2，在轴上的截距分别为，故直线经过第一、二、三象限，B对.对于C:过点，倾斜角为90°的直线方程为，故C对.对于D:当直线的截距不为0时，设直线的方程为：，把点代人直线得，所以直线方程为：，当截距为0时，设直线方程为：，把点代人直线得，直线方程为：，故D错.

故选：BC

10. 过点且与圆相切的直线的方程为( )

A.  B. 

C.  D. 

【答案】AC

【解析】

【分析】根据直线与圆相切，则圆心到直线的距离等于半径即可求解.

【详解】设切线为,圆心到切线的距离为,圆的半径为

若的斜率不存在,则直线方程为,

圆心到直线的距离,满足题意；

若的斜率存在,设直线方程为,即，

因为直线与圆相切，所以,解得，

所以切线方程为.

故选:AC

11. 已知，是双曲线*E*：的左、右焦点，过作倾斜角为的直线分别交*y*轴、双曲线右支于点、点，且，下列判断正确的是( )

A.  B. 的离心率等于

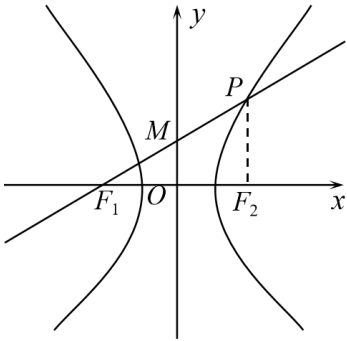
C. 双曲线渐近线的方程为 D. 的内切圆半径是

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据已知条件可得出轴，可判断A项；根据双曲线的定义结合直角三角形的性质，构造齐次方程可求解离心率，故可判断B项；结合，得到，即可求得渐近线方程，可判断C项；利用三角形等面积法得到内切圆半径*r*的表达式与*c*有关，可判断D项正确.

【详解】如图所示，



因为分别是，的中点，所以中，，所以轴，

A选项中，因为直线的倾斜角为，所以，故A正确；

B选项中，直角中，，，，

所以，得：，故B不正确；

C选项中，由，即，即，即，

所以双曲线的渐近线方程为：，故C正确；

D选项中，的周长为，设内切圆为*r*，根据三角形的等面积法，有，得：，故D正确

故选：ACD.

12. 已知数列满足，设数列的前项和为，其中，则下列四个结论中，正确的是( )

A. 的值为2

B. 数列的通项公式为

C. 数列为递减数列

D. 

【答案】ACD

【解析】

【分析】对于A.只需令即可得出的值；对于B.已知数列的前*n*项和，根据前*n*项和与数列的关系即可求出的通项公式，继而得到的通项公式；对于C.已知的通项公式，利用递减数列定义列式判断即可；对于D.化简得出数列，裂项相消即可得出.

【详解】对于A. ，即，故A正确；

对于B.  ①， ②，

得，，当时，

故数列的通项公式为，B错误.

对于C.令

因为，所以，数列为递减数列，故C正确

对于D. 



故D正确.

故选：ACD

【点睛】思路点睛：

给出 与 的递推关系，求，常用思路是：一是利用转化为的递推关系，再求其通项公式；二是转化为的递推关系，先求出与*n*之间的关系，再求.

**三、填空题(本大题共4小题，每小题5分，共20分.)**

13. 曲线在点处的切线的斜率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】2

【解析】

【分析】由导数几何意义即可求.

【详解】，∴所求切线斜率为2.

故答案为：2

14. 已知数列首项为2，且，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

【答案】

【解析】

【分析】根据递推关系可得等比数列，求通项公式即可.

【详解】由可得，

所以数列是以3为首项，3为公比的等比数列，

所以，即，

故答案为：

15. 已知直线与直线相交于点*M*，点*N*是圆上的动点，则的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】根据题设易知过定点，过定点且，则在以为直径的圆上，写出圆的方程，并求出与圆的圆心距，根据动点分别在两圆上知的最大值为两圆心距与两个半径的和，最小值为两圆心距与两个半径的差可得答案.

【详解】由题设，恒过定点，恒过定点，

因为，所以，即垂足为，

所以在以为直径的圆上，圆心为，半径为，

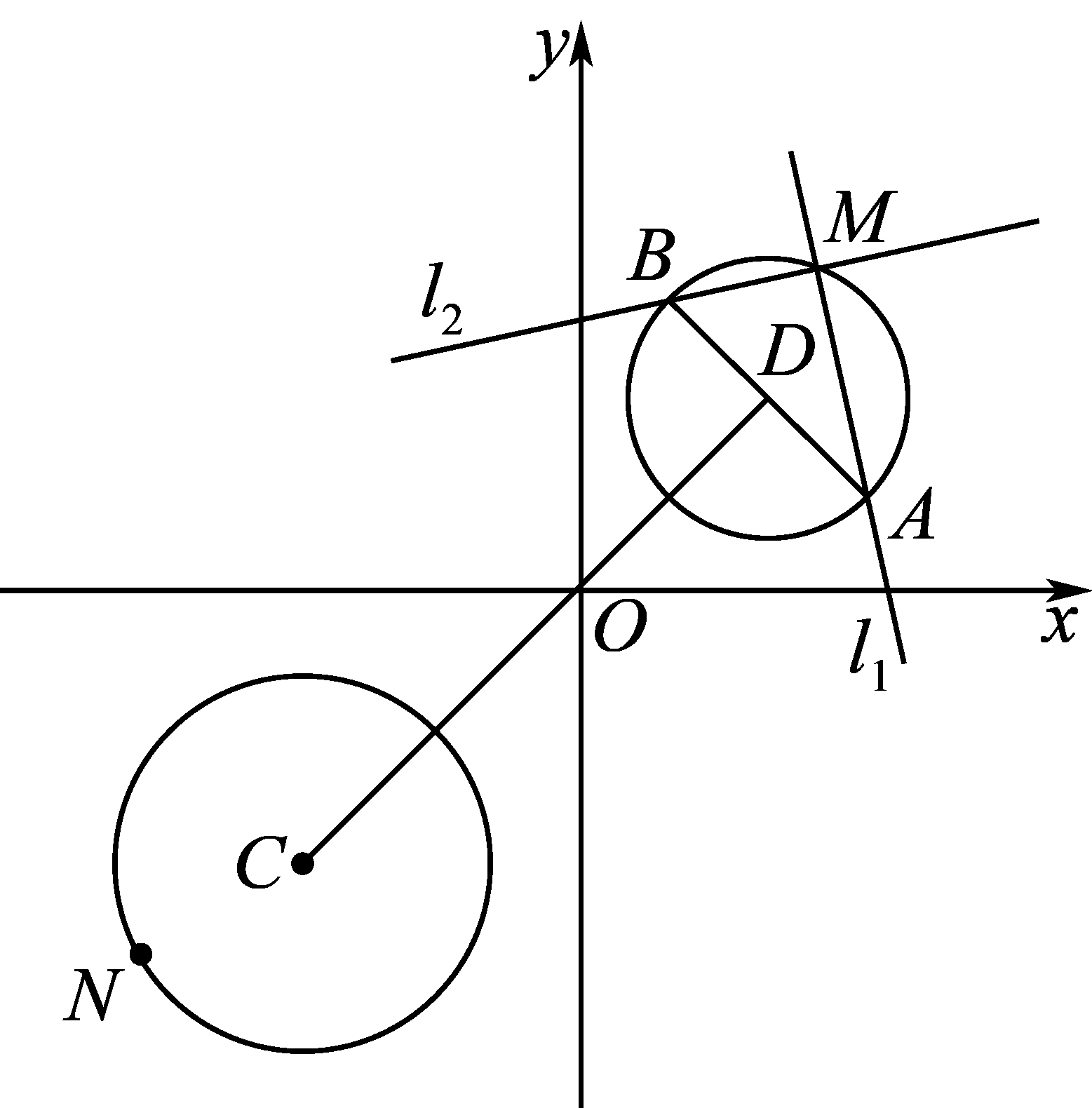
故轨迹方程为，

而的圆心为，半径为2，

所以两圆圆心的距离为，而、分别在两圆上，故的最大值为，最小值为，

所以.

故答案为：.



16. 已知椭圆的右焦点和上顶点*B*，若斜率为的直线*l*交椭圆*C*于*P*，*Q*两点，且满足，则椭圆的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】##

【解析】

【分析】先由得到*F*为的重心，再利用点差法求得之间的关系，进而求得椭圆的离心率

【详解】设，线段*PQ*的中点为，

由，知*F*为的重心，故，

即，解得，

又*M*为线段*PQ*的中点，则，

又*P、Q*为椭圆*C*上两点，则，

两式相减得，

所以，

化简得，则

解得或(故舍去)

则，则离心率.

故答案为：

**四、解答题(本大题共6小题，计70分.)**

17. 已知二次函数，其图象过点，且.

(1)求、的值；

(2)设函数，求曲线在处的切线方程.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)利用导数和已知条件可得出关于实数、的方程组，可求得实数、的值；

(2)求出切点坐标和切线斜率，利用导数的几何意义可求得所求切线的方程.

【小问1详解】

解：因为，则，

所以，，解得.

【小问2详解】

解：因为的定义域为，且，

所以，，，故切点坐标为，

所以，函数在处的切线方程为.

18. 已知抛物线，点到抛物线焦点的距离为2.

(1)求抛物线的方程；

(2)直线与抛物线交于两个不同的点，若，求实数的值.

【答案】(1)

(2)

【解析】

【分析】(1)运用抛物线定义即可；

(2)联立方程解到韦达定理，再将转化为向量垂直，根据数量积为0列方程，化简，求值即可.

【小问1详解】

已知抛物线过点，且，

则，

，

故抛物线的方程为.

【小问2详解】

设.

联立，

消去整理得，

，

则，

则.

由得









或.

当时，直线与抛物线的交点中有一点与原点重合，不符合题意，

综上，实数的值为.

19. 已知数列{*an*}前*n*项和*Sn*＝*n*2+*n*．

(1)求数列{*an*}的通项公式；

(2)令*bn*＝，求数列{*bn*}的前*n*项和*Tn*．

【答案】(1)*an*＝2*n*，*n*∈**N**\*

(2)*Tn*=

【解析】

【分析】(1)根据已知条件并结合公式即可计算出数列{*an*}的通项公式；

(2)先根据第(1)题结果计算出数列{*bn*}的通项公式，再运用裂项相消法即可计算出前*n*项和*Tn*．

【小问1详解】

由题意，当*n*＝1时，*a*1＝*S*1＝12+1＝2，

当*n*≥2时，*an*＝*Sn*﹣＝*n*2+*n*﹣(*n*﹣1)2﹣(*n*﹣1)＝2*n*，

∵当*n*＝1时，也满足上式，

∴*an*＝2*n*，*n*∈**N**\*．

【小问2详解】

由(1)，可得*bn*＝

＝

＝

＝

则*Tn*＝*b*1+*b*2+•••+*bn*

＝

＝

＝

＝

20. 已知圆.

(1)若直线*l*过点且被圆*C*截得的弦长为，求直线*l*的方程；

(2)若直线*l*过点且与圆*C*相交于*M*，*N*两点，求的面积的最大值，并求此时直线*l*的方程.

【答案】(1)或；

(2)最大值为8，或.

【解析】

【分析】(1)求出圆的圆心和半径，再由弦长，弦心距和半径的关系求出圆心*C*到直线*l*的距离，然后分直线*l*的斜率不存在和存在两情况讨论求解即可；

(2)设直线*l*的方程为，求出圆心*C*到直线*l*的距离，而的面积，从而可求出的面积的最大值，再由的值可求出，进而可求出直线方程.

【小问1详解】

圆*C*的圆心坐标为，半径，

因为直线*l*被圆*C*截得的弦长为，所以由勾股定理得到圆心*C*到直线*l*的距离.

①当直线*l*的斜率不存在时，，显然不满足；

②当直线*l*的斜率存在时，设，即，

由圆心*C*到直线*l*的距离，得，

即，解得或，

故直线*l*的方程为或.

【小问2详解】

因为直线*l*过点且与圆*C*相交，所以直线*l*的斜率一定存在，设直线*l*的方程为，即，

则圆心*C*到直线*l*的距离为，

又的面积，

所以当时，*S*取最大值8.

由，得，解得或，

所以直线*l*的方程为或.

21. 已知各项均为正数的数列的前项和为，且，.各项均为正数的等比数列满足，.

(1)求数列和的通项公式；

(2)若，求数列的前项和.

【答案】(1)，

(2)

【解析】

【分析】(1)由，可得，两式相减化简可得，再求出，可得是首项为1，公差为3的等差数列，从而可求出，再由，可求出数列的公比，从而可求出；

(2)由(1)可得，然后利用错位相减法可求得.

【小问1详解】

因为，

当时，，解得；

当时，，

两式相减，得，即，

又各项均为正数，所以，即.

因为满足上式，

所以是首项为1，公差为3的等差数列.

所以.

设等比数列的公比为，因为，，

所以，

解得(或舍去)，

所以

【小问2详解】

，

所以，

，

两式相减得：



所以.

22. 已知椭圆：的离心率为，直线过椭圆的两个顶点，且原点到直线的距离为.

(1)求椭圆的标准方程；

(2)设点，过点的直线不经过点，且与椭圆交于，两点，证明：直线的斜率与直线的斜率之和是定值.

【答案】(1)

(2)证明见解析

【解析】

【分析】(1)根据已知条件求得，从而求得椭圆的标准方程.

(2)设出直线的方程并与椭圆的方程联立，化简写出根与系数关系，由此计算出直线的斜率与直线的斜率之和是定值.

【小问1详解】

由题意得，所以，

不妨设直线的方程为，，即，

所以原点到直线的距离为，

解得，所以，故椭圆的标准方程为.

【小问2详解】

由题意得直线的斜率存在且不为0，

设直线的方程为，即，

设，，

联立，

整理得：，

则

，解得，

，，

设直线的斜率与直线的斜率分别为，，

则

，

故直线的斜率与直线的斜率之和是定值.